

# 应力集中系数手册

航空工业部科学技术委员会

217-219

应力集中

# 应力集中系数手册

航空工业部科学技术委员会

高等教育出版社

应力集中系数手册是工程技术人员在现代各种机械设计中必不可少的工具书。本书对应力集中的基本概念、经验公式、各类实验数据均有较详尽的叙述。全书收集了国内外应力集中系数图表约 500 幅,数据曲线 2000 余条。它是我国自行编著的一部较完善的理论应力集中系数手册。

本手册供各工业部门的工程技术人员使用,也可供科研和教学人员参考。

**责任编辑 吴 向**

### **应力集中系数手册**

**航空工业部科学技术委员会**

**高等教育出版社出版**

**新华书店北京发行所发行**

**国防工业出版社印刷厂印装**

开本 787×1092 1/16 印张 18 字数 410 000

1990 年 6 月第 1 版 1990 年 6 月第 1 次印刷

印数 0 001—1 730

ISBN7-04-002051-3/TV·9

定价 8.60 元

## 前 言

应力集中现象普遍存在于各种工程结构中,大部分结构破坏事故是由应力集中引起的。为确保工程结构的使用安全,提高产品的质量和经济效益,必须科学地处理结构元件的应力集中问题,因此应力集中系数手册是工程技术人员在结构设计、强度计算和疲劳寿命估算中必不可少的工具书,也是科研和教学人员的参考书。

为了适应我国经济建设的需要,在原航空工业部科技局的领导下,组织有关同志合作完成了应力集中系数手册的编著工作。编著者搜集了国内外有关应力集中的资料,在调查研究、分析对比的基础上,根据近代科技发展的实际需要选定内容。编著者针对资料中出现的疑点和不足,作了一定数量的实验与计算,以确保数据的可信度,并增加了新的内容。

本手册共分五章。第一章应力集中概述,殷启华编,游仁长校;第二章缺口和沟槽,胡英敏、黄梅珠编,吴森校;第三章台肩,仇仲翼编,游仁长校;第四章孔,吴森编,殷启华、胡英敏、黄梅珠、仇仲翼校;第五章典型工程元件,游仁长编,仇仲翼校。

为了便于使用者参考,每种应力集中情况都列出了参考文献。标题右上角方括号内的数字为直接参考文献的编号,文中方括号内的数字为间接参考文献的编号。直接和间接参考文献均以章为单位统一编号,列在各章末。

本手册由黄玉珊、徐灏、黄炎审定,黄炎还参加了全书的统稿工作。他们提出了许多宝贵意见。在本手册的编著过程中,还得到了周建功、卢成文的大力帮助,在此一并致谢!

编著者

1987年

# 目 录

## 第一章 应力集中概述..... 1

- 1.1 应力集中的基本概念..... 1
  - 1.1.1 应力集中与应力集中因素..... 1
  - 1.1.2 产生应力集中的其它因素..... 3
- 1.2 应力集中系数与基准应力..... 3
  - 1.2.1 应力集中系数..... 3
  - 1.2.2 基准应力..... 3
  - 1.2.3 应力集中系数的普遍意义..... 6
- 1.3 平面问题中的应力集中与空间问题中的应力集中..... 6
  - 1.3.1 平面问题中的应力集中..... 6
  - 1.3.2 空间问题中的应力集中..... 6
  - 1.3.3 平面问题与轴对称问题的关系..... 7
- 1.4 应力集中的扩散..... 9
  - 1.4.1 应力集中的扩散..... 9
  - 1.4.2 平面问题的应力集中扩散速度与空间问题的应力集中扩散速度的比较..... 10
  - 1.4.3 限制应力集中与非限制应力集中..... 11
- 1.5 强度理论与组合系数..... 13
  - 1.5.1 强度理论..... 13
  - 1.5.2 组合系数..... 15
  - 1.5.3 循环应力作用下的组合强度..... 16
  - 1.5.4 叠加原理在应力集中问题中的应用..... 17
- 1.6 重复应力集中..... 19
  - 1.6.1 应力集中因素的尺寸相差较大的情况..... 20
  - 1.6.2 应力集中因素的尺寸相差不大的情况..... 20
  - 1.6.3 三向重复应力集中..... 21
  - 1.6.4 有斜圆孔的构件..... 21
- 1.7 降低应力集中的方法..... 22
  - 1.7.1 修改应力集中因素的形状..... 22
  - 1.7.2 适当选择应力集中因素的位置..... 25
  - 1.7.3 适当选择应力集中因素的方向..... 26
  - 1.7.4 附加应力集中因素..... 28
  - 1.7.5 表面削去法..... 30
  - 1.7.6 填充法..... 31
- 1.8 有效应力集中系数..... 31
  - 1.8.1 有效应力集中系数..... 32

- 1.8.2 应力集中敏感系数..... 32
- 1.8.3 静载作用下的有效应力集中系数..... 33
- 1.8.4 循环应力作用下的有效应力集中系数..... 33
- 1.9 强度判据..... 36
  - 1.9.1 安全系数..... 36
  - 1.9.2 静载情况下的强度判据..... 37
  - 1.9.3 对称循环应力下的强度判据..... 40
  - 1.9.4 非对称循环应力下的强度判据..... 41
- 参考文献..... 41

## 第二章 缺口和沟槽..... 42

- 2.1 拉伸..... 42
  - 2.1.1 一侧有两个半圆缺口的板条的拉伸..... 42
  - 2.1.2 一侧有多重半圆缺口的板条的拉伸..... 43
  - 2.1.3 一侧有多重半圆缺口的半无限大板的拉伸..... 43
  - 2.1.4 两侧各有一半圆缺口的板条的拉伸..... 44
  - 2.1.5 两侧各有两个半圆缺口的板条的拉伸..... 45
  - 2.1.6 两侧有多重半圆缺口的板条的拉伸..... 46
  - 2.1.7 一侧有双曲线深缺口的半无限大板的拉伸..... 47
  - 2.1.8 两侧有双曲线深缺口的无限大板的拉伸..... 48
  - 2.1.9 一侧有U形缺口的板条的拉伸..... 49
  - 2.1.10 一侧有U形缺口的半无限大板的拉伸..... 50
  - 2.1.11 两侧有U形缺口的板条的拉伸..... 51
  - 2.1.12 两侧有缺口的板条的拉伸..... 53
  - 2.1.13 两侧有V形缺口的板条的拉伸..... 56
  - 2.1.14 两侧有矩形缺口的板条的拉伸..... 57
  - 2.1.15 有半圆沟槽的圆杆的拉伸..... 58
  - 2.1.16 有U形沟槽的圆杆的拉伸..... 59
  - 2.1.17 有环状沟槽的圆杆的拉伸..... 60
  - 2.1.18 有矩形沟槽的圆杆的拉伸..... 63
  - 2.1.19 有双曲线深沟槽的回转体的拉伸..... 65
- 2.2 弯曲..... 66
  - 2.2.1 一侧有半圆缺口的板条的面内弯曲..... 66
  - 2.2.2 两侧有半圆缺口的板条的面内弯曲..... 67
  - 2.2.3 一侧有双曲线深缺口的半无限大板的面内弯曲..... 67
  - 2.2.4 两侧有双曲线深缺口的无限大板的面内弯曲..... 69
  - 2.2.5 一侧有U形缺口的板条的面内弯曲..... 69



