

非线性
动力学丛书

滞后非线性系统的 分岔与奇异性

杨绍普 申永军 编著



科学出版社
www.sciencep.com

非线性动力学丛书

滞后非线性系统的分岔与奇异性

杨绍普 申永军 编著

科学出版社

内 容 简 介

本书在简要介绍非线性动力学的基本方法的基础上,详细介绍了滞后非线性系统的分岔和奇异性,主要包括:滞后非线性系统的局部分岔分析,滞后非线性系统的全局分岔分析,滞后非线性系统在多频激励下的分岔与奇异性以及磁流变阻尼器这种典型的滞后非线性元件及其在机车车辆和汽车悬架系统控制中的应用.本书理论和实际相结合,既有对滞后非线性系统的理论研究,又包含很多实验分析,反映了该学科在近十几年的研究成果.

本书适合力学、数学、机械、车辆、船舶等专业的教师、高年级大学生、研究生和相关专业的工程技术人员使用.

图书在版编目 (CIP) 数据

滞后非线性系统的分岔与奇异性/杨绍普, 申永军编著. —北京: 科学出版社, 2003.7

(非线性动力学丛书)

ISBN 7-03-011410-8

I. 滞… II. ①杨…②申… III. 非线性力学: 动力学 IV. 0313

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 027287 号

责任编辑: 胡 凯 吕 虹/责任校对: 朱光光

责任印制: 安春生/封面设计: 王 浩

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年7月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2003年7月第一次印刷 印张: 19 1/4

印数: 1—2 000 字数: 364 000

定价: 39.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换 (新欣))

《非线性动力学丛书》编委会

主 编 胡海岩

编 委 (以汉语拼音为序)

陈立群 冯再春 何国威

金栋平 马兴瑞 余振苏

张 伟 周又和

《非线性动力学丛书》序

真实的动力系统几乎都含有各种各样的非线性因素，诸如机械系统中的间隙、干摩擦，结构系统中的材料弹塑性、构件大变形，控制系统中的元器件饱和特性、变结构控制策略等等。实践中，人们经常试图用线性模型来替代实际的非线性系统，以求方便地获得其动力学行为的某种逼近。然而，被忽略的非线性因素常常会在分析和计算中引起无法接受的误差，使得线性逼近成为一场徒劳。特别对于系统的长时间历程动力学问题，有时即使略去很微弱的非线性因素，也会在分析和计算中出现本质性的错误。

因此，人们很早就开始关注非线性系统的动力学问题。早期研究可追溯到1673年 Huygens 对单摆大幅摆动非等时性的观察。从19世纪末起，Poincaré、Lyapunov、Birkhoff、Andronov、Arnold 和 Smale 等数学家和力学家相继对非线性动力系统的理论进行了奠基性研究，Duffing、van der Pol、Lorenz、Ueda 等物理学家和工程师则在实验和数值模拟中获得了许多启示性发现。他们的杰出贡献相辅相成，形成了分岔、混沌、分形的理论框架，使非线性动力学在20世纪70年代成为一门重要的前沿学科，并促进了非线性科学的形成和发展。

近20年来，非线性动力学在理论和应用两个方面均取得了很大进展。这促使越来越多的学者基于非线性动力学观点来思考问题，采用非线性动力学理论和方法，对工程科学、生命科学、社会科学等领域中的非线性系统建立数学模型，预测其长期的动力学行为，揭示内在的规律性，提出改善系统品质的控制策略。一系列成功的实践使人们认识到：许多过去无法解决的难题源于系统的非线性，而解决难题的关键在于对问题所呈现的分岔、混沌、分形、孤立子等复杂非线性动力学现象具有正确的认识和理解。

近年来，非线性动力学理论和方法正从低维向高维乃至无穷维发展。伴随着计算机代数、数值模拟和图形技术的进步，非线性动力学所处理的问题规模和难度不断提高，已逐步接近一些实际系统。在工程科学界，以往研究人员对于非线性问题绕道而行的现象正在发生变化。人们不仅力求深入分析非线性对系统动力学的影响，使系统和产品的动态设计、加工、运行与控制满足日益提高的运行速度和精度需求；而且开始探索利用分岔、混沌等非线性现象造福人类。

