

全国高等教育自学考试  
财经类专业

高等数学（二）  
**概率论与数理统计同步练习册**

全国高等教育自学考试指导委员会组编

徐诚浩 姚慕生 张万国 编

辽宁大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学 2, 线性代数、概率统计/姚慕生, 徐诚浩等编. - 沈阳: 辽宁大学出版社, 2002. 1

ISBN 7-5610-4043-1

I. 高… II. ①姚…②徐… III. ①高等数学-高等教育-自学考试-习题②线性代数-高等教育-自学考试-习题③概率论-高等教育-自学考试-习题④数理统计-高等教育-自学考试-习题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 33670 号

辽宁大学出版社出版

网址: <http://www.lnupress.com.cn>

Email: [mailer@lnupress.com.cn](mailto:mailer@lnupress.com.cn)

(沈阳市皇姑区崇山中路 66 号 邮政编码 110036)

---

开本: 880 毫米 × 1230 毫米 1/32 字数: 239 千字 印张: 8.125

丹东日报印刷厂印刷

印数: 5001 - 15000 册

2002 年 1 月第 2 版

2002 年 1 月第 2 次印刷

---

责任编辑: 李红舸

封面设计: 刘桂湘

责任校对: 郑 宾

---

定价: 10.00 元

**版权所有 翻印必究**

如有质量问题请与当地图书供应部门联系调换。

## 组编前言

《高等数学（二）》是全国高等教育自学考试财经管理工程类专业中难度较高的一门课程，它实际上是线性代数、概率论基础和数理统计初步的三合一课程。它的《第二分册·概率统计》的特点是：求概率难，套公式繁，且在每份全国统考试卷中它占59%的分数。因此，自考生非常需要一本有利于掌握基本内容，并能提高应试能力的助考指导书。

本书是按照国家自学考试委员会颁布的《高等数学（二）自学考试大纲》的要求，在研究分析了本课程自开考以来的历年试题中所显示出来的知识点分布及其深度的基础上，结合编者多年讲授这门课程的教学实践，编写而成的，具有较大的针对性、实用性和指导性，谅能对自考生有所帮助。

本书以“题”为主，全书有169道例题，79道练习题和190道试题，共计438道题目。在本书中将通过例题化解基本内容（特别是各种概念）中的难点，重点是介绍公式的应用和演示方法的操作。叙述力求简洁通俗易懂，对每道练习题都附有简要解题步骤和答案，对每道试题都作分析讲解。鉴于自考生的实际情况和客观条件，确实需要大量例题和试题讲解供阅读之用，但学数学必须要做足够的练习题，而且要在掌握有关理论和方法的前提下，独立完成，光看不做是收效甚微的，务必要坚持先做后看的自测方法，所附答案仅供查对之用。

必须要提请考生注意的是，学习的重点应放在对基本概念和重点内容的正确理解和熟练运用上，善于对各种概念和命题举出正例和反例。解题的熟练和技巧主要来源于对概念的透彻理解，忽视概念而一味追求漂亮的解题技巧是一种华而不实的学习方法。另外，盲目地阅读大量题解而忽视对概念的理解和自测训练，这种本末倒置的学习方

法必将导致被题海所困的境地。题目看了不少，但稍有变化，仍束手无策。每个人的精力和时间是非常有限的，但题目却是无限的。面对广袤题海常会因产生急躁恐惧心理而丧失学习信心，这是编者所不愿看到的辅导书可能产生的负面影响。正像没有必要熟记一本词典中每一个词语一样，也未必要求读者会做本书中的每一道题目。应该根据自身情况择其所需、及其所能。打\*的题目稍具难度，仅仅是为了扩展思路而设。要以掌握基本内容为主，就是在各章中首列的内容提要，其中包括基本概念、结论与公式。解题必须要学会举一反三，析出并记住解题思路，不能死记硬背、机械地生搬硬套。

本书分为三大部分。第一部分是内容提要、例题与练习题，第二部分是最新的五份统考试题及其讲解，第三部分是五份模拟试卷（附讲解），其中题目基本上取于1998年以前的历年统考试题。对历年统考试卷中的错误和不妥之处，本书在引用时都予以改正。