|            |                        |            |
|------------|------------------------|------------|
| 2.2.6      | 一侧有多重U形缺口的板条的面内弯曲      | 70         |
| 2.2.7      | 两侧有U形缺口的板条的面内弯曲        | 71         |
| 2.2.8      | 两侧有缺口的板条的面内弯曲          | 72         |
| 2.2.9      | 一侧有V形缺口的板条的面内弯曲        | 75         |
| 2.2.10     | 两侧有矩形缺口的板条的面内弯曲        | 76         |
| 2.2.11     | 一侧有半圆缺口的半无限大薄板的横向弯曲    | 78         |
| 2.2.12     | 一侧有多重半圆缺口的半无限大薄板的横向弯曲  | 78         |
| 2.2.13     | 两侧有双曲线深缺口的无限大薄板的横向弯曲   | 79         |
| 2.2.14     | 两侧有缺口的薄板条的横向弯曲         | 79         |
| 2.2.15     | 一侧有V形或矩形缺口的半无限大薄板的横向弯曲 | 81         |
| 2.2.16     | 一侧有半椭圆缺口的半无限大薄板的横向弯曲   | 82         |
| 2.2.17     | 有双曲线深沟槽的回转体的弯曲         | 83         |
| 2.2.18     | 有U形沟槽的圆杆的弯曲            | 83         |
| 2.2.19     | 有环状沟槽的圆杆的弯曲            | 84         |
| 2.2.20     | 有矩形沟槽的圆杆的弯曲            | 87         |
| 2.2.21     | 一侧有底部为半椭圆缺口的梁的弯曲       | 89         |
| 2.3        | 扭转                     | 90         |
| 2.3.1      | 有多重半圆沟槽的圆轴的扭转          | 90         |
| 2.3.2      | 有双曲线深沟槽的回转体的扭转         | 91         |
| 2.3.3      | 有U形沟槽的圆轴的扭转            | 91         |
| 2.3.4      | 有环状沟槽的圆轴的扭转            | 92         |
| 2.3.5      | 有V形沟槽的圆轴的扭转            | 94         |
| 2.3.6      | 有缺口或沟槽的构件最大应力集中的几何关系   | 95         |
| 2.4        | 剪切                     | 96         |
| 2.4.1      | 两侧有双曲线深缺口的无限大板的剪切      | 96         |
| 2.4.2      | 有双曲线深沟槽的回转体的剪切         | 98         |
|            | 参考文献                   | 99         |
| <b>第三章</b> | <b>台肩</b>              | <b>102</b> |
| 3.1        | 拉伸                     | 102        |
| 3.1.1      | 两侧有圆角过渡台肩的板条的拉伸        | 102        |
| 3.1.2      | 两侧和左右均有圆角过渡台肩的板条的拉伸    | 103        |
| 3.1.3      | 上下表面有圆角过渡梯形台肩的无限大板的拉伸  | 105        |
| 3.1.4      | 有圆角过渡台肩的圆杆的拉伸          | 107        |
| 3.1.5      | 有圆角过渡台肩的空心圆杆的拉伸        | 107        |
| 3.1.6      | 周向有台肩的压力容器             | 108        |
| 3.2        | 弯曲                     | 109        |

|       |                     |     |
|-------|---------------------|-----|
| 3.2.1 | 两侧有圆角过渡台肩的板条的弯曲     | 109 |
| 3.2.2 | 两侧和左右均有圆角过渡台肩的板条的弯曲 | 110 |
| 3.2.3 | 两侧有椭圆角台肩的板条的弯曲      | 113 |
| 3.2.4 | 有圆角过渡台肩的圆杆的弯曲       | 114 |
| 3.3   | 扭转                  | 115 |
| 3.3.1 | 有圆角过渡台肩的圆轴的扭转       | 115 |
| 3.3.2 | 有圆角过渡台肩的空心圆轴的扭转     | 117 |
| 3.3.3 | 有双半径圆弧过渡台肩的圆轴的扭转    | 119 |
|       | 参考文献                | 122 |

## 第四章 孔 124

|        |                                        |     |
|--------|----------------------------------------|-----|
| 4.1    | 拉伸                                     | 124 |
| 4.1.1  | 有一个圆孔的无限大板的单向和双向拉伸(或压缩)                | 124 |
| 4.1.2  | 近板边有一个圆孔的半无限大板的拉伸                      | 125 |
| 4.1.3  | 近板边有一个圆孔的半无限大板孔内受均匀内压                  | 126 |
| 4.1.4  | 近板边有一个圆孔的半无限大板侧边受均匀压力                  | 126 |
| 4.1.5  | 有一个中心圆孔的有限宽板的拉伸                        | 127 |
| 4.1.6  | 有一个中心圆孔的有限大板的拉伸                        | 129 |
| 4.1.7  | 有一个偏心圆孔的板条的拉伸                          | 130 |
| 4.1.8  | 有一个圆孔的圆柱壳的拉伸                           | 131 |
| 4.1.9  | 有一个圆孔的圆柱壳受内压                           | 133 |
| 4.1.10 | 有一个椭圆孔的无限大板的双向拉伸(或压缩)                  | 134 |
| 4.1.11 | 近板边有一个椭圆孔的半无限大板的拉伸                     | 135 |
| 4.1.12 | 有一个椭圆孔的有限宽板的拉伸                         | 136 |
| 4.1.13 | 有一个圆孔或椭圆孔的球壳受内压                        | 137 |
| 4.1.14 | 有一个带圆角正方形孔的无限大板沿对角线方向的拉伸               | 138 |
| 4.1.15 | 有一个带圆角矩形孔(包括带圆角的正方形孔和卵圆孔)的无限大板的单向和双向拉伸 | 139 |
| 4.1.16 | 有一个带圆角矩形孔的板条的拉伸                        | 142 |
| 4.1.17 | 有一个两端为半圆的直长孔(卵圆孔,长轴垂直于板边)的板条的拉伸        | 144 |
| 4.1.18 | 有一个两端为半圆的直长孔(卵圆孔,长轴平行于板边)的板条的拉伸        | 144 |
| 4.1.19 | 直裂纹端有两个圆孔的无限大板沿垂直于裂纹方向的拉伸              | 146 |
| 4.1.20 | 有一个带半圆椭圆孔的无限大板和有限宽板的拉伸                 | 147 |

