

234344



高等学校教学用書



材料力學習題集

Н. И. 伊万諾夫著



321
70.2

高等教育出版社

5(3)221

5/2770.2

134746

高等学校教學用書



材料力學習題集

(修訂本)

H. И. 伊万諾夫著

余夢生等譯

高等教育出版社

本書系根据苏联国立技术理论书籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的伊万諾夫教授（проф. Н. И. Иванов）所編“材料力学習題集”（Сборник задач по сопротивлению материалов）1956年第十二版譯出。原書經苏联高等教育部审定为高等工業学校教学参考書。

本書全一册，包括習題 716 則。書末并附有参考表格及有关数字計算的意見。

原書第十一版于 1953 年由大連工学院余夢生等十三人譯出，現根據原書第十二版修訂。參加修訂工作的有大連工学院余夢生、周承側、許兆鑾等三同志，最后由余夢生、許兆鑾負責校訂。

本書原由商务印書館出版，自 1959 年 1 月起修訂后改由本社出版。

材 料 力 学 習 題 集

H. И. 伊 万 諾 夫 著

余 梦 生 等 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版 北京宣武門內承恩寺 7 号

(北京市書刊出版業營業許可證出字第 034 号)

京 华 印 書 局 印 刷 新 华 書 店 發 行

統一書號 15010·516 開本 850×1168 1/16 印張 8 1/2/16 字數 231,000 印數 0001—1,000
1953 年 11 月商務初版(共印 6,000 冊)

1959 年 1 月第 1 版 1959 年 1 月北京第 1 次印刷 定價(10) 1.30

第十二版序

第十二版的習題條件與插圖已經重新作了編排。某些習題已用新的習題代替。此外，對於某些習題還增加了題解，其目的在於幫助高等工業學校的函授生獲得必需的獨立解題的技巧。習題按照新的次序排列，而且為了應用方便起見，還把它們的每一章分成較多的小節。

在書的後面附有參考表格。而還給了有關近似計算規則的一些簡要說明。對於開始解材料力學習題的同志，我們堅持地勸他念一念這些說明，複習一下這些規則。

H. 伊凡諾夫

目 录

第十二版 序		
I. 拉伸和压缩	1	
1. 拉伸和压缩时的应力与变形	1	
2. 铰接杆系的位移	16	
3. 考虑本身重量	20	
4. 波柔系数应用示例	21	
5. 薄壁容器	22	
6. 柔索	29	
7. 静不定问题	29	
8. 温度应力	46	
II. 应力状态理论基础	52	
III. 剪切	58	
1. 剪切计算例题	58	
2. 钥接	61	
3. 焊接	66	
4. 槽接计算	68	
IV. 扭转	69	
1. 实心圆杆的应力与变形	69	
2. 空心圆杆	77	
3. 非圆形杆的扭转	78	
4. 节距不大的圆柱螺旋	81	
5. 静不定问题	82	
6. 接触限荷重计算	83	
V. 静矩、惯性矩、平面图形的断面系数	85	
1. 面积及形心	85	
2. 惯性矩	87	
3. 主轴及主惯性矩	95	
4. 断面系数	96	
VI. 弯曲	100	
1. 外力	100	
2. 截面的选择·弯曲时的应力	117	
3. 静定梁的变形	125	
4. 双支静不定梁	146	
5. 连续梁	157	
6. 刚架	164	
7. 变截面梁	174	
8. 组合梁	177	
VII. 斜弯曲	179	
VIII. 弯曲与拉伸或压缩	181	
IX. 弯曲扭转	191	
X. 稳定	201	
1. 纵弯曲	201	
2. 纵横弯曲	207	
XI. 变形位能	210	
1. 能的计算	210	
2. 卡斯奇梁诺定理	213	
3. 最小功原理	214	
XII. 曲梁	218	
XIII. 厚壁容器	227	
XIV. 动力问题	229	
1. 运动物体中的应力及变形	229	
2. 撞击	234	
3. 弹性振动	240	
4. 疲劳计算	242	
附录	247	

I. 拉伸和压缩

1. 拉伸和压缩时的应力与变形

1. 力 $P = 6830 \text{ kN}$ 拉伸一鋼杆。設杆由圓鋼制成，拉伸許用应力 $[\sigma_p] = 1000 \text{ kN/cm}^2$ 。求其直徑。如強度極限 $\sigma_{\text{sq}} = 4500 \text{ kN/cm}^2$ ，求其強度貯备。