在这样的背景下，有必要组织在工程科学、生命科学、社会科学等领域中从事非线性动力学研究的学者撰写一套非线性动力学丛书，着重介绍近几年来非线

性动力学理论和方法在上述领域的一些研究进展，特别是我国学者的研究成果，为从事非线性动力学理论及应用研究的人员，包括硕士研究生和博士研究生等，提供最新的理论、方法及应用范例。在科学出版社的大力支持下，组织了这套《非线性动力学丛书》。

本套丛书在选题和内容上有别于郝柏林先生主编的《非线性科学丛书》（上海教育出版社出版），它更加侧重于对工程科学、生命科学、社会科学等领域中的非线性动力学问题进行建模、理论分析、计算和实验。与国外的同类丛书相比，它更具有整体的出版思想，每分册阐述一个主题，互不重复等特点。丛书的选题主要来自我国学者在国家自然科学基金等资助下取得的研究成果，有些研究成果已被国内外学者广泛引用或应用于工程和社会实践，还有一些选题取自作者多年的教学成果。

希望作者、读者、丛书编委会和科学出版社共同努力，使这套丛书取得成功。

胡海岩

2001年8月

前 言

滞后非线性系统是工程中广泛存在的一类系统,如土木工程、电力工程、自动控制工程等。一般而言,当系统中有弹塑性构件或者存在干摩擦时,其力与位移或应力与应变的关系不再具有可逆性,从而形成滞后回线。随着新型材料的层出不穷,材料内阻尼引起的滞后非线性引起了各国专家和学者的极大兴趣,例如钢丝绳减振器、磁流变阻尼器等新型元器件不仅具有优良的使用性能,而且均具有非常明显的滞后非线性特性。

关于滞后非线性系统的研究由来已久,国内外很多文献均对此有所介绍。由于滞后非线性系统具有分段、多值、非光滑等特性,使得滞后非线性系统的研究较为困难。目前,关于滞后非线性系统研究的文献绝大部分集中在滞后非线性系统的建模、参数辨识和系统响应等方面。由于受到研究方法和手段的限制,关于滞后非线性系统的响应模式、响应模式的分类以及分岔解的拓扑结构等问题尚无比较系统的研究。

随着近年来非线性动力学和相关学科的迅速发展,分岔理论、奇异性理论和混沌理论逐渐在工程结构中得到了广泛的应用,从而使得深入研究滞后非线性系统的分岔和奇异性成为可能。近年来,滞后非线性系统分岔与奇异性方面的研究开展迅速。正是基于上述原因,本专著综述了近几十年来滞后非线性系统动力学方面的研究成果,并结合作者近年来在该方面研究所取得的成果汇总而成这一专著。

感谢天津大学陈予恕教授,北京航空航天大学陆启韶教授,南京航空航天大学胡海岩教授,北京工业大学张伟教授,科学出版社的吕虹女士对本书出版所给予的支持和帮助。本书的部分成果得到了陈予恕教授的直接指导;陆启韶教授和张伟教授在百忙之中为本书审稿并提出了许多宝贵意见;胡海岩教授主编的非线性动力学丛书给本书的出版提供了机会。谨在此对以上各位专家表示衷心的感谢!