|        |                                         |     |
|--------|-----------------------------------------|-----|
| 4.1.21 | 有一个带圆角等边三角形孔的无限大板的单向和双向拉伸               | 149 |
| 4.1.22 | 有一个带圆角等边三角形孔的板条的拉伸                      | 150 |
| 4.1.23 | 有一个偏心圆孔的圆板或圆筒孔内受均匀内压                    | 151 |
| 4.1.24 | 有一个球洞的无限体的拉伸                            | 152 |
| 4.1.25 | 有一个球洞的半无限体的拉伸                           | 153 |
| 4.1.26 | 有一个表面球洞的半无限体的拉伸                         | 154 |
| 4.1.27 | 有一个椭球洞的无限体的拉伸                           | 155 |
| 4.1.28 | 有一个中心球洞的圆杆和无限大厚板的单向和双向拉伸                | 157 |
| 4.1.29 | 有一个横向圆孔的圆杆或圆管的拉伸                        | 159 |
| 4.1.30 | 有两个等直径圆孔的无限大板的单向和双向拉伸                   | 159 |
| 4.1.31 | 有两个等直径圆孔的无限大板在与两孔中心连线成 $45^\circ$ 方向的拉伸 | 164 |
| 4.1.32 | 有两个不等直径圆孔的无限大板的单向和双向拉伸                  | 164 |
| 4.1.33 | 有两个等直径圆孔的板条(圆孔中心连线垂直于板边)的拉伸             | 167 |
| 4.1.34 | 有两个等直径圆孔的板条(圆孔中心连线平行于板边)的拉伸             | 170 |
| 4.1.35 | 有三个等直径圆孔的无限大板的单向和双向拉伸                   | 170 |
| 4.1.36 | 有一排等直径圆孔的无限大板的单向和双向拉伸                   | 174 |
| 4.1.37 | 有两排等直径圆孔的无限大板的拉伸                        | 177 |
| 4.1.38 | 有多个按正方形排列的圆孔的无限大板的单向和双向拉伸               | 178 |
| 4.1.39 | 有多个按斜正方形排列的圆孔的无限大板的单向和双向拉伸              | 181 |
| 4.1.40 | 有多个按等边三角形排列的圆孔的无限大板的单向和双向拉伸(一)          | 184 |
| 4.1.41 | 有多个按等边三角形排列的圆孔的无限大板的单向和双向拉伸(二)          | 188 |
| 4.1.42 | 有六个按环形排列的圆孔的圆板沿径向作用集中力                  | 191 |
| 4.1.43 | 有一个或多个不同配置的圆孔的无限大板孔内受均匀内压               | 191 |
| 4.1.44 | 有三、四、七个按环形配置的圆孔的圆盘孔内受均匀内压               | 193 |
| 4.1.45 | 有三个等椭圆孔的无限大板的单向和双向拉伸                    | 194 |
| 4.1.46 | 有一排等椭圆孔的无限大板的拉伸                         | 200 |

|        |                                    |     |
|--------|------------------------------------|-----|
| 4.1.47 | 有两侧加强圆孔的无限大板的单向和双向拉伸               | 201 |
| 4.1.48 | 有两侧加强圆孔的有限宽板的拉伸                    | 205 |
| 4.1.49 | 有一侧加强圆孔的有限宽板的拉伸                    | 208 |
| 4.1.50 | 有两侧加强等边三角形孔的无限大板的拉伸                | 210 |
| 4.2    | 弯曲                                 | 212 |
| 4.2.1  | 有一个圆孔的无限大板的面内弯曲                    | 212 |
| 4.2.2  | 有一个圆孔的无限大板的横向弯曲                    | 212 |
| 4.2.3  | 有一个中心圆孔的有限宽板的面内弯曲                  | 213 |
| 4.2.4  | 有一个中心圆孔的有限宽板的横向弯曲                  | 214 |
| 4.2.5  | 有一个偏心圆孔的板条的面内弯曲                    | 215 |
| 4.2.6  | 有一个中心椭圆孔的有限宽板的面内弯曲                 | 217 |
| 4.2.7  | 有一个两端为半圆的直长孔(卵圆孔, 长轴垂直于板边)的板条的面内弯曲 | 218 |
| 4.2.8  | 有一个两端为半圆的直长孔(卵圆孔, 长轴平行于板边)的板条的面内弯曲 | 219 |
| 4.2.9  | 有一个带圆角矩形孔的板条的面内弯曲                  | 220 |
| 4.2.10 | 有一个横向圆孔的圆杆或圆管的弯曲                   | 222 |
| 4.2.11 | 有两个等直径圆孔的无限大板的面内弯曲                 | 223 |
| 4.3    | 剪切和扭转                              | 224 |
| 4.3.1  | 有一个圆孔的无限大板的剪切                      | 224 |
| 4.3.2  | 有一个中心圆孔的有限大板的剪切                    | 225 |
| 4.3.3  | 有一个椭圆孔的无限大板的剪切                     | 226 |
| 4.3.4  | 有一个带圆角矩形孔的无限大板的剪切                  | 227 |
| 4.3.5  | 有一个球洞的无限体的剪切                       | 228 |
| 4.3.6  | 有一个椭球洞的无限体的剪切                      | 229 |
| 4.3.7  | 有两个等直径圆孔的无限大板的剪切                   | 230 |
| 4.3.8  | 有一排等直径圆孔的无限大板的剪切                   | 231 |
| 4.3.9  | 有一个圆孔的无限大板的扭转                      | 232 |
| 4.3.10 | 有一个横向圆孔的圆杆或圆管的扭转                   | 232 |
|        | 参考文献                               | 234 |