辽宁大学出版社组织编写并出版这套自学考试丛书，确实是做了一件好事，对此表示感谢。编者虽已尽力而为，但限于水平和能力，难免有不理想甚至错误之处，恳请同行与读者批评指正。

# 目 录

## 第一部分 内容提要、例题与练习题

<b>第一章 随机事件及其概率计算</b> .....	3
内容提要.....	3
本章基本要求和考点.....	7
例题分析与精讲.....	8
练习题 .....	27
练习题答案 .....	30
<b>第二章 随机变量及其分布函数</b> .....	37
内容提要 .....	37
本章基本要求和考点 .....	43
例题分析与精讲 .....	44
练习题 .....	72
练习题答案 .....	75
<b>第三章 抽样理论</b> .....	83
内容提要 .....	83
本章基本要求和考点 .....	86
例题分析与精讲 .....	87
练习题 .....	93
练习题答案 .....	94
<b>第四章 参数估计</b> .....	96
内容提要 .....	96
本章基本要求和考点.....	102

例题分析与精讲	102
练习题	120
练习题答案	122
<b>第五章 假设检验</b>	127
内容提要	127
本章基本要求和考点	130
例题分析与精讲	131
练习题	149
练习题答案	152
<b>第六章 回归分析与预测</b>	157
内容提要	157
本章基本要求和考点	161
例题分析与精讲	161
练习题	170
练习题答案	171

## 第二部分 历年试题讲解

<b>1998 年上半年</b>	175
<b>1998 年下半年</b>	181
<b>1999 年上半年</b>	188
<b>1999 年下半年</b>	194
<b>2000 年上半年</b>	200

## 第三部分 模拟试题与讲解

<b>一 模拟试题（共五套）</b>	211
<b>二 模拟试题讲解</b>	230

# 第一部分

## 内容提要、例题与练习题





# 第一章 随机事件及其概率计算

## 内容提要

### 一、随机事件及其运算

随机试验  $E$  必确定一个样本空间  $\Omega$ , 它由所有的样本点(不可再分的试验结果, 又称为基本事件)所组成.  $\Omega$  的子集  $A$  称为随机事件,  $A$  发生当且仅当  $A$  中有某个样本点发生. 空集  $\emptyset$  称为不可能事件,  $\Omega$  本身称为必然事件.

常用的事件运算有以下四种:

$$A \cup B, A \cap B = AB, A - B, \bar{A} = \Omega - A$$

分别称为并, 交(积), 差和补运算, 它们与集合运算遵循相同的运算律:

交换律  $A \cup B = B \cup A, AB = BA.$

结合律  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (AB)C = A(BC).$

分配律  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C),$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C).$$

吸收律  $(A \cup B) \cap A = A, (A \cap B) \cup A = A.$

对偶律  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

$A$  与  $B$  互斥(互不相容)  $\Leftrightarrow AB = \emptyset.$

$A$  与  $B$  对立(互补, 互逆)  $\Leftrightarrow A = \bar{B} \Leftrightarrow \bar{A} = B \Leftrightarrow$

$$A \cup B = \Omega \quad \text{且} \quad A \cap B = \emptyset$$

当  $A$  与  $B$  对立时,  $A$  与  $B$  必互斥, 反之不然! 样本点必两两互斥.

常用求差公式:  $A\bar{B} = A - AB = A - B$

## 二、概率

取定某个样本空间  $\Omega$ . 由  $\Omega$  的子集(包括  $\emptyset$  和  $\Omega$ ) 组成的集合称为  $\Omega$  的**幂集**. 如果定义在  $\Omega$  的幂集上的实值函数  $P(A)$  具有以下三条性质:

(1) 非负性: 对任一随机事件  $A \subset \Omega$  都有  $P(A) \geq 0$ ,

(2) 规范性:  $P(\Omega) = 1$ ,

(3) 可列可加性: 当  $\Omega$  的子集序列  $A_1, A_2, \dots$  (有限或可列无限序列) 中各子集两两互斥时, 有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

则称  $P(A)$  是一个**概率函数**, 值  $P(A)$  称为随机事件  $A$  的**概率**. 常用的概率函数有古典概率、几何概率和统计概率.