感谢石家庄铁道学院的领导在本书成稿过程中所给予的帮助和支持,他们为作者的学术研究提供了良好的生活环境和科研条件,使得作者能够集中精力完成此书。

感谢国家自然科学基金项目(编号 19502007 和 10172060)的帮助。

另外,在本书中参考了很多国内外专家和同行学者的论文或者专著,无法一

一列举，在此一并表示感谢。

由于作者水平有限，加之时间仓促，书中错误在所难免，欢迎广大读者批评指正。

作者

2002 年 10 月于石家庄铁道学院

目 录

绪论	1
§ 0.1 非线性系统动力学的研究对象和研究方法	1
§ 0.2 非线性系统动力学的发展简史	2
§ 0.3 滞后非线性系统动力学研究进展	4
第一章 非线性动力学的近似解析方法	10
§ 1.1 方程的无量纲化	10
§ 1.2 摄动法: 正则摄动法和 Lindstedt-Poincaré 摄动法	13
§ 1.3 平均法	20
§ 1.4 KBM 渐近法	25
§ 1.5 多尺度法	35
第二章 稳定性、分岔、奇异性和混沌理论基础	41
§ 2.1 稳定性理论简介: Lyapunov 稳定性理论	41
§ 2.2 分岔的初步知识	48
§ 2.3 L-S 约化方法	55
§ 2.4 中心流形方法	59
§ 2.5 规范型理论	64
§ 2.6 奇异性理论基础	70
§ 2.7 Poincaré 映射和离散动力系统	82
§ 2.8 混沌理论基础	87
第三章 分岔理论中的平均法和规范型等价性研究	103
§ 3.1 引言	103
§ 3.2 平均法的主要思想与局部分岔	103
§ 3.3 平均法与 Hopf 分岔的规范型	105
§ 3.4 参数化系统的平均法与复数域中的 Hopf 分岔规范型系数	107
第四章 工程中的滞后非线性模型和实验研究	113
§ 4.1 滞后非线性系统的数学模型	113
§ 4.2 滞后非线性系统的参数识别及滞后非线性钢丝绳减振器实验 研究	119
§ 4.3 机车抗蛇行磁流变减振器的实验研究	125

第五章 滞后非线性系统的局部分岔和奇异性	133
§ 5.1 具有双线性滞后环的自激系统的分岔和奇异性	133
§ 5.2 非自治滞后非线性系统的分岔和奇异性	140
§ 5.3 具有 Davidenkov 滞后环的参数激励系统的分岔和奇异性	149
§ 5.4 滞后非线性系统在参数激励和强迫激励下的分岔和奇异性	158
第六章 参数激励下滞后非线性系统的全局分岔和退化矢量场分岔	166
§ 6.1 引言	166
§ 6.2 参数激励下滞后非线性系统的局部分岔和稳定性分析	167
§ 6.3 参数激励下滞后非线性系统中的 Hopf 分岔	176
§ 6.4 参数激励下滞后非线性系统中的退化矢量场分岔	183
§ 6.5 参数激励下滞后非线性系统中的尖点型奇点的分岔	192
第七章 多频激励下滞后非线性系统的动力学行为	201
§ 7.1 滞后非线性系统在多频激励下的亚谐共振	202
§ 7.2 滞后非线性系统在多频激励下的超谐共振	205
§ 7.3 滞后非线性系统在多频激励下的亚组合共振	208
§ 7.4 滞后非线性系统在多频激励下的组合共振	212
第八章 具有滞后非线性特性的机车车辆系统的 Hopf 分岔与运行稳定性	215
§ 8.1 研究的目的及其数学方法	215
§ 8.2 具有滞后非线性悬挂的转向架的 Hopf 分岔与运行稳定性	218
§ 8.3 具有滞后非线性悬挂的机车的 Hopf 分岔与运行稳定性	226
第九章 滞后非线性汽车悬架系统的控制、分岔和混沌	242
§ 9.1 具有滞后非线性的汽车悬架的半主动控制研究	242
§ 9.2 具有滞后非线性的汽车悬架半主动控制系统的分岔与奇异性	256
§ 9.3 单频激励下滞后非线性汽车悬架中的混沌现象	263
§ 9.4 拟周期激励下滞后非线性汽车悬架中的混沌现象	268
§ 9.5 整车模型的半主动控制研究	275
参考文献	290

绪 论

自然界从本质上讲都是非线性的, 线性只是非线性的近似. 随着科学技术的发展, 自然科学和工程中的非线性动力学问题日益突出, 非线性动力学已经成为当今世界前沿的研究热点学科. 滞后非线性系统是一种重要的、有广泛工程应用的非线性系统, 是非线性动力学研究的一个重要领域.