## 第五章 典型工程元件 238

|       |                  |     |
|-------|------------------|-----|
| 5.1   | 带键槽的轴            | 238 |
| 5.1.1 | 带键槽轴的弯曲          | 238 |
| 5.1.2 | 带键槽轴的扭转          | 239 |
| 5.1.3 | 带键槽轴的弯曲和扭转       | 241 |
| 5.1.4 | 纵向有两个半圆槽的空心圆轴的扭转 | 242 |
| 5.2   | 花键轴              | 242 |
| 5.3   | 轮齿               | 243 |
| 5.4   | T形头构件            | 247 |
| 5.5   | 曲杆               | 251 |
| 5.6   | 螺旋弹簧             | 252 |

|                                  |     |                            |     |
|----------------------------------|-----|----------------------------|-----|
| 5.6.1 钢丝截面为圆形或方形的螺旋弹簧的拉伸或压缩..... | 252 | 5.12 圆筒 .....              | 264 |
| 5.6.2 钢丝截面为矩形的螺旋弹簧的拉伸或压缩.....    | 253 | 5.13 有准球形底的圆筒形容器 .....     | 265 |
| 5.6.3 螺旋弹簧的扭转.....               | 255 | 5.14 筒壁有小圆孔的厚壁圆筒 .....     | 266 |
| 5.7 曲轴.....                      | 256 | 5.15 耳片 .....              | 267 |
| 5.8 U形构件.....                    | 258 | 5.15.1 耳片的轴向拉伸 .....       | 267 |
| 5.9 角形和箱形截面梁.....                | 259 | 5.15.2 耳片的偏心拉伸 .....       | 269 |
| 5.10 有孔的旋转圆盘 .....               | 260 | 5.16 一侧有台肩平面的圆轴 .....      | 275 |
| 5.10.1 有中心孔的旋转圆盘 .....           | 260 | 5.16.1 一侧有台肩平面的圆轴的弯曲 ..... | 275 |
| 5.10.2 有偏心孔的旋转圆盘 .....           | 262 | 5.16.2 一侧有台肩平面的圆轴的扭转 ..... | 276 |
| 5.11 圆环或空心滚子 .....               | 263 | 参考文献 .....                 | 277 |



# 第一章 应力集中概述

## 1.1 应力集中的基本概念

### 1.1.1 应力集中与应力集中因素

在构件强度设计中所用的基本公式,一般只适用于等截面的情况。当构件有台阶、沟槽、孔、缺口时,在这些部位的近旁,由于截面的急剧变化,将产生局部的高应力,应力峰值远大于由基本公式算得的应力值。这种现象称为应力集中,引起应力集中的台阶、沟槽、孔和缺口等几何形体统称为应力集中因素。

例如,图 1.1 所示为有圆孔的板条拉伸时在孔边产生应力集中的情况,最大应力  $\sigma_{\max}$  约为截面上平均应力  $\sigma_n$  的 3 倍。图 1.2 所示为有缺口的板条拉伸时在缺口附近的应力分布情况,最大应力  $\sigma_{\max}$  约为截面上平均应力  $\sigma_n$  的 2 倍。值得指出的是,在距离这些局部区域稍远处,应力便迅速衰减。

由于应力线和磁力线在数学方程式上具有相似性,所以,象磁力线那样,可以利用应力线的近似模型来解释物体中几何不连续处的应力与变形情况。把应力线表示为在物体中穿行的一簇曲线,当遇到缺口或孔等几何形体时,它们被迫绕道而行,于是造成各线之间的间距减小,曲线密集,因而在这些地方出现了应力集中。

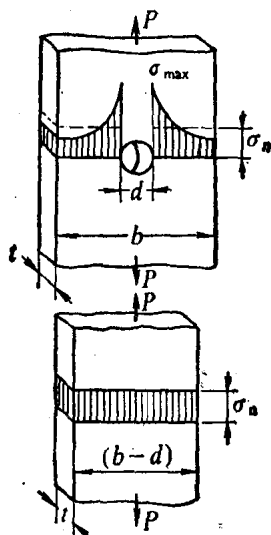


图 1.1

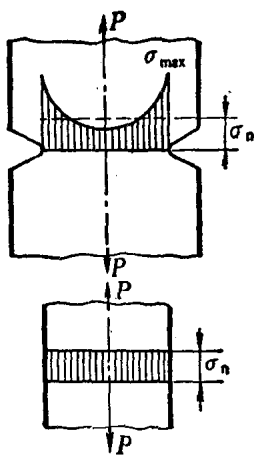


图 1.2

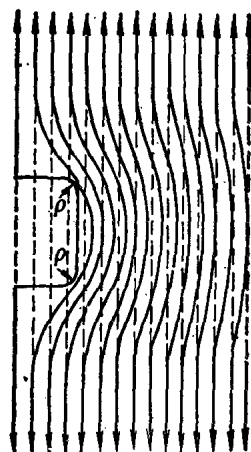


图 1.3

例如,图 1.3 表示有缺口的板条在拉伸时的局部应力线图。板条无缺口时,其应力分布显然是均匀的,图中用等距的应力线表示。板条有缺口时,在缺口附近原有的应力状态被扰乱了,一

部分应力线不可能再处在原来的位置,只能从缺口周围绕过,因而造成应力线局部密集,即导致应力集中。从图中看出,最密集的应力线在缺口拐角处,故最大应力出现在缺口拐角处,而不是在缺口边缘的中点,其值与拐角的曲率半径 $\rho$ 有关。

图 1.4 是板条缺口的底部各单元体变形情况的示意图,应力线可以看作是通过一排一排的单元体相互传递的。在缺口的底部,由于物体的几何不连续性,单元体被迫承担较大的力和出现较大的变形(如  $AB$ 、 $CD$  等)。而远离缺口的单元体变形将减小(如  $MN$ )。从图中还可以看出,由于  $AB$  的伸长,  $AC$  及  $BD$  也必然相应地伸长。这就表明,板条在轴向载荷作用下,不仅轴向会产生较大的应变,在横向也会产生较大的应变。