**古典概率模型**的特征是,  $\Omega$  为有限集, 且各个样本点等可能出现. 对应的概率函数为

$$P(A) = \frac{A \text{ 中样本点个数}}{\Omega \text{ 中样本点个数}} = \frac{M}{N}$$

**注意:** 对古典概率来说, 有  $P(A) = 0 \Leftrightarrow A = \emptyset$ ,  $P(A) = 1 \Leftrightarrow A = \Omega$ . 但对一般概率函数来说, 当  $P(A) = 0$  时, 未必有  $A = \emptyset$ ; 当  $P(A) = 1$  时, 未必有  $A = \Omega$ . 这一点常被初学者所疏忽!

**条件概率.** 设  $A$  和  $B$  是  $\Omega$  中两个事件, 当  $P(B) > 0$  时, 在已知  $B$  已发生的前提下,  $A$  发生的概率称为**条件概率**, 其计算公式为

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

## 三、常用概率公式

1. **对立公式.**  $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ . 当  $P(B) > 0$  时, 有

$$P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$$

2. **求和公式.**  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ .

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$

3. **求差公式.**  $P(A\bar{B}) = P(A - B) = P(A) - P(AB)$ .

当  $A \supset B$  时,  $P(A\bar{B}) = P(A) - P(B)$ .

4. **乘法公式.** 当  $P(A) > 0$  时,  $P(AB) = P(A)P(B|A)$ .

当  $P(AB) > 0$  时, 必有  $P(A) \geq P(AB) > 0$ , 于是

$$P(ABC) = P(A)P(B|A)P(C|AB)$$

一般地, 当  $P(A_1A_2\cdots A_{n-1}) > 0$  时, 有

$$P(A_1A_2\cdots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots \\ \times P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$$

此公式在摸奖概型中常用.

5. 若  $A_1, A_2, \dots, A_n$  构成  $\Omega$  的划分(剖分, 分割, 完备事件组), 即

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^n A_i \quad A_i \cap A_j = \emptyset, \quad \forall i \neq j$$

且所有  $P(A_i) > 0$ , 则对任一  $B \subset \Omega$ , 有**全概率公式**

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$$

常用公式: 当  $0 < P(A) < 1$  时

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})$$

且对任  $-1 \leq i \leq n$ , 有**贝叶斯公式**

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_iB)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)}$$

#### 四、事件独立性

事件  $A$  与  $B$  独立  $\Leftrightarrow P(AB) = P(A)P(B) \Leftrightarrow P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B)$   
 $\Leftrightarrow P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) \Leftrightarrow P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B})$ .

当  $P(B) > 0$  时,  $A$  与  $B$  独立  $\Leftrightarrow P(A|B) = P(A)$ .

事件组  $A_1, A_2, \dots, A_n$  相互独立  $\Leftrightarrow$  对任意

$$1 \leq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leq n, \quad k = 2, 3, \dots, n$$

都有

$$P(A_{i_1}A_{i_2}\cdots A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2})\cdots P(A_{i_k})$$

这里共有  $C_n^2 + C_n^3 + \cdots + C_n^n = (1+1)^n - C_n^1 - C_n^0 = 2^n - n - 1$  个  
概率分解式.

**注意:** 当  $P(A) > 0, P(B) > 0$  时,  $A$  与  $B$  互斥就不可能独立, 因为

此时必有  $P(A)P(B) > 0 = P(AB)$ .  $A$  与  $B$  独立就不可能互斥, 因为此时由  $P(AB) = P(A)P(B) > 0$  知  $AB \neq \emptyset$ .

$\Omega$  和  $\emptyset$  与任何事件  $A$  都独立,  $\Omega$  与  $\emptyset$  独立.

相互独立事件组必两两独立, 反之不然!

当事件组  $A_1, A_2, \dots, A_n$  相互独立时, 有简便计算公式

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_n) = 1 - P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) \dots P(\bar{A}_n)$$

## 五、几个常见的概率模型

### 1. 抽取模型、装袋模型、生日模型

把  $n$  种零件按种类分成  $n$  堆, 从中可重复地随机抽取  $p$  个, 则取法总数为重复选排列数  $N = n^p$ . 在取出的  $p$  个零件中没有两个同种(记为事件  $A$ ) 的个数为不重复选排列数

$$M = A_n^p = n(n-1)\dots(n-p+1) = C_n^p \times p!$$

故由古典概率计算公式知

$$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{A_n^p}{n^p}$$

它也是把  $p$  只不同颜色的球可重复地随机放入  $n$  只袋中, 确保无球共袋的概率.

