鐵路員工自修讀本

結構靜力學

蘇聯交通部教育總局編

人民鐵道出版社

鐵路員工自修讀本

結構靜力學

蘇聯交通部教育總局編

熊 祝 華 譯

人 民 鐵 道 出 版 社

一九五六年·北京

鐵路員工自修讀本全書，原是蘇聯交通部教育總局按照鐵路運輸中等技術學校的教學計劃和提綱所規定的範圍而編寫的，其中包括有工務、機車、車輛、運輸裝卸、通訊與信號各個部門的工作在內。

本書是從鐵路員工自修讀本第七卷工務工作部分第四篇譯出，共有四章三十八節，對於結構靜力學各個問題，均用淺顯的例子，從根本上作了廣泛的和扼要的敘述。除供鐵路員工自修外，並可作爲中等技術學校及訓練班的課本。

> **讀者注意：** 本書是繼續「鐵路員工自修讀本－材料力學」一書而編寫的；本書內所用的名詞、術語、符號及其基本原理，都在「材料力學」有了很好的解釋。讀者如尚未學過力學的基本知識，最好先讀「材料力學」。

鐵路員工自修讀本

結構靜力學

ПОДГОТОВКА ТЕХНИКА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА НА ДОМУ—СТАТИКА СООРУЖЕНИЙ

蘇聯交通部教育總局編

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УЧЕБНЫМИ ЗАВЕДЕНИЯМИ МПС· СССР·

蘇聯國家鐵路運輸出版社（一九四九年莫斯科版）

ТРАНСЖЕЛДОРИЗДАТ，Москва 1949

熊 祝 華 譯

人民鐵道出版社出版（北京市霞公府十七號）

北京市書刊出版營業許可證出字第零壹零號

新 華 書 店 發 行

人民鐵道出版社印刷廠印（北京市建國門外七聖廟）

一九五六年三月初版第一次印刷

平裝印 1—2,085册

書號：472 開本：850×1168$\frac{1}{32}$ 印張4$\frac{1}{4}$ 141千字 定價(8)0.73元

目　　錄

第一章　緒　論

§ 1 結構靜力學的對象……1
§ 2 計算圖……3
§ 3 支座構造……4
§ 4 作用於結構上的力……5

第二章　確定變形的圖解分析法

§ 5 彎曲時的變形……8
§ 6 角位移與線位移的關係……9
§ 7 基本原理……10
§ 8 角的增量的計算……11
§ 9 撓度的計算……13
§10 角位移的計算……14
§11 虛擬的梁及虛擬荷載的轉換……15
§12 基本關係……17

第三章　超靜定梁

§13 一般概念……29
§14 什麼是超靜定梁……29
§15 超靜定次數……32
§16 基本結構及多餘未知力……33
§17 變形方程式的建立……38
§18 超靜定梁最後彎矩圖及切力圖的繪製……41
§19 超靜定梁的計算步驟……43
§20 單跨的超靜定梁……43
§21 連續梁……49

§22 計算連續梁時基本結構之選擇……50
§23 三個彎矩方程式之推算……51
§24 連續梁彎矩圖及切力圖的繪製……60
§25 列出三個彎矩方程式的特殊情況……66
§26 利用表格來計算連續梁……69

第四章 桁 架

§27 一般概念……76
§28 彎曲的梁截面形狀之發展……77
§29 桁架的組成及幾何形不改變的條件……79
§30 橋梁桁架簡圖……83
§31 桁架的基本類型……85
§32 求反力的數解法及圖解法……87
§33 用力矩中心法求桁架桿件中的內力……93
§34 用投影法求桁架桿件中的內力……98
§35 用節點截取法求桁架桿件中的內力……105
§36 求內力的圖解法（繪製克列蒙圖）……109
§37 繪製克列蒙圖的特殊情況……114
§38 活動荷載的計算……116