答: $d \approx 3 \text{ cm}$; $n = \frac{\sigma_{\text{sq}}}{[\sigma_p]} = 4.5$ 。

2. 寬度 $b = 30 \text{ cm}$ 的梁的一端置于牆上，施于牆的压力为 $P = 8 \text{ m}$ 。欲使作用于支座表面上的压力不超过 5 kN/cm^2 ，則末端之長度 x 应为若干？

答: $x = 54 \text{ cm}$ 。

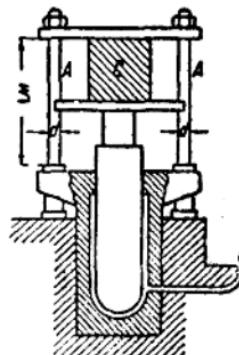
3. 有一鋼索系由 36 根直徑 $\delta = 2 \text{ mm}$ 之鋼絲絞合而成。設鋼絲材料的許用应力为 $[\sigma_p] = 600 \text{ kN/cm}^2$ ，強度極限为 $\sigma_{\text{sq}} = 5600 \text{ kN/cm}^2$ ，求可施于鋼索的安全荷重为多少？又使鋼索断开的荷重为若干？

解: 安全荷重 $[N] = 36 \frac{\pi \delta^2}{4} [\sigma_p] \approx 678 \text{ kN}$ ，

破坏荷重 $N = [N] \frac{5600}{600} \approx 6300 \text{ kN}$ 。

实际上，这二种荷重都还要小一些，其“減弱”的程度視索的絞合方式而定。

4. 有一压缩材料用的水压机（見圖），其压力为 60 m 。（1）設兩柱 A 系由直徑 $d = 8 \text{ cm}$ 、極限强度 $\sigma_B = 4200 \text{ kN/cm}^2$ 的鋼料制成，試决定其强度貯备。（2）如用力 60 m 壓材料 C 时，試計算柱的伸長。



第 4 題圖

解：每一柱承受拉力 $P=30m$ ；柱的橫截面面积 $F=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{3.14 \times 8^2}{4}=50cm^2$ ；

$$\sigma = [\sigma_p] = \frac{30000}{50} = 600 \text{ kN/cm}^2 \text{。則 } n = \frac{4200}{600} = 7。$$

設彈性系数 $E=2 \times 10^6 \text{ kN/cm}^2$ ，求得柱之伸長為

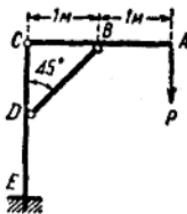
$$\Delta l = \frac{Pl}{EF} = \frac{30000 \times 100}{2 \times 10^6 \times 50} = 0.03 \text{ cm.}$$

5. 將 $G = 2000 \text{ kN}$ 的荷重用一麻索縛住，并用吊車上曳（見圖）。設麻索的許用应力为 $[\sigma_p] = 100 \text{ kN/cm}^2$ ，求索的直徑。

答：4.2 cm.



第5題圖



第7題圖

6. 截面为正方形的
鋼梁在荷重为 10 m 时断开。如此梁之材料及厚度
不变，而將截面改成圓形，
則此梁断开时的荷重为若干？ 答： $P \approx 7850 \text{ kN}$ 。

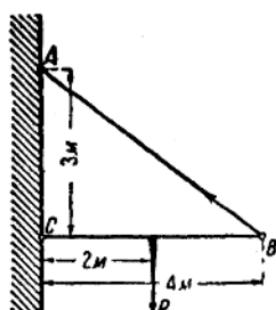
7. 如作用力 $P=0.5$
 m ，木材的許用应力为 30
 kN/cm^2 。問正方形支柱 BD （見圖）的截面尺寸应为若干？