§ 0.1 非线性系统动力学的研究对象和研究方法

振动是在自然界、技术科学和社会生活中普遍存在的物理现象, 例如建筑物和机器的振动, 无线电技术和光学中的电磁振动, 声波振动, 高速行驶车辆的振动, 心脏的跳动等等. 从表面来看, 这些现象各不相同, 但是, 它们可以通过运动微分方程统一到振动理论中来. 这样, 就形成了以微分方程理论为基础的振动力学.

按照系统运动微分方程的类型, 振动理论可以分为线性振动和非线性振动. 线性振动的微分方程是线性的, 一般当系统的振幅较小时能够比较准确地反映客观规律, 是在一定程度上对振动现象的近似描述. 然而, 自然界的一切振动系统严格地说都是非线性的, 用线性振动理论来处理这些非线性问题不能准确地解释系统的动力学现象, 有时甚至会得出错误的结论, 例如高速机车的蛇行, 机床的颤振, 心脏跳动信号和经济时间序列中的混沌现象等等, 这些现象是不能用线性振动理论来解决的. 和线性振动相比, 非线性振动有着本质上的不同, 其特点主要表现为

1. 在非线性动力学中, 叠加原理不再适用. 这是非线性振动和线性振动最根本的区别. 叠加原理不适用于非线性系统, 给非线性振动研究带来了很大的困难.

2. 非线性动力系统的响应非常复杂, 除了和激励频率相同的响应外, 还有可能存在等于激励频率倍数和/或分数倍关系的频率成分存在, 如超谐波响应、亚谐波响应以及组合共振响应, 还有和激励频率无关的响应如混沌运动.

3. 在非线性系统的响应中, 运动三要素均和初始条件有关, 尤其是响应的频率不仅和激励频率有关, 和响应的振幅也存在关系, 这构成了非线性动力学中广泛存在的多解、振幅跳跃、响应的滞后等特有的现象.

4. 在线性系统中, 由于阻尼的存在, 当无外界激励时系统的运动逐渐衰减为零. 而非线性系统则不同, 即使没有外部激励, 也有可能存在定常的周期解, 如 van der Pol 方程的自激振动.

5. 线性系统在确定性激励的作用下, 只会产生确定性的响应, 而非线性系统则会产生类似随机的响应, 如混沌运动, 这是非线性系统特有的现象.

随着社会和科学技术的发展, 非线性系统动力学问题的研究越来越重要, 非线性动力学的研究目的就是利用非线性振动理论, 对工程技术和社会科学中抽象出的数学模型进行分析, 研究其在不同的初始条件和系统参数改变的情况下的定性和定量变化规律, 揭示其物理本质, 从而能够更好地控制系统的动力学行为.

与线性振动理论不同, 非线性振动目前尚无统一的研究方法, 绝大部分非线性微分方程不能求出其精确解, 因此, 各国学者在研究过程中发展了很多方法来解决实际应用中遇到的非线性动力学问题. 这些方法包括: 理论分析方法, 数值仿真方法和实验研究等. 理论分析方法是非线性动力学中最基本的研究方法, 它的根本任务是从理论上揭示非线性振动的基本规律和特性, 主要包括定量方法和定性方法. 定量方法也称近似解析法, 通过求出系统的近似解析解来研究系统的运动规律和性质; 定性分析方法也称几何法, 是根据微分方程本身的特点对其在相空间中的积分曲线做出定性分析, 进而判断系统的运动规律和振动特性. 定性方法和定量方法可以相互补充, 定性方法可以得到系统解的拓扑结构和系统参数之间的关系, 定量方法可以得到确定参数时的解析解. 在研究各种复杂的非线性动力学问题时, 两种方法缺一不可. 除此之外, 数值仿真和实验研究也是必不可少的研究手段.

数值仿真是随着计算机技术的发展和各种数值分析方法的不断完善而兴起的研究方法, 它是利用数值积分对系统的运动微分方程进行求解, 并据此分析系统的运动规律和特性, 是理论分析的一个重要辅助研究手段. 实验研究则是理论分析的补充和验证的重要手段. 另外, 实验研究有时会对理论分析起到启发性的作用, 一些重要的实验现象对推动非线性动力学的进一步发展起着不可替代的作用.

下面, 简要介绍非线性动力学的发展简史和滞后非线性动力学研究的发展概况.