第一章　緒　　論

§1.　結構靜力學的對象

任何結構或它的一部份，這可是橋梁、拱、拱圈，或是房舍樓板、屋頂桁架、擋土墻等等，都應該是强固的，穩定的，同時也是經濟的。

假使在結構的任何部份中，由於荷載作用而引起的應力，不超過所用的材料在運用條件下被認爲是安全的數值，這個結構即可保證是强固的。

假使整個結構或其個別構件，不因荷載而發生急劇變形，以致引起它的破壞，則其穩定性就得到保證。

假使結構的形式是正確地選取的，以及這個結構所由建成的材料能在最小費用下得到了充分的利用，這個結構便是經濟的了。

爲了使所設計的結構是强固的、穩定的及經濟的，必須預先確定該結構所有各部份中由於所加上的作用而引起的內力及力矩的分佈情況。

結構靜力學的任務，也就是研究那些方法，使得可以用來確定結構各部份中在不同外加作用下的內力及力矩的分佈情况。

但祗確定內力分佈的規律，這還是不够的，我們這一任務須得擴展些。我們必須使結構具有一個更合理和更經濟的形式。因此，結構靜力學的第二個任務就是研究結構的合理形式，使與材料的機械性質及所承受的荷載互相符合。

根據所採用的材料，結構的形式可以是極其不同的。

用石料、混凝土及鋼筋混凝土，可以造成厚大的結構（大容積體），它的所有三個尺寸都是同級的（即長短比例相差不大——譯者）。橋梁墩台、擋土墻、拱版等，都屬於這類結構（圖１）。

用金屬和鋼筋混凝土作材料，可以造成一個方向的尺寸大大的小於其他二個方向的尺寸之結構（平版）（圖２）。鋼筋混凝土蓋版、薄壳拱版、金屬的或鋼筋混凝土的薄壁、蓄水庫等，就是這一類。

由二個尺寸大大的小於第三個尺寸之構件（桿件）所組成的結構，稱爲桿系結構。這種結構是由金屬、木材、鋼筋混凝土建成。桁架及框架，可以

作爲這類結構的例子（圖 3）。

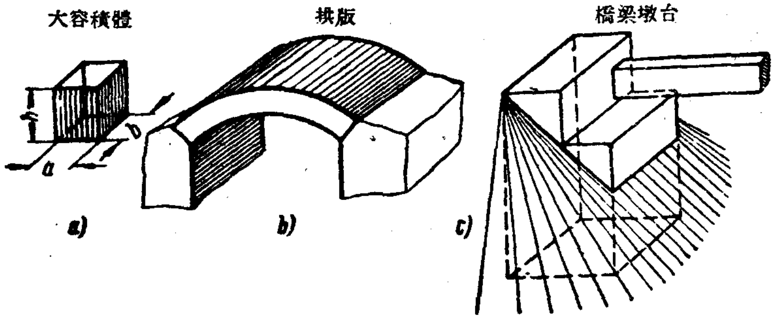

圖 1

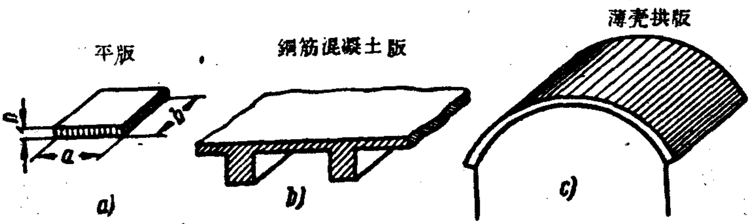

圖 2

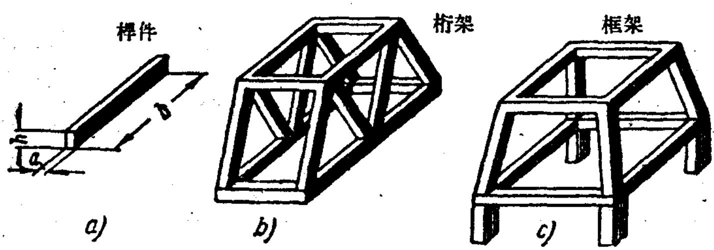

圖 3

在結構靜力學中，主要是研究桿件系統的工作情况，因此，這門科學可稱爲**桿件系統計算理論**。

現時的結構靜力學，也研究穩定及動力問題，但在本教科書中，我們只限於研究在外加的靜力作用下、結構處於平衡狀態時、各種結構中的內力問題。穩定及動力問題，將不涉及。

§2. 計 算 圖

將實際的結構物轉變爲計算圖，是結構計算中極其重要的部份。因爲，在所研究的任何結構中，都會發生複雜的力的作用，所以必需正確地將主要因素與次要因素區分開來。甚至在實驗室條件下的拉伸試件，都有非常複雜的現象。在壓力機二塊夾板之間的壓縮立方體的現象，也不會是較簡單的。