### 2. 摸奖模型、钥匙开门模型

$n$  个人顺序抽签摸一张奖券, 或已知在  $n$  把钥匙中只有一把能打开某扇门而逐把试开. 记

$$A_i = \{\text{第 } i \text{ 个人中奖}\} \text{ 或 } A_i = \{\text{第 } i \text{ 把钥匙打开门}\}$$

则有如下概率公式

$$P(A_k) = P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{k-1} A_k) = \frac{1}{n}, \quad 1 \leq k \leq n$$

$$P(A_k | \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{k-1}) = \frac{1}{n - (k-1)}, \quad 2 \leq k \leq n$$

前一式说明, 任何一个人中奖概率都为  $\frac{1}{n}$ , 与摸取顺序无关, 后一式说明, 当前  $k-1$  个人都未中奖时, 第  $k$  个人是在剩下的  $n - (k-1)$  张签

中摸取,中奖概率显然为 $\frac{1}{n - (k - 1)}$ .

### 3. 电路模型、流水线生产模型

设  $A_1, A_2, \dots, A_n$  是相互独立工作的  $n$  个元件,每个元件正常工作的概率同为  $r$ ,则串联电路正常工作的概率为

$$\prod_{i=1}^n P(A_i) = r^n$$

并联电路正常工作的概率为

$$1 - \prod_{i=1}^n P(\bar{A}_i) = 1 - (1 - r)^n$$

对  $n$  用归纳法可证,当  $0 < r < 1, n \geq 2$  时,必有

$$1 - (1 - r)^n > r^n$$

## 本章基本要求和考点

本章和第二章(随机变量及其分布函数)是全书的重点内容,里面引进了一系列有关概率的基本概念和公式,是后续内容的理论基础和有力工具.因而,在这两章中集中了大量考题.读者务必要透彻理解各种概念的确切含义,相关概念之间的联系与区别,熟练运用各种公式计算有关概率.本章要点如下

一、事件运算律 弄清事件互斥、对立与独立之间的联系与区别,正确运用事件运算律,特别是有限事件组的对偶律和求差公式.正确运用描述事件运算的 *Venn* 图.

二、概率的三条基本性质 古典概率计算公式中的难点在于如何确定有利于事件  $A$  的样本点个数  $M$ .条件概率与事件的独立性.

三、常用概率计算公式(注意成立条件),重点是两个对立公式、求和公式、乘法公式和全概率公式.特别是  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$  能收到化难为易的奇效,难点是如何设定有关事件能使计算更简单.

## 例题分析与精讲

### 一、事件表示及其运算

1.1 设  $A$  和  $B$  分别表示甲和乙射中目标, 则  $AB$  表示两人都射中,  $A \cup B = \overline{AB} \cup \overline{AB} \cup AB$  表示至少有一人射中,  $\overline{A \overline{B}} = \overline{A \cup B}$  表示两人都未射中. 两人没有都射中, 即至少有一人未射中的表示法是

$$\overline{AB} = \overline{A} \cup \overline{B} = \overline{AB} \cup \overline{AB} \cup \overline{A \overline{B}}$$

[分析] 弄清两人都未射中与两人未都射中的区别.

1.2 在某系的学生中任选一名学生.  $A = \{\text{选出的是男生}\}$ ,  $B = \{\text{选出的是三年级学生}\}$ ,  $C = \{\text{选出的是运动员}\}$ , 则

(1)  $ABC$  表示选出的是三年级男生, 但不是运动员.

(2)  $ABC = C \Leftrightarrow C \subset AB$ , 即运动员都是三年级男生.

(3)  $C \subset B$  表示运动员都是三年级学生.

(4)  $\overline{A} = B$  表示三年级由全系女同学组成.

1.3 设  $A, B, C$  是同一样本空间  $\Omega$  中的三个事件, 则其中

(1) 至少发生一个的事件为  $A \cup B \cup C$ .

(2) 恰有一个发生的事件为  $\overline{ABC} \cup \overline{ABC} \cup \overline{ABC}$ .