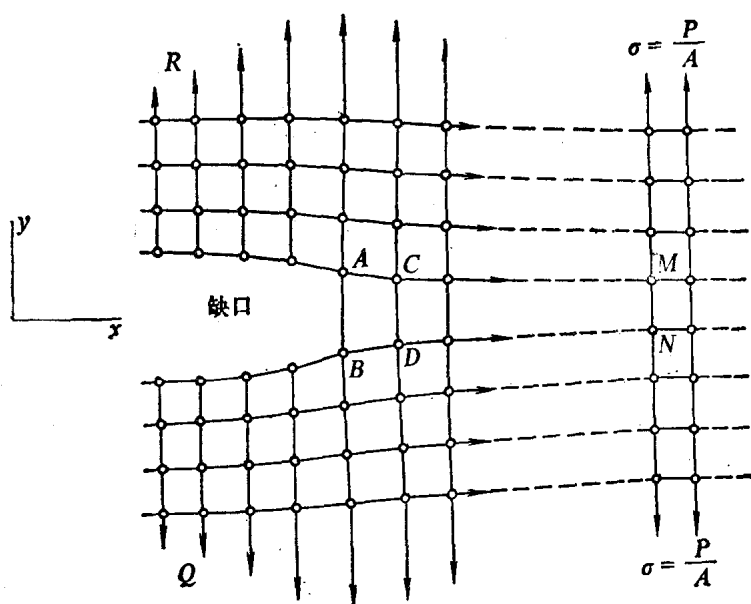


图 1.4

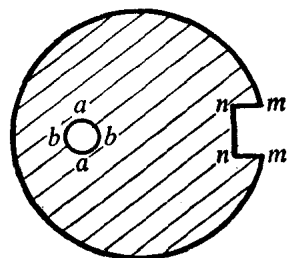


图 1.5

受扭圆轴上有圆孔或纵向槽时(图 1.5),可以用流体的动力比拟解释应力集中现象。因为等截面轴扭转问题的解与相同截面的柱形壳内等角速运动的理想液体的解是相似的,任一点的流体速度对应于受扭轴截面上相应点的剪应力,受扭轴截面上的圆孔相当于流体动力模型中同样尺寸的静止实心圆柱。由于这一圆柱的存在,其附近流体的速度会发生变化,前后点( $a$ 点)的速度为零,而两侧点( $b$ 点)的速度则提高了一倍,于是可知受扭轴圆孔边( $b$ 点)的剪应力提高了一倍。

对于圆轴上的键槽,由流体动力比拟可知,在外凸的尖角处( $m$ 点)流体的速度为零,在内凹的尖角处( $n$ 点)流体的速度在理论上为无限大,这意味着受扭圆轴在键槽底部的  $n$  点处将出现高度的应力集中。然而,若把键槽底部加工成圆角,应力集中现象便可得到缓和。

### 1.1.2 产生应力集中的其它因素

如前所述,构件截面的骤然变化是产生应力集中的主要原因。除此之外,还有其它一些因素也可能产生应力集中,它们是:

(1) 集中力。例如梁的支承点、火车车轮与钢轨的接触点、齿轮轮齿之间的接触点等。

(2) 材料本身的不连续性。钢材中的非金属杂质、混凝土中的气孔、木材中的树脂穴等,会使构件产生高度的应力集中。例如,铸铁构件中的夹砂与气孔是产生应力集中的根源,于是铸铁构件常取较大的安全系数。近年来,由于材料无损探伤技术的提高,可以精确测定杂质与气孔等缺陷的位置、形状及大小,所以有的学者建议,将无损探伤测得的材料缺陷的几何形体,作为构件中存在的应力集中因素来考虑,从而求得构件的应力集中系数。

(3) 构件在制造或装配过程中,由于强拉伸或冷加工而引起的残余应力;由于热处理而引起的残余应力;铸铁与混凝土因收缩而造成的残余应力及焊接加工的残余应力。这些残余应力叠加上工作应力后,有可能出现较大的应力集中。

(4) 构件中由于装配、焊接、冷加工、磨削等而产生的裂纹。

(5) 构件在加工或运输中的意外碰伤和刮痕。这可能会使高强度钢因应力集中而破损。

## 1.2 应力集中系数与基准应力

### 1.2.1 应力集中系数

如前所述,在构件截面急剧变化的部位,将出现应力集中。工程上用应力集中系数来表示应力增高的程度。

应力集中处最大应力值  $\sigma_{\max}$  与适当选取的基准应力  $\sigma_n$  之比,定义为理论应力集中系数(简称应力集中系数)。本书用符号  $\alpha_\sigma$  和  $\alpha_\tau$  表示应力集中系数,即

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}, \quad \alpha_\tau = \frac{\tau_{\max}}{\tau_n} \quad (1.1)$$

由上式可知,应力集中系数是两个应力的比值,它是一个无量纲数,并且大于1。由于应力集中系数通常只取决于构件的形状,因而有时把它叫做“形状系数”。

公式(1.1)中的  $\sigma_{\max}$  与  $\tau_{\max}$ , 表示构件在载荷作用下客观存在的最大应力,可根据弹性力学的理论或有限元法计算得到,也可根据光弹性实验或其它实验应力分析方法测定。

公式(1.1)中的  $\sigma_n$  与  $\tau_n$  称为基准应力或名义应力。基准应力是人为规定的应力比的基准,其取值方式不是唯一的。基准应力不一定存在于真实的构件中。要正确使用应力集中系数资料,首先必须明确基准应力。

### 1.2.2 基准应力

首先,用两个实例来说明基准应力的取值方式。

图 1.6 表示厚度为  $t$ 、宽度为  $B$  的板条, 在中心线上有一直径为  $d$  的圆孔。当板条拉伸时,  $\sigma_{\max}$  发生在最小截面  $y-y$  上圆孔边缘的  $A$  点。基准应力有以下两种取值方式:

(1) 取远离圆孔处截面上的应力  $\sigma_0$  作为基准应力, 即  $\sigma_n = \sigma_0 = \frac{P}{Bt}$ 。此时, 应力集中系数为

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} = \frac{\sigma_{\max} B t}{P} \quad (a)$$

(2) 在扣除圆孔的截面  $y-y$  上, 假设应力是均匀分布的, 即取最小截面上的平均应力作为基准应力, 也即  $\sigma_n = \frac{P}{(B-d)t}$ 。此时, 应力集中系数为

$$\alpha'_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} = \frac{\sigma_{\max} (B-d) t}{P} \quad (b)$$