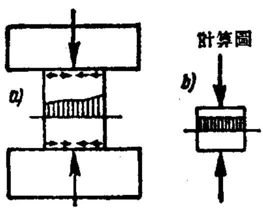

圖 4

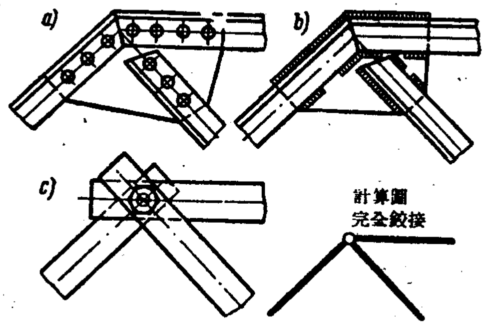

圖 5

由於中心加壓力不可能完全達到（圖 4 ,a），橫截面上的法向應力就不能均勻分佈。在立方體的兩端發生摩擦力，這就給與試驗結果很大的影響。立方體材料的不勻一性，能够影響個別纖維變形的數量，這也會引起橫截面內應力分佈的不均勻。在這種情況下，將採用甚麼樣的計算圖呢？很顯然，加於中心的壓縮力的作用係主要因素。所有其餘的都係次要因素。因此，計算圖如在所有橫截面內表示法向應力爲平均分佈時，則得到了均質立方體受到中心壓縮力的作用（圖 4 ,b）。

現在我們來研究若干結構物的例子。

桿件系統（桁架，框架）金屬構件的節點接合，是利用鉚釘（圖 5 ,a）或銲接（圖 5 ,b）來實現的。這種接合阻止着構件在節點的自由轉動。因此，在構件聯結於節點的地方，會發生彎矩。

構件用螺栓來接合，是不常碰到的（圖 5 ,c）。在這種情況下，設若不考慮在接頭處所發生的摩擦力（因它的影響不大），構件則可自由旋轉。

假使所有構件在節點處以鉸鏈接合，俾使它們可自由轉動，則這種接合，稱爲完全鉸接（圖 6 ,a）。

假使有若干構件連續地（不切斷）通過節點，則這種接合，稱爲不完全鉸接。這種鉸接的例子，表示在圖 6 ,b中。在這裏，垂直構件連續地通過。完全鉸接及不完全鉸接的計算圖表示在同一圖中。

完全鉸接的構件接合，其特徵是：所有聯接於節點諸構件截面內的彎矩等於零，但在不完全鉸接的情況下，其連續地通過節點的構件截面內的彎矩則不等於零。

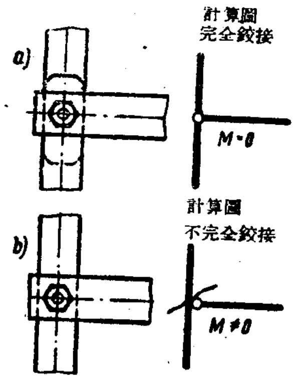

圖 6

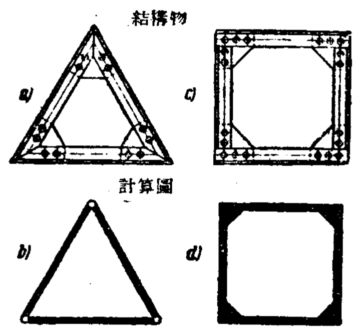

圖 7

不是在一切選擇計算圖的時候，均可以忽略節點構件接合的剛性。例如，在圖 7，*a*中，表示一個由角鋼用鉚釘做成的三角形桁架結構物，而圖 7，*c*表示一個正方形鋼架。在第一種情况中，計算節點剛度不是必需的，因而在計算圖中，可以認定所有構件在節點是用完全鉸鏈接合的(圖 7，*b*)。但在第二種情况下，則不允許忽略接頭的剛度及視節點爲鉸鏈的。因爲，在這種假定下我們將得到鉸鏈四邊形，就其形狀言，是可變的。因此，計算圖將是剛節正方形框架（圖 7，*d*）。