§ 0.2 非线性系统动力学的发展简史

线性振动的理论始于 Newton 时代, 由于线性微分方程理论的发展已经成熟, 加之线性振动理论中的叠加原理、Duhamel 积分、模态分析和模态综合等技术, 使得线性振动系统的研究已很完善^[1,2], 而非线性振动理论的发展则完全不同.

自从 1673 年 Huygens 观察到单摆大幅摆动对等时性的偏离以及两只频率接近时钟的同步化两类非线性现象以来,非线性动力学理论的研究和发展已经经历了很长时间,但是由于受到当时的研究方法所限,只是在近一个多世纪才逐步完善起来,尤其是近几十年随着分岔和混沌研究的兴起,使得非线性动力学成为一门国际性的前沿学科。

在 19 世纪末,法国科学家 H. Poincaré^[3]发表的系列论文《微分方程定义的积分曲线》,奠定了非线性动力学的研究基础. Poincaré 的主要成果是平面系统奇点的分类、极限环的概念和存在判据,以及奇点和极限环的指数的定义等等. 他的研究成果还包括对分岔理论进行的初步研究,指出了不可积系统的存在,以及对混沌现象的初步研究,指出了伴随横截同宿点的产生而导致的复杂运动现象以及对初值敏感性而导致的不可预测性. 除了这些定性方法以外,在 Poisson 提出的摄动法的基础上, Poincaré 还建立了摄动法的数学基础,论证了摄动法的合理性,并且在天体力学中得到了一定的应用.

几乎在同一时期,俄罗斯科学家 Lyapunov^[4]从 1882 年到 1892 年期间完成的博士论文《运动稳定性通论》,从另一方面推动了非线性动力学的发展. Lyapunov 的贡献包括最早给出了稳定性的严格定义,以及判断系统运动稳定性的直接方法和间接方法. 在 Lyapunov 运动稳定性的基础上,各国学者又进一步进行了完善,使运动稳定性理论在一定程度上不仅属于非线性动力学的定性方法,而且成为了一门独立发展的学科,并且在控制工程、系统工程等很多方面发挥了极大作用.

在定性方法发展的同时,非线性动力学的定量方法^[5, 6]也得到了很大发展. 在 Poincaré 建立的摄动法的数学基础上,在此以后为了避免解中出现永年项,出现了摄动法的各种改进形式,这些改进形式统称为奇异摄动法,其中以 Lindstedt 的工作最为突出,形成了应用比较广泛的 Lindstedt-Poincaré 摄动法^[7, 8].

Sturrock 在研究电等离子体非线性效应时首次用两个不同的时间尺度描述系统的解,提出了多尺度法. 在此基础上, Nayfeh^[9]等人应用多尺度法求解非线性动力学问题并使得多尺度法进一步完善,从而使多尺度法成为一种十分有效的近似解析方法. 严格来说,多尺度法也是一种摄动方法.

平均法最初来自于 van der Pol 对电子管的非线性振荡的研究^[10, 11]. Krylov 和 Bogliubov 在此基础上将其发展成为求解一般弱非线性问题的近似计算方法,后来, Mitropolsky 对其进行了证明,将其进一步推广从而适用于非定常系统和非理想系统,最终形成 KBM 渐近法^[12].

除了以上方法以外,其他的近似解析方法如谐波平衡法、等效线性化法、Garlerkin 法等,也在非线性动力学的发展过程中占有重要的地位. 在非线性动力学的定量解析方法发展过程中,出现了 Duffing 方程、van der Pol 方程以及 Mathieu 方程等著名的非线性微分方程,它们已经成为非线性动力学的精品,是众多非线

性动力学著作的经典例题^[8, 13~15]。

从 20 世纪 70 年代开始, 原来独立发展的分岔理论^[16~23]汇入非线性动力学研究的主流当中, 混沌现象的发现更为非线性动力学的研究注入了活力, 分岔、混沌^[24~28]的研究成为非线性动力学理论新的研究热点并在工程中得到了广泛应用^[29]。