答：可用每边宽度为 7cm 的柱子。

8. 鋼杆 AB 支持着 BC 梁之一端，在 BC 梁上承担着鉛垂力

$P=2m$ 。如許用应力为 1000 kN/cm^2 ，
求杆之截面面积。

答：截面面积 $F = \frac{1667}{1000} \approx 1.7 \text{ cm}^2$ 。



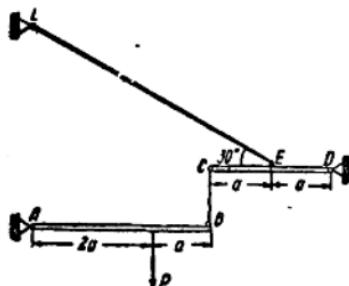
第8題圖

9. 梁 AB 及 CD （見圖）上的作用力 $P=2m$ ，梁的变形可以忽略不計，梁用鋼拉杆 BC 及 EL 支持，杆与梁之間均用鉸鏈相联。設鋼的許用应力 $[\sigma_p] = 1200 \text{ kN/cm}^2$ ，求各拉

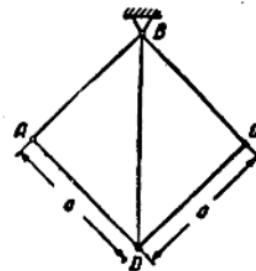
杆的直徑。

10. 每邊長為 a 的鉸接方框(見圖)懸于 B 点。由於存在對角杆 BD ，而使架子保持原有形狀。如方框每邊杆重 $Q = 1570 \text{ kn}$ ，其許用應力 $[\sigma_p] = 1000 \text{ kn/cm}^2$ ；求對角杆之直徑。

解：在接點處分解杆重，求得 A 與 C 點有垂直力 Q 作用。然後沿杆向分解 Q 力，求得 AD 與 DC 杆受有壓力 $\frac{Q}{\sqrt{2}}$ 。其次由 D 點處力之平衡求得， BD 杆受力為 $2Q$ ，而直徑 $d = 2\text{cm}$ 。



第 9 題圖



第 10 題圖

11. 有兩端互相聯接的鋼絲 a, b, c ，承受荷重如圖所示。每一鋼絲的截面面積均為 25 mm^2 ，其長度各為： $a = 30 \text{ m}$, $b = 29.885 \text{ m}$, $c = 29.870 \text{ m}$ 。求鋼絲 a 的伸長及其內部的應力。

12. 決定橋梁應用的儀器可以算出相距 1m 的兩點間的伸長的 150 倍放大值。設當一火車經過時，裝在桁架的鋼杆上的儀器示出 5cm 的位移，問該杆內之應力增大多少？



答：增大的 $\sigma = 2 \times 10^6 \cdot \frac{5}{150 \times 100} \approx 667 \text{ kn/cm}^2$ 。

第 11 題圖

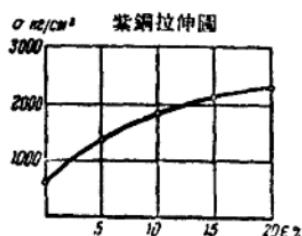
13. 在手冊上鋼的值系以 $E = 29 \times 10^6$ 英磅每平方英吋表出。試將 E 用 kn/cm^2 表出。

14. 鋼杆長 $l = 43 \text{ cm}$, 橫截面面積 $F = 3 \text{ cm}^2$ 。當承受荷重 $P = 3 \text{ m}$ 時, 其伸長 $\Delta l = 0.02 \text{ cm}$ 。問此梁材料的彈性系數為何?

答: $E = 2.15 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$ 。

15. 當用一直徑為 2 cm 的圓形鋼試件作拉伸試驗時, 得下列諸結果: 試件拉斷前的最大拉力為 15200 N ; 20 cm 的計算長度在拉斷後的伸長為 4.5 cm ; 拉斷處的直徑為 1.2 cm 。求極限強度 σ_{ut} , 單位殘余伸長 δ , 及截面的單位收縮 ψ 。

16. 有一紫銅鎔, 其直徑 $d = 2 \text{ mm}$, 長度 $l = 500 \text{ mm}$ 。如欲使其伸長 3 mm , 則拉鎔之力 P 為若干? $E = 1 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$ 。



第 16 題圖

解: 由已知公式

$$P = \frac{\Delta l \times E \times F}{l} = \\ = \frac{0.3 \times 1 \times 10^6 \times 0.0314}{50} \approx 188.5 \text{ N} \\ \sigma = \frac{P}{F} = \frac{188.5}{0.0314} \approx 6000 \text{ N/cm}^2.$$

在此應力之下, 虎克定律不能適用。正確

的解法應如下: $\epsilon = \frac{3}{500} = 0.006$ 或 0.6% 。

由拉伸圖(見圖)求得在伸長為 0.6% 時, 相應的應力 $\sigma \approx 700 \text{ N/cm}^2$, 故 $P = \sigma \times F = 700 \times 0.0314 \approx 22 \text{ N}$ 。

17. 在拉伸鋼的標準試件當荷重達到 6476 N 時, 拉力試驗機上的測力計指示出荷重長時間地停滯不增, 問此材料的屈伏極限為何?