§3. 支座構造

所有那種把結構物接合於地面或其他結構上的裝置，稱爲支座。

平面系統與地面的固結，是用三種支座來實現的：1）不動鉸鏈支座，2）可動鉸鏈支座（圖 8），3）嵌入支座。

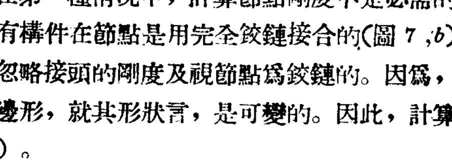

圖 8

不動鉸鏈支座示於圖 9 中。它是由上部直接與結構物相接合的墊座*D*與下部連接於基礎（橋梁墩台）的墊座*E*

所構成。在墊座之間，有一個短的鋼軸，繞着這個短軸，上部墊座可以轉動。不動支座阻止結構端點在水平方向與垂直方向的移動，但不阻止它的轉動。在這種支座內，反力R_A的作用線係通過鉸鏈中心O，但其方向是不一定的。爲了確定反力R_A，必須知道它的大小及傾斜角α，或它的二個分力——R_{Ax}和R_{Ay}。

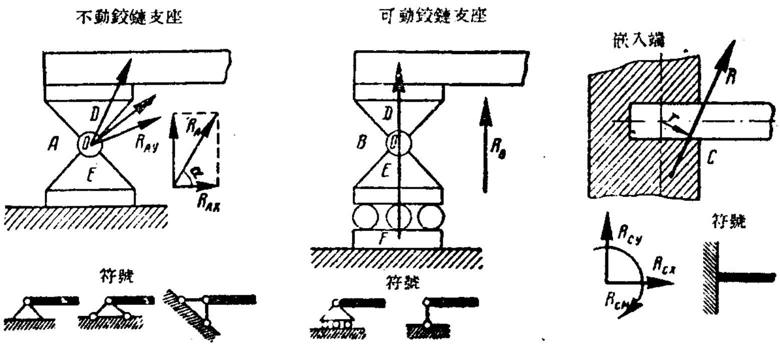

圖 9　　圖 10　　圖 11

在計算圖中我們用具有圓圈(鉸鏈)的三角形來表示結構物的不動支座，如圖 9 中所示。

可動鉸鏈支座（圖10）和不動鉸鏈支座不同的地方是：它的下部墊座支承於鋼的轆軸上，這些轆軸可以沿着鋼鈑F自由地轆動。這種支座不阻止結構端點的水平方向的移動，也不阻止其轉動，但只阻止垂直移動。在這種支座內，其通過鉸鏈中心O的反力R_B是垂直的。爲了確定這個反力，只須規定它的大小便够，因爲它的着力點及作用方向都已知道。這種支座在計算圖中的規定符號，表示在圖10中。

懸臂梁是由嵌入端而固接起來（圖11）。這種支座旣阻止轉動，也阻止水平與垂直方向的移動。在嵌入端，可以發生任意大小、任意方向、具有不同力臂r的反力R。它可用分力R_{Cx}、R_{Cy}及力矩（支座力矩）B_{CM}表示。