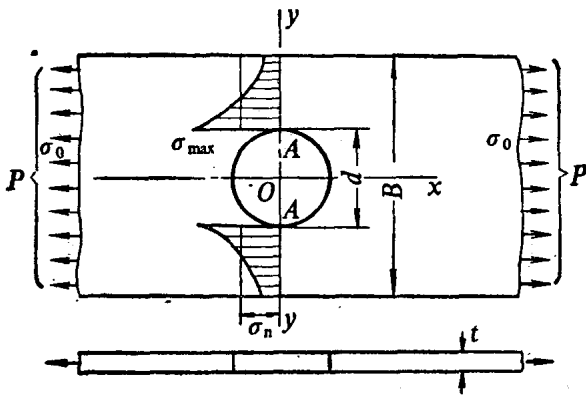


图 1.6

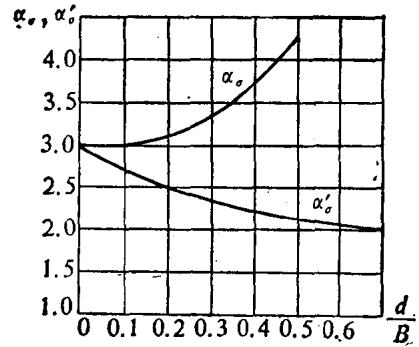


图 1.7

上述两种应力集中系数都可以用来表示有圆孔的板条拉伸时的应力集中程度。一般来讲,  $\alpha_\sigma$  与  $\alpha'_\sigma$  并不相等, 只有当  $d$  趋于无限小时, 两者才都等于 3。图 1.7 所示为根据 (a)、(b) 式画出的  $\alpha_\sigma$ 、 $\alpha'_\sigma$  与  $\frac{d}{B}$  之间的关系曲线。随着  $\frac{d}{B}$  的增大,  $\alpha_\sigma$  也增大, 当  $\frac{d}{B} \rightarrow 1$  时,  $\alpha_\sigma$  趋于无穷大。而  $\alpha'_\sigma$  则恰恰相反, 随着  $\frac{d}{B}$  的增大,  $\alpha'_\sigma$  反而减小, 当  $\frac{d}{B} \rightarrow 1$  时,  $\alpha'_\sigma$  下降到 2.0。

比较这两种基准应力的取值方式可以看出,  $\alpha'_\sigma$  在各种比值  $d/B$  下都是有限值, 故一般采用  $\alpha'_\sigma$  较好。特别是在疲劳强度分析中, 只有用  $\alpha'_\sigma$  才能正确地求出应力梯度。然而如果仅要求出最大应力值, 则采用  $\alpha_\sigma$  比较简便。

第二个例子如图 1.8 所示。直径为  $D$  的圆轴有环状沟槽, 槽深为  $h$ , 槽底的曲率半径为  $\rho$ 。当圆轴承受扭转力矩  $T$  时, 最小截面上的剪应力分布如图 1.8 所示, 剪应力沿径向呈曲线变化, 最大剪应力在槽底  $A$  点。基准应力有以下三种取值方式:

(1) 在远离沟槽的  $y'-y'$  截面上取值。由于沟槽的存在对此处已无影响, 故剪应力沿径向按直线变化, 取此截面上的最大剪应力作为基准应力, 即

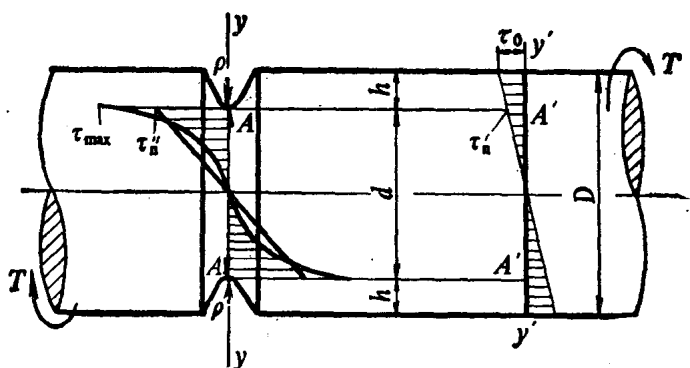


图 1.8

$$\tau_n = \tau_0 = \frac{16T}{\pi D^3} \quad (c)$$

(2) 仍在远离沟槽的  $y'-y'$  截面上取值, 但取值点不在圆轴的外表面上, 而在相当于槽底出现最大剪应力的点处, 即以距轴线为  $\frac{d}{2} \left( = \frac{D}{2} - h \right)$  的  $A'$  点的剪应力作为基准应力。由材料力学公式可得

$$\tau'_n = \frac{16Td}{\pi D^4} \quad (d)$$

(3) 在最小截面上取值, 但不考虑沟槽的影响。即假设有一直径为  $d$  的光滑圆轴, 以此圆轴表面的剪应力作为基准应力, 也即

$$\tau''_n = \frac{16T}{\pi d^3}$$

构件中实际上并不存在这一应力, 但这种取值方式简便, 应用较多。

由以上二例可以看出, 基准应力的取值方式大致分为三种:

(1) 假设构成应力集中的因素(如圆孔、缺口、沟槽等)不存在, 以构件未减小的截面上的应力作为基准应力。

(2) 以构件应力集中处的最小截面上的平均应力或根据材料力学求得的应力作为基准应力。

(3) 在远离应力集中的截面上, 取相应点的应力作为基准应力。

若把上面介绍的基准应力的不同取值方式统一起来, 便会带来使用上的不便。本书在介绍应力集中系数的资料时, 所采用的基准应力一般都选用了最方便的一种形式, 对于基准应力的取值方式都有注明, 有时还同时介绍根据几种不同的基准应力求得的应力集中系数, 以供读者选用。

总之, 基准应力有各种各样的取值方式, 取值方式不同, 应力集中系数值也不同。读者在使用应力集中系数资料时, 首先必须明确基准应力是如何定义的。

### 1.2.3 应力集中系数的普遍意义

一般而言, 应力集中系数是指应力集中区域的最大应力与基准应力之比。然而, 在研究较复杂的应力集中问题时, 需要知道应力集中区域内某点应力的增高情况, 而此点的应力不一定是最大应力。我们把应力集中区域内某点的应力与基准应力之比, 称为该点的应力集中系数, 用它来表示该点应力的增高程度。

在研究三维物体的应力集中时, 即使对一点而言, 沿不同方向应力集中的程度也不尽相同。此时, 对同一点可以提出两个甚至三个不同方向的应力集中系数。例如, 图 1.9 所示的带沟槽的受拉圆杆, 对于槽底的某点可以分别写出沿轴向和环向的应力集中系数为

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_n}, \quad \alpha_{\sigma_{\theta}} = \frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_n}$$