分岔现象最早来源于 1729 年 Musschenbroek 对压杆失稳实验的观察, 这种分岔现象在固体力学中称作屈曲。随后在固体力学、流体力学、电路、自动控制等学科中发现了大量的分岔现象。随着 Poincaré 对分岔理论的奠基工作的完成, 分岔理论得到了系统发展。随后的重要成果包括 Andronov 和 Pontryagin^[30~31]建立的分岔和动态系统结构稳定性的关系; Dumortier^[32]和 Golubitsky^[33~41]等人在突变理论的基础上, 发展了研究局部分岔问题时十分有效的奇异性理论。在 Lorenz 发现混沌现象以后, 关于混沌的研究也得到迅速发展, 尤其是关于通向混沌的几种途径, 如 Ruelle 和 Takens^[42~45]发现环面分岔通向混沌、Feigenbaum^[46]发现倍周期分岔通向混沌以及 Pomeau 等发现伴随鞍结分岔的阵发性通向混沌的途径^[47], 迅速建立了分岔和混沌的联系。由于混沌具有的无穷自相似性, 还引发了关于分形的研究和分形维数的计算等重要成果。

分岔和混沌的理论几乎涵盖了自然科学和社会科学的各个方面。在这个过程中取得了许多重要的成果, 如 Melnikov 方法、Feigenbaum 常数、Kolmogorov 熵、Ueda 吸引子、Smale 马蹄等。这些成果对非线性动力学在各门学科中的应用起到了非常重要的作用。

§ 0.3 滞后非线性系统动力学研究进展

0.3.1 滞后非线性系统概述

滞后非线性是一类很常见的系统非线性特性, 它广泛存在于多种领域, 如土木工程、电力工程、自动控制、光学仪器工程等等。一般说来, 当系统中有弹塑性构件或存在干摩擦时, 它在周期荷载的作用下, 其力与位移或应力-应变曲线就形成滞后回线, 滞后特性使系统具有“遗传”和记忆等非线性特性, 系统的瞬时恢复力不仅依赖于该瞬时的位移, 而且与运动的时间历程有关。滞后回线可以分为两大类, 一类是正阻尼型的, 它消耗系统的能量而使振动衰减, 例如磁滞回线、机械摩擦、材料阻尼以及钢架中出现塑性铰的情况^[48]等等; 另一类是负阻尼型的, 它补充能量而使系统的振动加强, 例如有死区的继电器特性。在力-位移曲线上, 这两类滞后特性的走向正好相反: 前者为顺时针, 后者为逆时针^[49]。由于现代工程中, 新材料层出不穷, 由材料内阻尼引起的滞后非线性引起了专家和学者们极大的兴趣, Jones^[50~51]对近几十年来在材料阻尼方面的研究进行了评述, 张强星^[52]

对于摩擦阻尼在减振和隔振方面的应用的工作进行了综述。

目前滞后非线性系统的研究重点主要包括两方面：一是滞后非线性模型的建立，主要研究模型辨识以及滞后非线性模型的表述形式；二是滞后非线性系统的响应分析，主要研究系统在不同的激励情况下，系统的动力学响应问题。除此之外，滞后非线性系统的控制，多种非线性因素和滞后非线性的耦合问题等方面的研究也在成为人们的研究热点^[53]。下面，分别介绍滞后非线性系统的建模，滞后非线性系统的模型辨识和响应研究。

0.3.2 滞后非线性系统的建模研究进展

滞后特性的遗传性本质决定了滞后非线性恢复力不能用瞬时位移和瞬时速度的代数方程来描述。由于产生滞后非线性力的机理不同，采用的数学模型也相应会有所区别。目前应用比较广泛的几种滞后非线性模型包括：双线性滞后非线性模型，Davidenkov 模型，Bouc-Wen 模型，多项式模型和非对称滞后非线性模型等等。

双线性模型是目前使用最广泛的模型之一，是对滞后非线性最简单明了的描述。理想弹塑性或过弹塑性问题就可以抽象为双线性模型。双线性模型是由 Iwan^[54~56]和 Caughey^[57~59]提出的。从物理的角度上看，可以认为他是在理想干摩擦模型(Coulomb 模型)的基础上，串联了一个弹簧，是弹簧和干摩擦阻尼器的组合。在进行解析分析时，采用该模型比较方便，而且物理意义明确。但是，该模型不能处理结构的刚度退化特性^[53]。