伸入牆內足够深的樓版梁尾端的嵌入部份，係這類支座的典型例子。在計算圖中，嵌入支座的規定符號示於圖11。

§4. 作用於結構上的力

作用於結構上的力，被分爲作用力與反作用力。結構本身的重力、它所承受的有效荷載、風的壓力、屋頂上的雪重等——所有這些，都是作用荷載

的例子。**發生於支座內、與作用力相平衡的力，稱爲反作用力或反力。**

作用力與反作用力的例子，示於圖12中。

按照作用於結構上的延續時間，荷載被分爲靜荷載及活荷載二種。

靜荷載是在結構的運用時間內，不變地作用於結構之上的。靜荷載的例子，首先就是結構本身的重力，及由其支持的那些結構物的重力。

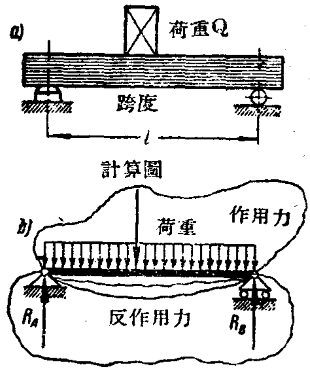

圖 12

活載即是那種不是經常地作用於結構上的荷載。列車汽車的重量壓力，房屋層間樓板上人羣的重量壓力等，均係活載的例子。

按照其本身的形式來說，所有荷載都是屬於分佈的，因爲它們是經由有限大小的面積：在其內均勻地或不均勻地分佈而傳遞到結構上的。假使力的傳遞面積較結構的尺寸甚小，那末這種荷載在計算圖中可認爲是集中力。機車或車輛輪子的壓力（圖13，a，b）就是分佈於較鋼軌長度甚小的面積之內。

因此，在計算鋼軌或橋梁桁架時，這種荷載可看成爲集中力，是不會引起任何重大的錯誤的。

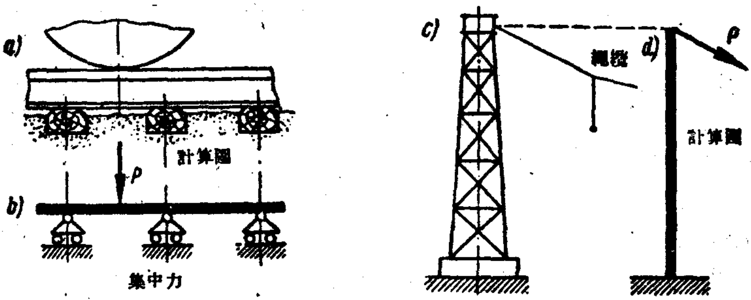

圖 13

集中力的其他例子，示於圖13，c及d中。金屬塔架橫繫繩纜，其上再懸掛電線。繩纜的拉力，可以看成是作用於塔頂的集中力P。

在結構物的計算圖中，集中力是以向量的形式來表示，它的作用方向用箭頭來表明，其數量用公斤或噸來計算。

假使荷載是沿結構的長度或其表面平均分佈，這樣的荷載，稱爲平均分佈的荷載。

等截面桿件本身的重力（圖14），或屋頂上等厚雪層的重量等，是平均分佈荷載的例子。在計算圖中，均佈荷載，常用字母 q 或 g 表示，並用每1公尺（1公分）長度內的噸數（公斤數）來計算；或當荷載是沿結構幅面分佈時，則用噸/公尺^2，公斤/公分^{2}來計算。

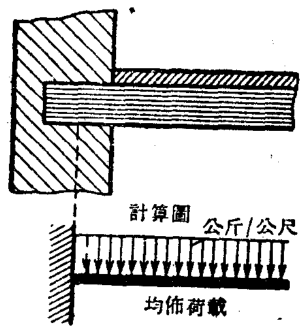

圖 14

在圖中，均佈荷載常用等量的、分佈的向量來表示，其作用的方向用箭頭來表明。

有許多沿結構長度或其幅面的荷載，分佈情況更爲複雜。在這裏我們只提出三角形荷載的例子（圖15）。垂直堤壩上的水壓力是按三角形狀而分佈的。在這種情況下，水的壓力强度，即作用於牆面每一平方公尺的力，是隨深度 h 的增加而正比的增加的。