答: $\sigma_v = 2060 \text{ N/cm}^2$ 。

18. 將某種鋼作試驗, 求得其強度極限 $\sigma_{\text{ut}} = 3600 \text{ N/cm}^2$, 比例極限 $\sigma_{\text{nu}} = 1350 \text{ N/cm}^2$ 。如果依據暫時抗度作設計時, 對此種材料來說, 強度貯備 $n = 2$ 是否可以?

答: $n = 2.67$ 。

19. 有一輸送高壓電的銅鎔(纜), 橫截面面積 $F = 50 \text{ mm}^2$, 長度 $l = 300 \mu$ 。如將纜用力 $P = 400 \text{ N}$ 拉緊, 問纜的伸長 Δl 為多少? 設鎔的材料的彈性系數 $E = 1.3 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$, 而纜的彈性系數

$$E_1 = 0.85 E_0$$

答: $\Delta l \approx 22 \text{ cm}$

20. 用 20 个直径 $d = 25 \text{ mm}$ 的螺钉与用 26 个用同样材料制成的 1 吋的螺钉去固紧一小锅爐的盖子时, 那一个比較牢固?

21. 一形状为螺旋弹簧的弹性杆試件, 在荷重为 8 kN 时, 伸長为 1 cm 。如变形与荷重間的比例关系保持不变, 當伸長 3 cm 时需荷重若干? 此时拉力所做的功为多少? 在作同样伸長时, 如果要作同样的功, 需平均拉力若干? 答: 24 kN ; $36 \text{kN} \cdot \text{cm}$; 12 kN

22. 將一直徑为 2 cm 、計算長度为 20 cm 的鋼試件进行試驗。在下列各荷重时, 应变仪之讀数为:

荷重 kN	940	1880	2830	3770	4090	4400	4710	5020	5340	5650	5970	6280	6590
应变仪讀数	17	34	50	65	70	75.5	79.5	84.5	89	94.5	100	110	134

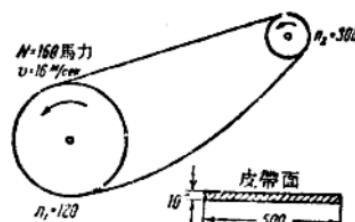
設应变仪每格相当于 0.002 mm 的伸長, 求材料的比例極限。

23. 設計師假設作用于結構的拉力 P 平均分配于 5 个螺钉上。螺钉的直徑为 2 吋。在制造螺钉时, 我們所用材料的屈伏極限比假設的要低 10%, 而且做得比原長 180 mm 多了 60 mm 。实际所制得的螺钉直徑为 $2 \frac{1}{4}$ 吋, 當螺钉的强度貯备为何?

24. 今有下面兩种螺钉: 直徑为 $1 \frac{1}{2}$ 吋的, 用 $\sigma_{\text{ut}} = 3400 \text{ kN/cm}^2$ 的材料制成; 直徑为 $1 \frac{1}{8}$ 吋的, 用 $\sigma_{\text{ut}} = 4400 \text{ kN/cm}^2$ 的材料制成。當当承受同样的拉力时, 那种螺钉比較坚固?

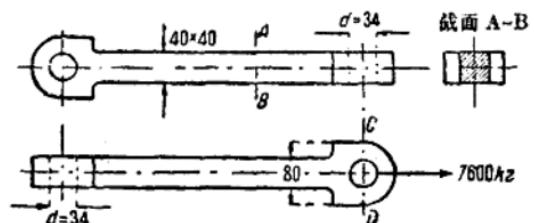
25. 如圖所示的皮帶傳动, 求因周向作用力而引起的皮帶应力。

26. 求圖示机件在 AB 与 CD 截面处的拉伸应力, 并求耳环中的挤压应力。

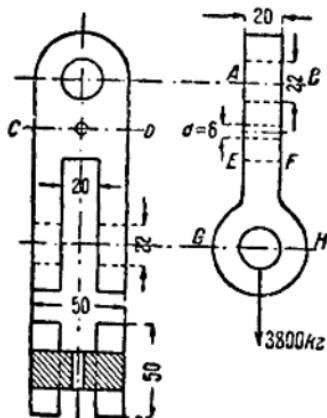


第 25 題圖

答: $\sigma_{AB} = 475 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_{CD} = 412 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_{CM} = 560 \text{ kN/cm}^2$ 。