在简单的双线性模型提出以后，为了更真实地反映给定系统的滞后特性以满足特定系统的需要，又在双线性滞后模型的基础上发展出很多改进的滞后非线性模型，如 Takeda 提出的多线性滞后模型^[60]，Iwan 采用多个弹簧和干摩擦阻尼器来综合，并结合经验公式给出的一种模型^[61]，该模型能够描述比较复杂的滞后非线性特性，但是解析分析比较繁琐。Clough^[62]提出了刚度退化模型，其思路是在每一周期内刚度的衰减依赖于上一周期内的最大变形。这些模型都有各自的优缺点，具体应用时决定于所研究的材料、结构以及使用环境等。

Davidenkov^[63]在 1939 年提出了用两段光滑曲线描述的两参数指数滞后非线性模型，该模型能够描述一类很广泛的滞后非线性，并且和试验结果吻合较好。

Bouc^[64]对简单的弹簧-质量系统的滞后力提出了一个模型，其主要思想是将滞后力分解成线性部分和滞后部分，而滞后部分采用非线性微分方程来表示。后来 Wen 又加以完善与发展，故称为 Bouc-Wen 模型^[65~66]，也称作一阶非线性微分模型，它是一种通用性较强的模型。对于给定的位移时间历程，该模型可方便地确定滞后力。Bouc-Wen 模型属于光滑滞后模型，通过合理的选取参数，可以很好地逼近实际的滞后非线性力。作为特殊情况，Bouc-Wen 滞后模型将趋近双线性

滞后模型. 由于该模型具有通用性较强和参数易于识别的优点, 所以得到了比较广泛的应用.

在 Bouc-Wen 模型的基础上, 各国学者在具体应用时提出了一些改进措施, 例如为了模拟磁流变阻尼器的耗能特性, 关新春和欧进萍^[67]省略了弹性力项, 所得的数值结果和试验结果相比误差也很小, 证实了简化模型的合理性. Dyke^[68]在研究磁流变阻尼器时, 提出了将 Bouc-Wen 模型和干摩擦弹簧并联的一种滞后阻尼模型, 与实验结果吻合很好. 但是, Bouc-Wen 模型较为复杂, 而且增加了系统的维数, 利用该模型进行的理论分析较少, 仅限于单自由度和多自由度在随机激励下的响应.

考虑到计算响应的问题, 近年来发展了很多滞后非线性的多项式^[59]数学模型. 这些模型的核心就是利用系统位移和速度的多项式函数来拟合滞后非线性力, 同时将多项式中的滞后非线性力分解为两部分: 一部分为单值非线性函数, 称为骨架曲线; 另一部分为双值非线性闭合曲线, 代表滞后环.

除了以上四种常见的滞后非线性模型以外, 其他常见的模型^[53, 69]还有: 在磁流变阻尼器和电流变阻尼器中应用较多的 Bingham 模型、将多种阻尼形式如干摩擦和线性阻尼结合的混合型阻尼模型、在双线性模型基础上发展起来的多折线模型、Ramberg-Osgood 模型、Meneyotto-Pinto 模型等. 这些模型均有各自适用的特点, 可以适应不同情况的需要.

以上所介绍的均为对称性滞后模型. 一般情况下, 由于滞后非线性决定于材料本身的特性和所受载荷特性, 当材料在加载和卸载过程中存在路径上的不对称时, 会形成不对称的滞后环. 这一点已经得到实验证实. 因此, 需要对不对称的滞后非线性模型进行分析.

韩清凯和闻邦椿^[70]等人对不对称的滞后非线性模型进行了研究. 他们在前人研究的基础上, 将两类对称滞后非线性模型扩展为不对称模型, 这两类模型包括分段线性不对称滞后模型和微分型不对称滞后模型 (Bouc-Wen 模型). 在他们提出的模型中, 将材料的滞后非线性力分解成瞬时恢复力和不对称滞后恢复力两部分. 分段线性不对称滞后模型与双线性对称滞后模型类似, 可以近似地描述系统的滞后特性, 其中加载弹性刚度、塑性刚度和弹性刚度以及屈服点等滞后非线性参数均有明确的物理意义. 与对称滞后模型相比, 不对称滞后模型最明显的区别是在反向加载时存在可以忽略的小的塑性变形.