在圖樣及計算圖中，非均佈荷載用一系列大小不等的向量表示。最後，在許多情況下，荷載的作用則歸結爲集中的力矩。

例如有一折梁 AB，在點 C 有力 P 作用着（圖16，a）。當轉變爲計算圖時，力的作用可以作用於梁端的力矩來代替。這個力矩的大小將等於力 P 與力臂 h 的乘積：

$$M = P \cdot h,$$

而其作用方向，則與時針運動方向相同（圖16，b）。

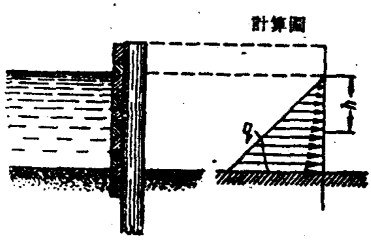

圖 15

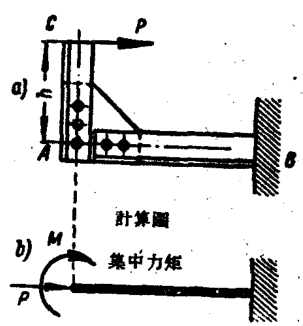

圖 16

集中力矩是以公斤公分或噸公尺來計算的。在計算圖中（圖16,b），集中力矩是以螺旋的形式來表示，其方向以箭頭來表明。

作用於結構的荷載，可歸結如下：

a ）集中力P、Q、R、等等，用公斤或噸計算；

б ）均佈荷載g，q，以公斤/公尺或噸/公尺爲單位。沿結構幅面分佈的荷載，以公斤/公分^{2}或噸/公尺^{2}計算；

в ）非均佈荷載q_x，g_x等；

г ）集中力矩M，以噸公尺或公斤公尺計算。

在計算結構物時，必然會常常地遇到幾種荷載都同時存在。

第二章　確定變形的圖解分析法

§5．彎曲時的變形

任何彈性體在荷載作用下均將改變自己的形狀，或是像人們所說的，它會變形。

彈性物體形狀的改變，稱爲變形。

設若直軸的梁AB（圖17,a）有荷載力P，則梁將會彎曲。由於彎曲變形，它的軸線就變爲曲線（圖17,b）。

在荷載作用下，梁軸撓曲的曲線，稱爲撓度曲線，或彈性曲線。

未加荷載之前，於梁軸上記下任何一點的位置，例如點a。加了荷載力P之後，點a佔有新位置a'，垂直地向下移了一個數值——線段aa'。

梁軸上，點的垂直位移，稱爲撓度。

撓度是以長度單位（公厘或公分）計算，因此稱之爲**線位移**。

在層間樓版梁和橋梁等上面，撓度數值極其微小。它們只爲梁跨長度的百分之幾或千分之幾，並只能藉助於精確的儀器——撓度計，才能觀察出來。

除了線位移之外，在梁彎曲時，尚有角位移。

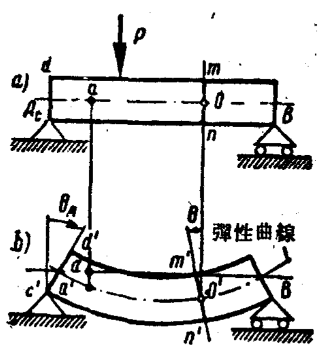

圖 17

例如，梁的垂直端截面（圖17,a）c–d，在彎曲之後，佔有傾斜的位置

$c'-d'$，順時針方向轉了一個角度θ_A。

中間截面$m-n$在變形之後佔有位置$m'-n'$，反時針方向轉了一個角度θ。

梁在彎曲時其横截面的轉角稱爲角位移。

這些角是以無名數計算的（弧度）。

它們如同撓度一樣，是極其微小的，須用帶反射鏡的測量儀，才可看出來。

由於角位移的微小，我們今後將認爲角的大小就等於它的正弦或正切，而在任何時候，角的餘弦均認爲等於1：

$$\theta=\sin\theta=\operatorname{tg}\theta;$$

$$\cos\theta=1。$$

現在我們來證明在這種情況下，其誤差將是非常微小的。例如角θ等於5°，這相當於很大的角的變形了，但它的無名數值爲$\theta=0.08726$。而此角的正弦和正切則爲