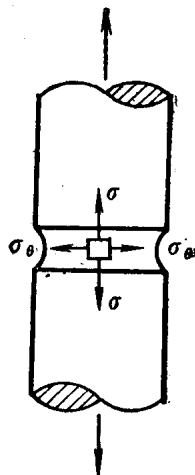


图 1.9

## 1.3 平面问题中的应力集中与空间问题中的应力集中

### 1.3.1 平面问题中的应力集中

图 1.10a 所示的平板在  $x-y$  平面内的尺寸比  $z$  方向的厚度大很多, 当沿平板厚度有均匀分布的力作用时, 应力分量  $\sigma_z$ 、 $\tau_{xz}$  和  $\tau_{yz}$  均为零, 应力分量  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  和  $\tau_{xy}$  沿厚度不变, 这种情况称为平面应力问题。图 1.10b 所示的构件在  $z$  方向的长度比  $x-y$  平面内的尺寸大很多, 当  $y-z$  平面内作用有沿  $z$  方向不变的外力时, 可认为构件中部的轴向位移等于零, 这种情况称为平面应变问题。平面应力问题与平面应变问题统称为平面问题。

由弹性理论可知, 对于平面问题中的应力集中问题, 应力分布只决定于构件的形状以及边界上的载荷条件, 而与材料的弹性常数无关。于是在实验应力分析中, 利用力学性质不同的材料制作模型, 以代替真实构件进行应力分析, 对于平面问题是精确的。

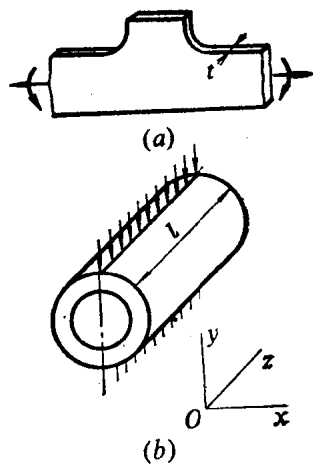


图 1.10

### 1.3.2 空间问题中的应力集中

对于空间问题, 不同的构件即使形状与载荷条件相同, 只要材料不同, 应力分布及应力集中系数也将不同。故在讨论空间问题的应力集中时, 应注意材料弹性常数的影响。

例如, 图 1.11a 所示的有双曲线沟槽的受拉回转体, 在最小截面的边缘有最大轴向应力  $\sigma_{x\max}$ , 由理论计算求得轴向的应力集中系数为

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{x\max}}{\sigma_n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{\rho} + 2\nu C + 2\right)} \left[ \frac{a}{\rho} C + (0.5 + \nu) \frac{a}{\rho} + 1 + (1 + \nu)(C + 1) \right]$$

同样, 在最小截面的边缘有最大环向应力  $\sigma_{\theta\max}$ ,  
环向应力集中系数为

$$\alpha_{\sigma_{\theta}} = \frac{\sigma_{\theta\max}}{\sigma_n} = \frac{\frac{a}{\rho}}{\left(\frac{a}{\rho} + 2\nu C + 2\right)} (\nu C + 0.5)$$

式中, 基准应力  $\sigma_n = \frac{P}{\pi a^2}$ ,  $C = \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}$ 。

由此可见, 空间问题的应力集中系数随构件材料的泊松比  $\nu$  而异。表 1.1 给出了有双曲线沟槽的受拉回转体当  $\frac{a}{\rho} = 8.0$  时, 不同材料对应的应力集中系数。随着  $\nu$  值的增大,  $\alpha_{\sigma}$  稍有下降, 而  $\alpha_{\sigma_{\theta}}$  显著增大。这就是说,  $\alpha_{\sigma}$  虽然绝对值较大, 但  $\nu$  对它的影响不大; 而  $\alpha_{\sigma_{\theta}}$  虽然绝对值较小, 但  $\nu$  对它的影响较大。

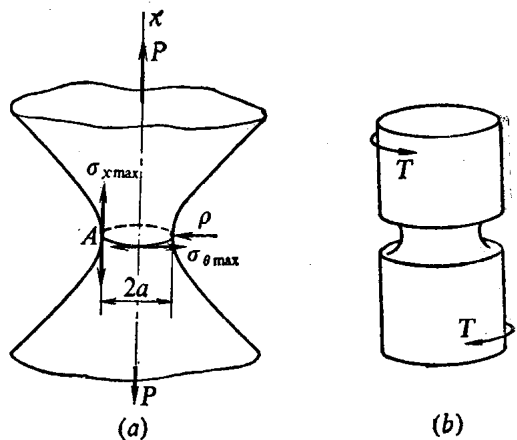


图 1.11

表 1.1

| $\nu$                      | 0.5  | 0.45 | 0.4  | 0.35 | 0.3  | 0.25 | 0.2  |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\alpha_{\sigma}$          | 3.00 | 3.02 | 3.05 | 3.07 | 3.10 | 3.13 | 3.16 |
| $\alpha_{\sigma_{\theta}}$ | 1.23 | 1.17 | 1.10 | 1.03 | 0.95 | 0.87 | 0.79 |

然而, 对于图 1.11b 所示的有环状沟槽的受扭圆轴, 材料泊松比  $\nu$  的变化并不影响其应力集中系数。这是因为扭转时产生的剪应变不引起体积变化, 换言之, 这时的横截面面积不变化。

### 1.3.3 平面问题与轴对称问题的关系

如图 1.12 所示, 轴对称回转体的应力分布和形状与其中心纵截面相同的平板的应力分布有一定的相似性, 如果能找到两者之间的关系, 则回转体的应力集中问题就可以通过较简单的平板来求解。

现在用  $\alpha_3$  表示轴对称问题的应力集中系数,  $\alpha_2$  表示形状与轴对称回转体的中心纵截面相同的平板的应力集中系数。下面介绍几种不同情况下  $\alpha_2$  与  $\alpha_3$  之间的关系。

#### (1) 应力集中因素远离中心轴

在图 1.12 所示的构件上, 应力集中因素的位置都远离中心轴, 而且应力集中因素的尺寸比构件的横向尺寸小很多。这时, 应力集中对中心轴附近的应力状态不再起作用, 材料的泊松比  $\nu$