(3) 最多发生一个的事件为

$$\overline{ABC} \cup \overline{ABC} \cup \overline{ABC} \cup \overline{ABC} = \overline{BC} \cup \overline{AC} \cup \overline{AB}$$

[分析] 由分配律知

$$\overline{ABC} \cup \overline{ABC} = (A \cup \overline{A})\overline{BC} = \Omega\overline{BC} = \overline{BC}$$

把  $\overline{ABC}$  重复写三次, 即得(3)中的事件等式, 其含义是最多发生一个就是至少两个不发生.

1.4 设袋中有 10 个球, 编号为 1 至 10, 现从中任取一球, 设

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \overline{A}, C = \{1, 2, 3, 4\}$$

则应用求差公式可得

$$\overline{AC} = A - AC = A - C = \{6, 8, 10\}$$

$$\overline{CB} = \overline{C} - \overline{CB} = \overline{C} - B = \{6, 8, 10\}$$

$$\overline{B \cup C} = \overline{BC} = \overline{AC} = A - C = \{6, 8, 10\}$$

[分析] 同一事件可用很多等价的方法表示,做选择题时应对每个表示方法确定它的组成.有效方法是画 Venn 图.

## 二、一般古典概型

1.5 把 6 本中文书和 4 本外文书任意上架,4 本外文书放在一起的概率为  $4! \frac{7!}{10!} = \frac{1}{30}$ .

[分析]  $P(A) = \frac{M}{N}$ . 10 本书的全排列数为  $N = 10!$ . 先把 4 本外文书看成一本,则 7 本书的全排列数为  $7!$ . 但 4 本外文书内部还允许任意排列,所以,有利于事件  $A$  的样本点个数  $M = 4!7!$ .

1.6 在扑克牌游戏中,52 张牌发完后,4 张 A 集中在一个人手中的概率为

$$P(A) = 4 \times \frac{C_{48}^9 C_{39}^{13} C_{26}^{13} C_{13}^{13}}{C_{52}^{13} C_{39}^{13} C_{26}^{13} C_{13}^{13}} = 4 \times \frac{48!}{9!39!} \times \frac{13!39!}{52!} = \frac{44}{4165} = 0.0106$$

[分析] 设想 4 张 A 都在甲手中,则甲是在剩下的 48 张中再拿 9 张,乙在剩下的 39 张中拿 13 张,丙在剩下的 26 张中拿 13 张,丁拿剩下的 13 张. 所有可能的发牌方式显然为

$$M = C_{52}^{13} C_{39}^{13} C_{26}^{13} C_{13}^{13}$$

但必须考虑到 4 张 A 也允许集中在乙或丙或丁手中,所以要乘上 4 才得到所需的  $N$ ,这一点很易被忘掉!实际上,甲拿到 4 张 A 的概率就是  $C_{48}^{13}/C_{52}^{13}$ ,与其他人的发牌方式无关.这是最简单的解题思路.

1.7 从数  $1, 2, \dots, n$  中任取两数,求此两数之和为偶数的概率  $p$ .

[解] 所得偶数必是两奇数之和或两偶数之和.区分以下两种可能性:

(1)  $n = 2m$ . 此时,奇数个数 = 偶数个数 =  $m$ . 有

$$\begin{aligned} p &= \frac{C_m^2 + C_m^2}{C_n^2} = 2 \frac{m(m-1)}{n(n-1)} = 2 \frac{m(m-1)}{2m(n-1)} \\ &= \frac{1}{n-1} \left( \frac{n}{2} - 1 \right) = \frac{n-2}{2(n-1)} \end{aligned}$$

(2)  $n = 2m + 1$ . 此时,有  $m + 1$  个奇数,  $m$  个偶数,故

$$p = \frac{C_{m+1}^2 + C_m^2}{C_n^2} = \frac{(m+1)m + m(m-1)}{n(n-1)} = \frac{2m^2}{n \times 2m} = \frac{m}{n}$$

$$= \frac{1}{n} \binom{n-1}{2} = \frac{n-1}{2n}$$

1.8 从  $n$  双不同尺码的鞋子中任取  $2r$  只 ( $2r < n$ ). 求下列事件  $A$  的概率:

- (1)  $2r$  只中没有成双的.
- (2)  $2r$  中只有 2 只成双的.
- (3)  $2r$  只恰成  $r$  双.
- (4)  $2r$  只中恰有  $k$  双 ( $0 \leq k \leq r$ ).