第 26 題圖



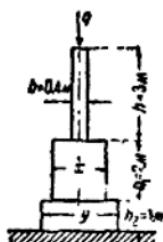
第 27 題圖

27. 圖示的机件受到拉力(見圖)。問 AB 、 CD 、 EF 、 GH 等截面，哪一個截面最危險？哪一個截面最安全？最危險截面的拉伸应力等於多少？

答: $\sigma_{\max} = \sigma_{AB} = 678 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_{\min} = \sigma_{CD}$ 。

28. 欲使磚牆的最下層以20倍的安全度來承受牆重量的壓力，則牆應築成多高？設砌物的暫時抗壓強度 $\sigma_{nq} = 100 \text{ kN/cm}^2$ ；材料的重力為 $1.6 \text{ m}/\text{m}^3$ 。

29. 磚牆(見圖)由三層高度及寬度不同的部分組成。若要使砌物的壓縮應力 σ_{cK} 在任何一處均不超過 3 kN/cm^2 。問加在牆的每延公尺長度上的荷重 q 能有多少？又 x 與 y 之值應為多少？設砌物材料的重力見題



第 29 題圖

28.

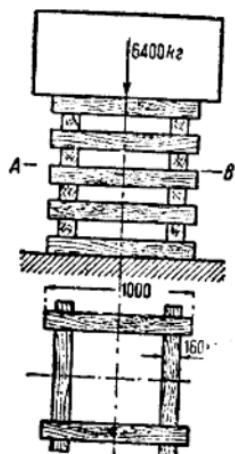
答: $x = 0.45 \text{ m}$, $y = 0.47 \text{ m}$ 。

30. 6400 kN 荷重置於堆列的木梁上(見圖)。求截面 AB 與地面上之應力，設梁之重量均略去不計。

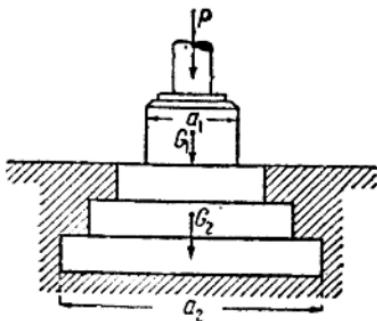
答: $\sigma_{AB} = 6.25 \text{ kN/cm}^2$; 作用于地面的压力为 2 kN/cm^2 。

31. 一柱子支座(見圖)由正方形($a_1 = 95 \text{ cm}$)的花崗石底座及截面亦為正方形($a_2 = 235 \text{ cm}$)之基礎所組成。作用于底座上的荷重 $P = 12300 \text{ kN}$; 底座重 $G_1 = 1460 \text{ kN}$; 基礎砌體重 $G_2 = 12 \text{ m}$ 。如柱之支座面積為 4219 cm^2 , 求作用于花崗石及基礎上的压应力。又求对地面上的压力, 并將各应力与許用应力相比較。設花崗石的 $[\sigma_{ck}]_1 = 45 \text{ kN/cm}^2$, 用優質混凝土砌成的磚砌體的 $[\sigma_{ck}]_2 = 14 \text{ kN/cm}^2$, 地面之許用压应力 $[\sigma_{ck}]_3 = 2.5 \text{ kN/cm}^2$ 。

答: 花崗石—— $\sigma_1 = 28.5 \text{ kN/cm}^2$; 磚體—— $\sigma_2 = 13.5 \text{ kN/cm}^2$; 土壤压应力—— $\sigma_3 = 2.5 \text{ kN/cm}^2$ 。