本书研究的重点是对称的双线性模型、Davidenkov 模型和多项式模型.

在综述了滞后非线性的模型研究后, 对模型的参数识别的研究进展作一介绍.

0.3.3 滞后非线性系统参数识别的研究进展

对于工程中的滞后非线性问题, 实验建模可分为两种^[8], 一类是参数识别,

一类是模型辨识,前者是已知滞后非线性模型的形式,但其参数要用实验的方法确定;后者是未知模型的形式,用实验的方法确定滞后非线性的形式。

滞后非线性既是非线性的,又是非光滑的,关于它的参数识别一直是学者们关注却又难以彻底解决的问题。滞后非线性力的组成包含非线性刚度和非线性阻尼,而且刚度和阻尼的形式在具体的工况下又有所不同,这就使得传统的线性系统的频域和时域分析方法受到限制。可以说,当前的滞后非线性参数识别方法均存在一定程度的缺陷。下面介绍一些典型的滞后非线性系统参数识别方法。

陈乃立^[71]最早提出了滞后非线性系统的参数分离识别方法,将滞后非线性力分为有记忆恢复力和与位移、速度有关的非线性力分别进行识别。该方法可使运算过程大为简化,而且增加了抗干扰能力,提高了识别精度。张向慧^[72]对一个 Bouc-Wen 模型进行了参数识别,选取目标函数为实测量和拟合参数确定的系统输出的差值平方,然后将目标函数对待求的三个参数求导,从而得到联立方程组。该方法当信噪比较高时识别效果很好,当信噪比降低时效果很快变差,甚至迭代过程不再收敛,识别失败。李伟^[73]等人研究了一个双线性滞后非线性系统的识别问题,在识别过程中,利用相干函数,将关于模型参数非线性的参数识别问题转化为线性参数识别前提下的非线性函数优化问题。同时将十进制编码遗传算法的交叉操作和变异操作方法应用到非线性函数的优化问题中来,该方法简单可行,而且理论结果、仿真结果和试验结果有较好的一致性。

考虑到研究的方便,即考虑滞后非线性力仅仅为位移和速度的立方函数。设此时的滞后非线性力为: $F(x, \dot{x}) = \alpha x^3 + \beta \dot{x}^3$ 。其中 α 和 β 为相关的系数,通过合理地调节 α 和 β 可以得到较好的拟合效果。此种模型在钢丝绳减振器的参数识别中得到了一定的应用。例如袁向荣^[74]等人对钢丝绳减振器的参数进行了识别,利用由钢丝绳减振器与质量块组成的单自由度振子进行测试分析,对所测数据利用最小二乘法识别减振器恢复力的待定系数,所得结果说明了假设模型的合理性。

在一般情况下,滞后非线性力不仅是位移和速度的函数,而且还是频率和振幅的函数,即滞后非线性力中还应该含有频率和振幅。以这种模型去识别滞后非线性钢丝绳减振器可以获得很好的效果。

Y. Q. Ni 等人对钢丝绳减振器进行了大量研究。他们^[75]利用 Duhem 滞后算子,在相平面上把滞后恢复力和位移、速度的多值对应关系映射成两个单值平面关系,用位移和滞后恢复力的正交多项式去组成一个平面。通过这个平面,可以确定函数的形式和参数。实验所得和预先进行的假设非常一致。在近期的研究工作中^[76~77],他们首先用循环荷载实验获得了钢丝绳减振器分别在受切向运动、摇摆和压缩张紧时的滞后行为,同时在精确的 Duhem 滞后算子的框架内提出了两个改进的 Bouc-Wen 模型以描述出对称的渐软滞后环和非对称的呈现渐硬交迭包络线的滞后环。然后他们又提出频域参数识别方法,通过周期的承载测试用来确