[解]  $P(A) = M/N$ . 从  $2n$  只中取  $2r$  只的取法总数为  $N = C_{2n}^{2r}$ . 仅需再求出有利于  $A$  的样本点数  $M$ .

(1) 既然取出的  $2r$  只中没有成双的, 这说明它们取之于  $n$  双中不同的  $2r$  双, 但在每一双中都有左、右两种取法, 所以,

$$M = C_n^{2r} \times 2^{2r}$$

(2) 因为成双的 2 只必取之于同一双, 共有  $n$  种取法. 剩下的是在其余的  $n-1$  双中取  $2(r-1)$  只, 且其中无成双的, 所以据(1)中分析知

$$M = n \times C_{n-1}^{2(r-1)} \times 2^{2(r-1)}$$

(3) 既然取出的  $2r$  只两两成双, 这说明是在  $n$  双中取  $r$  双, 所以,

$$M = C_n^r.$$

(4) 仿前分析可知, 在  $2r$  只中恰有  $k$  双的取法数为

$$M = C_n^k C_{n-k}^{2(r-k)} \times 2^{2(r-k)}$$

[分析] 本题的难点是如何确定  $A$  中样本点个数  $M$ , 上述分析需细心领会, 且能举一反三. 设想  $n$  双鞋为

$$(l_1, r_1), (l_2, r_2), \dots, (l_n, r_n).$$

则凭直观可有助于定出所需的  $M$  ( $l$  表示左,  $r$  表示右).

### 三、抽取(装袋)模型

1.9 一幢 10 层高楼中的一架电梯在低层走进 7 位乘客, 电梯在每一层都停. 乘客可从第二层开始离开电梯, 设每位乘客在每层离开都是等可能的, 则没有乘客在同一层离开的概率为

$$P(A) = \frac{A_9^7}{9^7} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{9^7} = 3.8\%$$



[分析] 把每一层看成一只口袋,共有9只.7位乘客看成7只球,乘客离开电梯相当于球装入袋中,则据装袋模型概率公式即知  $P(A) = A_9^7/9^7$ .

1.10 在一年365天中,8个人的生日两两不同的概率为

$$P(A) = \frac{A_{365}^8}{365^8} = 93\%$$

[分析] 这相当于把8个人装入365只口袋中.类似可求出,4个人中没有2人的生日在同一个月

$$P(A) = \frac{A_{12}^4}{12^4} = \frac{990}{1728} = 0.573$$

#### 四、摸奖(开门)模型

1.11 现有10人依次抽签摸一张球票.记

$$A_i = \{\text{第 } i \text{ 个人摸到球票}\}, i = 1, 2, \dots, 10$$

(1) 已知前四人没有摸到,则第五个人摸到的概率为

$$P(A_5 | \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \bar{A}_4) = \frac{1}{6}$$

(2) 因为只有一张球票,必有  $A_5 \subset \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4} = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \bar{A}_4$ ,所以,第五个人摸到的概率为

$$\begin{aligned} P(A_5) &= P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \bar{A}_4 A_5) \\ &= P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2 | \bar{A}_1)P(\bar{A}_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2)P(\bar{A}_4 | \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3)P(A_5 | \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \bar{A}_4) \\ &= \frac{9}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{10} \end{aligned}$$

[分析] 依此求法可知,对任何*i*,都有  $P(A_i) = \frac{1}{10}$ .

1.12 袋中有*n*只球,编号为1,2,⋯,*n*.区别以下两种摸取方式,分别求出直到第*k*次才首先摸到1号球的概率:

(1) 逐次有放回摸球. (2) 逐次不放回摸球.

[解] 记  $A_k = \{\text{第 } k \text{ 次才首先摸到1号球}\}, i = 1, 2, \dots$ ,因为只有一只1号球,所以有

$$\begin{aligned} A_k &\subset \overline{A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_{k-1}} = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{k-1} \\ P(A_k) &= P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{k-1} A_k) \end{aligned}$$