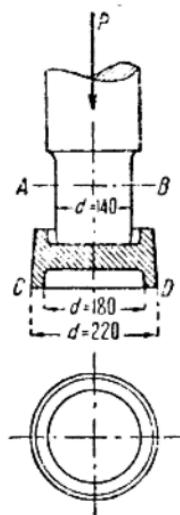
第 30 題圖



第 31 題圖

32. 为避免轧鋼机的輥輶在进行輥压时破損起見，在其軸承上裝有特殊的安全垫圈。圖示者为其中之一。假使在輥輶上的压力, 也就是在其軸承上的压力, 超过了許可範圍, 則安全垫圈就被压坏而使輥压自动地停止。(这是在避免昂貴及修理复杂部分的破裂或损坏时, 設計工程师引用便宜的及比較容易更換的“薄弱环节”的例子。)

求当压力 $P = 600 \text{ m}$ 时發生于此机构 AB 与 CD 截面中的压



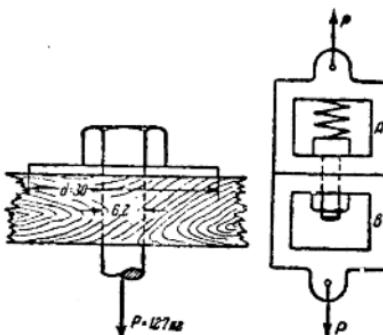
第 32 題圖

应力。

答: $\sigma_{AB} = 3900 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_{CD} = 4800 \text{ kN/cm}^2$ 。

33. 設螺釘承受荷重 $P = 127 \text{ kN}$, 求螺釘墊圈下面木塊中的挤压应力(見圖)。

答: $\sigma_{CM} \approx 19 \text{ kN/cm}^2$ 。



第 33 題圖

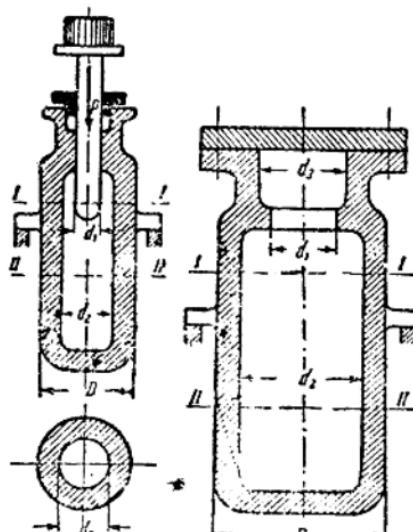
第 34 題圖

34. A 与 B 两机件以螺釘联接(見圖), 螺釘承受拉力 $1.5m$ 。

弹簧对螺釘的压力为 $1m$ 。

假如有 500m 的拉力 P 作用时, 則接縫中的压应力不应超过 15 kN/cm^2 。求 A 与 B 两机件的接触面积。机件 A 与 B 的变形略去不計。

提示 弹簧对接缝没有作用力。



第 35 題圖

第 36 題圖

35. 柱塞、机座及水压机荷重共重为 P 。水压机水缸及柱塞的尺寸如圖所示。水缸以鑄在上面的

支架置於基座上。水缸所受壓力為 9 大氣壓；求：

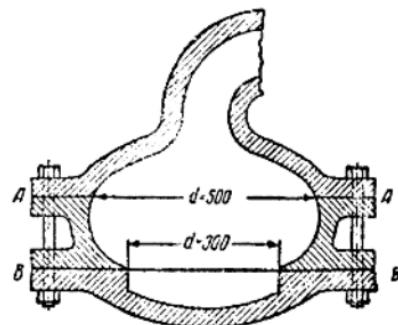
1) 截面 I-I 与 II-II 中的破損應力；

2) 水缸對於基座的压力。

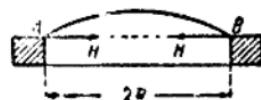
36. 在將上題中的水缸作試驗時，把其中的柱塞及填料函除去，而以用螺釘上緊之蓋緊閉之；蓋重為 P_1 (見圖)。求截面 I-I 及 II-II 中的應力。

37. 一鑄鐵容器 (見圖) 受有 8 個大氣壓的內壓力。容器的各部分系用 9 個直徑為 $7/8''$ 的螺釘相聯接，求螺釘在截面 A-A 與 B-B 中的應力。