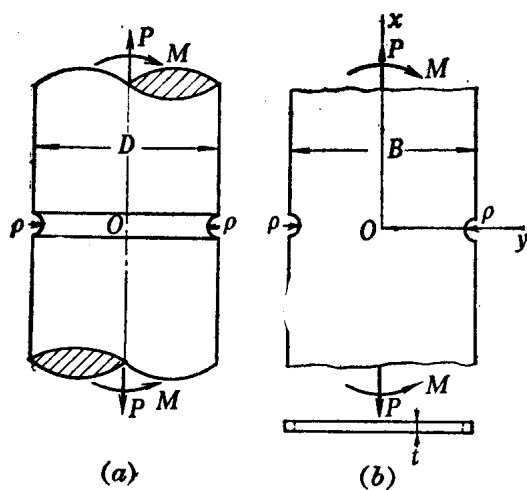


图 1.12

对  $\alpha_3$  的影响可以忽略不计。于是，轴对称问题的应力  $\sigma_x$ 、 $\sigma_r$ 、 $\tau_{xr}$  的分布分别与平面问题的应力  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ 、 $\tau_{xy}$  的分布大致相同，故可以认为两种情况下的应力集中系数相等，即  $\alpha_3 = \alpha_2$ 。

### (2) 浅沟槽与浅台肩

对于图 1.13 所示的有较浅沟槽的回转体和图 1.14 所示的有较小台肩的回转体，应力集中系数可用下面的经验公式得到：

$$\left(1 + \frac{2h}{d}\right) \alpha_3 - \alpha_2 = \frac{h}{d} \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{\rho}}\right) \quad (1.2)$$

式中， $\rho$  表示沟槽底部的曲率半径或台肩过渡圆角的曲率半径， $h$  表示沟槽的深度或台肩的高度。式(1.2)可应用于拉伸(压缩)和弯曲等载荷形式，适用范围为  $\frac{2h}{d} = 0 \sim 1.5$ 。

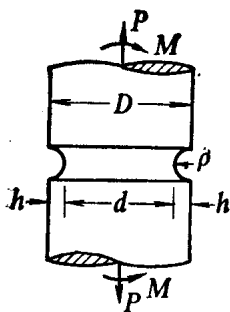


图 1.13

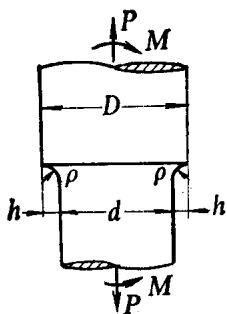


图 1.14

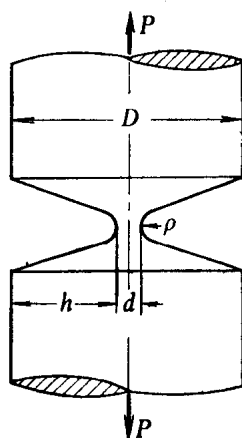


图 1.15

### (3) 深沟槽

图 1.15 所示的有双曲线沟槽的受拉回转体，最小截面的直径比沟槽的深度小。此时，应力

集中系数  $\alpha_3$  与  $\alpha_2$  有以下的近似关系式:  $\alpha_3 = 0.75\alpha_2 + 0.25$

(1.3)

上式不仅适用于拉伸与压缩, 同样也适用于弯曲与剪切, 只是后者的误差稍大。

## 1.4 应力集中的扩散

### 1.4.1 应力集中的扩散

图 1.16a 所示为一受压短柱, 在两端集中力的作用点附近, 将产生很大的应力和应变。由图 1.16b 可见, 即便是在距离端面为  $\frac{b}{4}$  的截面上, 最大应力也是平均应力的 2.575 倍。随着距离的增加, 应力集中趋于缓和。在距离端面为  $b$  的截面上, 应力已基本均匀分布(图 1.16d)。

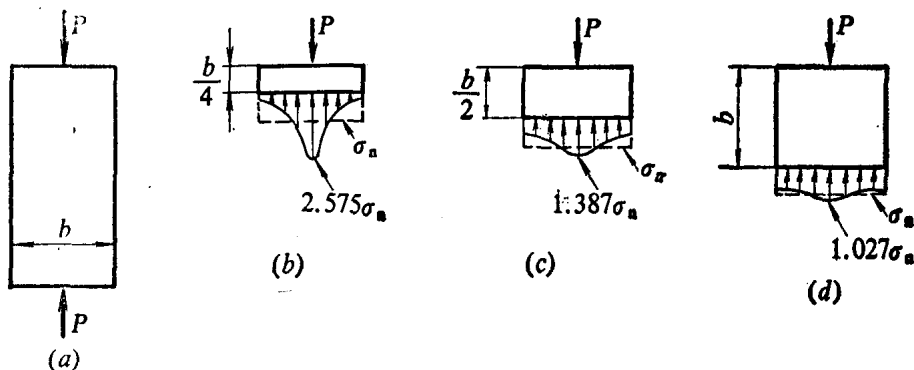


图 1.16

由于本书主要讨论构件上的孔、缺口、台肩等所产生的应力集中, 所以为了排除载荷作用的影响, 无论对于轴、板条还是无限大平板, 都认为载荷的作用点远离所研究的应力集中因素。

图 1.17 表示有 V 形缺口的受拉板条在最小截面上的应力分布情况。可以看到, 缺口底部的应力最大, 离缺口底部稍远处, 应力即趋于均匀分布。

图 1.18 所示为有缺口的梁在弯曲时的等色线图。我们知道, 无缺口纯弯梁的等色线是一簇等距平行线。当梁有缺口时, 从图中看出, 缺口附近的等色线不再是等距平行线。这就表明, 由于缺口的存在, 应力被扰乱了。但在远离缺口的地方, 应力分布即恢复正常。

总而言之, 如果构件存在应力集中因素, 则将扰乱原来的应力分布, 出现局部高应力区。这种扰乱以应力集中因素为中心向外扩散, 距离愈远, 影响愈小, 即应力的扰乱仅出现在比较小的局部范围内。这就是圣维南原理在应力集中问题上的表述。

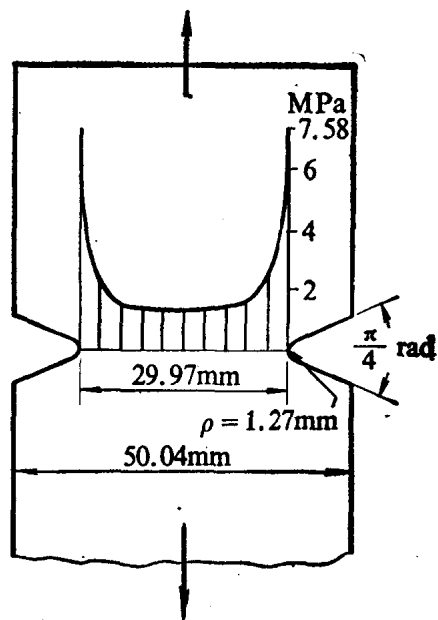


图 1.17