$$\sin\theta=0.08716，\operatorname{tg}\theta=0.08749。$$

如所看到的，其差值是在第三位小數以後。

在θ值很小時，這個差值更變爲非常微小。當$\theta=1°$時它的無名數值爲$\theta=0.017453$，而三角函數等於

$$\sin 1°=0.017452，及\operatorname{tg} 1°=0.017455。$$

§6. 角位移與線位移的關係

梁的截面轉角與它的線變形之間所存在着的簡單關係，可由研究圖18而得出。

這圖中是以較大的比例尺來表示了圖17中截面$m-n$附近的一部份。

在圖18,a中，表示了截面$m-n$變形前的位置，而在圖18,b中表示了變形後的位置$m'-n'$。在原來位置，截面與水平軸成直角。

在變形狀態下，截面$m'-n'$與撓度曲線上O'點的切線——直線$O'D$成直角。

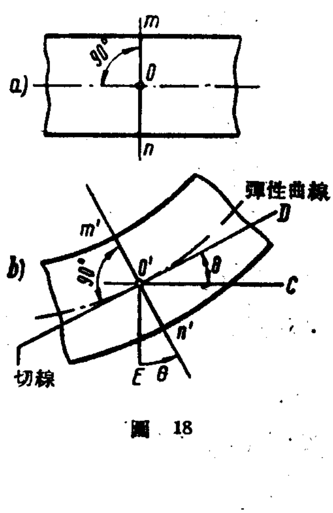

圖 18

經過點O'引水平線$O'C$。角$DO'C$等於$EO'n'$，因爲諸角有相互垂直的邊（$O'D\perp O'n'$及$O'C\perp O'E$）。

但是角$EO'n'$是截面$m—n$的轉角θ:

$$\angle EO'n'=\theta。$$

因此，

$$\angle DO'C=\theta。$$

考慮到角$DO'C$的微小（參閱上面），可以正切代替它的值：

$$\theta=\angle DO'C=\operatorname{tg}\angle DO'C。$$

我們將所得到的關係歸結爲：**梁在彎曲時，任一截面的角位移等於撓度曲線在此截面處切線的傾斜角或傾斜角的正切。**

§7. 基 本 原 理

上面已經指出，梁彎曲時要發生線位移及角位移（撓度及截面轉角）。

確定梁在彎曲時的變形問題，就是要找出它的撓度及截面轉角。

解決這個問題，有各種不同的方法。我們現只來研究圖解分析法。

假設雙支梁AB（圖19,a）有某種（已知的）荷載。

在此荷載作用下，梁發生變形，它的撓度曲線具有圖19,c所示形狀。

在圖上，撓度的比例尺，要比繪出梁本身長度的比例尺大很多倍，因爲當撓度微小時，要用與梁同一的比例尺來描繪它們是不可能的。

爲了不使今後的推算複雜化，我們只確定彈性曲線$AC'D'B$上的點C和點D二個縱距——y_C和y_D。

所要確定的縱距的數目，是隨要求建立彈性曲線形狀的準確程度而定的。

所取的縱距愈多，則折線$AC'D'B$將愈精確地接近於眞實的彈性曲線圖形。

在所研究的情況下，點C和D是取在相等間距S處，S的長度爲跨長l的1/3:

$$S=\frac{1}{3}l。$$

在本例中，角位移即等於多邊形各邊對於水平軸之傾斜角。這些角用θ_A、θ_C、θ_D表示。

梁AB的由於荷載的彎矩圖的形式，繪在圖19,b中。在推算基本關係時，這個圖是必需的。

這樣一來，問題就在於確定撓度y_C，y_D及轉角θ_A，θ_C，θ_D了。

梁的曲率$\frac{1}{\rho}$與相應截面彎矩之間的關係，可以作爲解決此一問題的基礎〔參閱本社出版的鐵路員工自修讀本-材料力學第76頁公式（48）〕：

$$\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI},\tag{1}$$

式中：ρ—任一截面彈性曲線的曲率半徑；

M—同一截面的彎矩；

EI—梁的彎曲剛度。

問題的解決，將從計算曲線$AC'D'B$折轉處角的增量$\Delta\theta$開始。

§8. 角的增量的計算

首先，我們來計算由多邊形$AC'D'B$各邊在其頂點C'和D'處所夾角度之大小（圖19，c）。

我們稱它們爲『角的增量』。

在圖20中，以較大的比例來表示撓度曲線的$AC'D'$這一部份。我們要確定$\Delta\theta_c=\angle D'C'E$。

點O表示弧$AC'D'$曲率中心的位置。線段OC'即是截面C之曲率半徑：

$$\rho_C=OC'。$$

由三角形ACC'，可計算AC'之長：

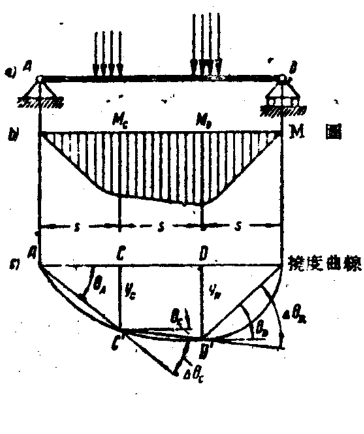

圖 19

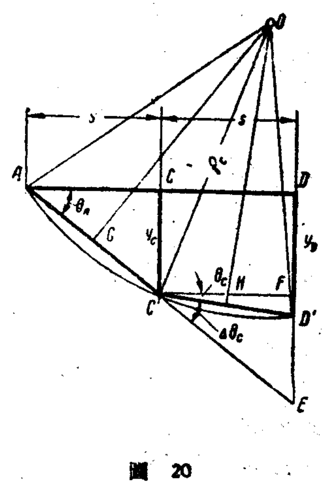

圖 20

$$AC'=\frac{s}{\cos\theta_A}=s。$$

（注意因角θ_A微小，故認定$\cos\theta_A=1$）

由三角形$C'FD'$，我們得到

$$C'D'=\frac{s}{\cos\theta_C}=s。$$

從點O引二條垂直線，OG垂直於弦AC'，OH垂直於弦$C'D'$。

角GOH等於所求的角$D'C'E$，因爲諸角有相互垂直的邊：

$$\angle GOH=\angle D'C'E=\Delta\theta_C。$$

角GOH等於二角之和：

$$\angle GOH=\angle GOH'+\angle C'OH=\Delta\theta_C。$$

研究三角形GOC'及$C'OH$。我們可計算每一個角之大小：

$$\angle GOC'=\frac{C'G}{OC'}\text{及}\ \angle C'OH=\frac{C'H}{OC'}。$$

代入

$$OC'=\rho_C，GC'=\frac{AC'}{2}=\frac{s}{2}\ \text{及}\ C'H=\frac{C'D'}{2}=\frac{s}{2}，$$

我們得到

$$\angle GOC'=\frac{s}{2\rho_C}，\quad\angle C'OH=\frac{s}{2\rho_C}。$$

將這些角代入$\angle GOH$等式，我們得到

$$\Delta\theta_C=\frac{s}{\rho_C}。$$

根據公式（1）將曲率

$$\frac{1}{\rho_C}=\frac{M_C}{EI}$$

代入上，式最後得到

$$\Delta\theta_C=\frac{M_CS}{EI}。$$

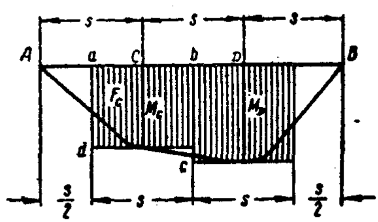

圖 21

把等式二方乘以EI，則變成下式：

$$EI\cdot\Delta\theta_C=M_C\cdot s。$$

現在，我們來研究這個等式右方的式子（$M_C\cdot S$）表示甚麼意義。爲此，我們以一系列的矩形代替彎矩圖（圖19,b）之曲線（或折線）（圖21）。這樣的代替是完全可以的，並且分得區段數目愈多，則愈不會有大的誤差。

乘積$M_C.S$等於彎矩圖一部份面積$abcd$：