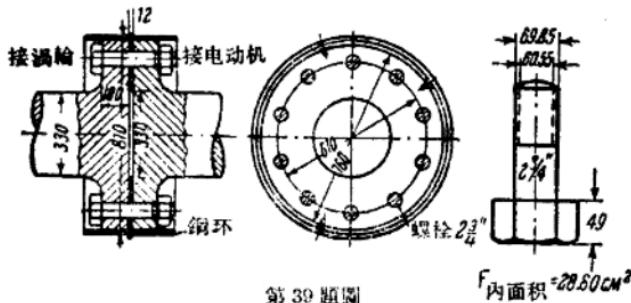
38. 一球形閥頂置於環上，其截面如圖所示。它作用在單位長度環上的壓力 (推力) 等於 γ 。問使環破裂的力應為多大？ 答： $N = \gamma L g$ 。



第 37 題圖



第 38 題圖



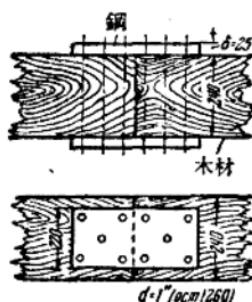
第 39 題圖

39. 今檢查圖示渦輪機軸及發電機軸聯接處的螺釘內之拉力。設已知軸之轉速為 225 轉/分，傳遞 5200 馬力。螺釘應旋得很緊，俾使其中不受剪切。問螺釘內挤压應力應為多少？摩擦系數

$f = 0.25$ 。

40. 正方形木梁(見圖)中之許用拉应力 $[\sigma_p] = 50 \text{ kN/cm}^2$ ，試

檢驗蓋板及螺釘之強度。又螺釘之分布是否合理？能否作更有利的安排？摩擦系數 $f = 0.5$ 。



第 40 題圖

41. 螺釘在其整個長度上直徑均為 48 mm (見附錄表 VI)；螺帽支承端面與螺釘頭支承端面間的距離 l 假設不變，並等於 4m 。問欲扭緊螺釘，使其中應力達到 $\sigma = 1200 \text{ kN/cm}^2$ ，則須將螺帽旋轉幾圈？計算時不必考慮螺釘在螺帽中的那一部分伸長，並可略去螺紋外徑與內徑間的尺寸差。

42. 設梁(見圖)在截面 B 、 C 及 D 上受有均勻分布之軸向力 P_1 、 P_2 及 P_3 。如梁之重量可略去不計，試作作用在不同截面上的法向力 N 的圖形，法向應力圖以及位移圖^①。

解：由力在梁的軸線上的投影的方程式求得反作用力 A 。

$$A - P_3 + P_2 - P_1 = 0, \quad N_1 = A = +2P_1.$$

在 $I-I$ 截面中傳遞法向拉力 $A = +2P_1$ 。我們把拉力定為在 ab 軸線的右邊 [見圖(a)]。在 I_1 段上法向力保持不變。在 I_2 段的 $II-II$ 截面中，法向力為

$$N_2 = +A - P_2 = -P_1.$$

它的方向是朝着與外力的法向相反的一邊，因此在這一段上產生壓力。力 N_2 在整個 I_2 這一段上保持不變。由 d 點向左引 $3P_1$ ，並作直線 ef 。

在 I_3 段的截面 $III-III$ 上作用有法向力

$$N_3 = A - P_2 + P_3 = +P_1,$$

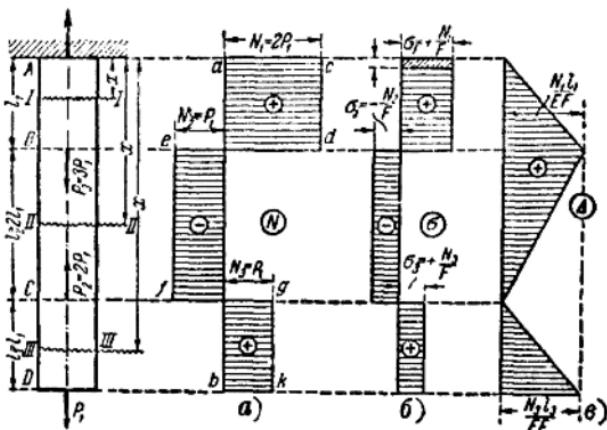
它的作用為拉伸。

由 f 點向右引伸 $2P_1$ ，得直線 gk 。圖(a)即為法向力的圖形。

由於梁的截面不變，而 $\sigma = \frac{P}{F}$ ，故在橫截面中求得的應力 σ 的圖形將與 N 的圖形相似[見圖(b)]。

① 原書為最大法向應力圖以及最大位移圖，似有錯誤。譯者注。

截面的位移圖形，亦即距固定端 A 其距離的增長可以按下法來作（見圖 (θ) ）。



第 42 題題解圖

截面 $I-I$ 的位移等於梁上長度為 x 這一段的伸長：

$$\Delta l_I = +\frac{N_1 x}{E F}.$$

這是一個直線方程式。當 $x=0$ 時， $\Delta l_{I-I}=0$ ，而當 $x=l_1$ 時，

$$\Delta l_I = +\frac{N_1 l_1}{E F}.$$

很容易看出，這個值有一個簡單的幾何意義： σ 的圖形是一直角三角形，其直角長為 σ_1 與 l_1 ，其面積是按 E 的倍數減少的。

這樣就得出，如果把所研究截面上面那部分 σ 圖形的面積加起來，并用 E 去除它，則得到了這個截面的位移。

利用這個方法，就很易求得截面 C 中的位移：

$$|\Delta l_{I-II}|_{x=l_1+l_2} = \frac{1}{E} (\sigma_1 l_1 - \sigma_2 l_2) = \frac{1}{E F} (N_1 l_1 - N_2 l_2) = \frac{1}{E} \frac{2P_1 l_1 - P_2 2l_2}{F} = 0.$$

端點 D 的位移由下式來求：

$$\Delta l_{III} = \frac{\sigma_2 l_2}{E F} = \frac{P_2 l_2}{E F} = \frac{N_2 l_2}{E F}.$$

結果可以用下法來檢驗。把上面一段 l_1 的伸長與 l_2 一段的縮短都用面積相等的直角三角形來表示，因此 C 截面的位移等於零，而梁的端點的位移即等於下面一段的伸長。

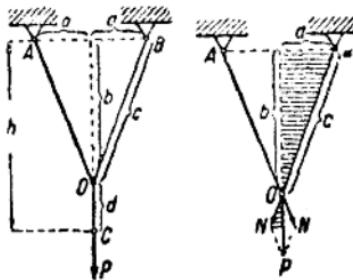
43. 長 $30cm$ 的鋼杆（見圖）承受壓力 $P=2m$ 及一對作用於截面 mn 及 pq 上、大小相等、共線反向的力 $Q=2m$ 。若橫截面面積

为 10cm^2 , $E = 2 \times 10^6 \text{N/cm}^2$, 求杆子長度的变化及杆下端的应力变化。并作应力圖和位移圖。

$$\text{答: } \Delta l = 2 \frac{Pl}{EF} = 2 \frac{2000 \times 10}{2 \times 10^6 \times 10} = 0.002 \text{ cm} = 0.02 \text{ mm.}$$



第 43 題圖



第 44 題圖

44. 荷重 P 悬于由三根 AO 、 OB 及 OC 相銼接而成的杆系上(見圖)。問銼鏈 O 应位于何等高度, 才使所有杆子的重量为最小? 設尺寸 a 和 b 不变。

解: OC 杆被 P 力所拉伸。由有影綫的三角形的相似可看出

$$N = \frac{Pc}{2b} = \frac{P\sqrt{a^2 + b^2}}{2b}.$$

以 $[\sigma_p]$ 表示許用拉应力, 并以 γ 表示杆的材料的重度, 利用求得結果可列成下表:

杆 子	力	許用应力	必 需 截 面	長 度	体 积	重 量
OC	P	$[\sigma_p]$	$\frac{P}{[\sigma_p]}$	$d = h - b$	$\frac{P(h-b)}{[\sigma_p]}$	$\frac{P(h-b)\gamma}{[\sigma_p]}$
OA 及 OB	$\frac{Po}{2b}$	$[\sigma_p]$	$\frac{Po}{2b[\sigma_p]}$	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$\frac{Po(a^2 + b^2)}{2b[\sigma_p]}$	$\frac{Po(a^2 + b^2)\gamma}{2b[\sigma_p]}$

系統的全部重量为

$$Q = \frac{Po\gamma}{[\sigma_p]} \left[(h-b) + \frac{a^2 + b^2}{b} \right] = \frac{Po\gamma}{[\sigma_p]} \left(h + \frac{a^2}{b} \right).$$

除 b 以外, 所有数据均为常数。若 b 越大, 則重量越小; 但最大值 $b=h$ 。在这种情况下, OC 杆将完全不存在; 因而, 此系統将仅由二根銼結于 C 、并有荷重 P 作用于該点的杆子組成。