

爆炸气体动力学基础

张连玉 汪令羽 苗瑞生 编著

07
1
4

北京工业学院出版社

5(3)7

1131

5057
031

爆炸气体动力学基础

张连玉 汪令羽 苗瑞生 编著

北京工业学院出版社

内容简介

本书为高等院校本科生教材,是为爆炸技术提供流体和气体动力学方面的基础。书中以较大篇幅论述了与爆炸有关的一些专题,例如一维非定常流、不可压射流、冲波理论、自模拟运动等。

全书分十章,主要介绍基础知识、不可压缩流动、一维定常流动、二维定常超音速流动、线化理论和特征线理论、一维非定常连续流,非定常流动的特征线法和有限差分法、一维非定常冲波运动、量纲分析与相似理论、自模拟运动。书后编有习题集和常用函数表。

本书可作为爆炸与安全工程、火工品与烟火技术、炮弹、火箭弹与导弹战斗部专业教材或教学参考书。本书对从事爆炸技术专业的工程技术人员也有参考价值。

本书由王继海研究员审阅,经兵器工业部第一教材编审委员会空气动力学与飞行力学编审小组于一九八六年三月召开的全体会议审定,同意作为教材出版。

爆炸气体动力学基础

张连玉 汪令羽 苗瑞生 编著

北京工业学院出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

通县向阳印刷厂印刷

787×1092 毫米 16 开本 29.75 印张 736 千字

1987 年 6 月第一版 1987 年 6 月第一次印刷

印数: 1—2000 册

统一书号: 15434·57 定价: 4.90 元

前 言

本书是为高等院校爆炸与安全工程、火工品与烟火技术、炮弹、火箭弹与导弹战斗部等专业编写的本科生教材，授课时数为100学时左右。

爆炸技术不仅在国防工业中起重要作用，而且随着爆炸成型、定向爆破、爆炸焊接、爆炸切割等技术的发展，在国民经济中也占有重要地位。

本书为爆炸技术提供了流体力学和气体动力学的基础知识。书中以较大篇幅论述了一维非定常流动，较系统的介绍了不可压射流运动，对相似理论和自模拟运动也作了介绍，可用于研究引爆过程、爆炸产物飞散过程、冲击波的传播和相交、反射问题、射流的形成及其相互作用和超高速撞击的侵彻过程等。

本书的初稿于1983年开始作为讲义使用，经过三年来的教学实践，又对全书进行了改写，内容有较大变动。

全书共分十章，内容包括热力学和流体力学的基础知识、不可压缩流动、一维定常流动、二维定常超音速流动、线化理论和特征线理论、一维非定常连续流、非定常流的特征线方法和有限差分法、非定常冲波运动、量纲分析与相似理论、自模拟运动。书后编有习题集和常用函数表。

考虑到工科院校学生的数学和物理基础，在论述上力求做到由浅入深，注意从物理概念出发讲清问题，然后介绍数学处理方法。

本书第一～五章由张连玉编写，第六～十章由汪令羽编写，苗瑞生教授对全书编写作了具体指导，最后对全书进行了全面协调。

本书由兵器工业部第一教材编审委员会聘请核工业部应用物理与计算数学研究所研究员王继海同志审阅，他审阅了全部书稿，提出了许多宝贵意见，在此表示诚挚的谢意。

本书在编写过程中得到北京工业学院空气动力学教研室同志们的大力支持和帮助，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，加之经验不足、时间仓促，书中一定会有错误和不妥之处，恳切希望读者批评指正。

编者

1986年3月于

北京工业学院

7A 3 07 163

目 录

第一章 基础知识	1
§1-1 流体的物理性质.....	1
§1-2 热力学基础.....	4
§1-3 描述流体运动的方法.....	9
§1-4 流体运动的分析.....	16
§1-5 基本方程的转换公式.....	22
§1-6 连续方程.....	25
§1-7 流体中的作用力.....	28
§1-8 理想流体的运动方程.....	28
§1-9 伯努利积分和拉格朗日积分.....	34
§1-10 运动方程的应用	36
§1-11 能量方程	44
§1-12 凯尔文定理	47
§1-13 柱、球坐标系的表达式	48
第二章 不可压缩流动	51
§2-1 不可压平面位流基本方程.....	51
§2-2 位函数和流函数.....	52
§2-3 平面位流的保角变换.....	58
§2-4 施瓦兹-克利斯托弗变换	63
§2-5 自由射流运动.....	69
§2-6 同速射流碰撞运动.....	72
§2-7 有部分刚性边界的射流运动.....	77
§2-8 任意射流的正碰撞.....	84
§2-9 不可压粘流的基本方程.....	87
§2-10 几种简单的粘性流动	96
第三章 一维定常流动	104
§3-1 一维近似条件.....	104
§3-2 一维定常无粘流动的基本方程	104
§3-3 弱扰动波的传播速度——音速.....	105
§3-4 滞止参数.....	108
§3-5 一维等熵流动的参考速度.....	109
§3-6 正(驻)冲波.....	112
§3-7 变截面等熵管流.....	118
§3-8 变截面管流流动分析.....	127

§3-9	等截面导管中有摩擦的绝热流动——范诺流	130
§3-10	等截面导管中有热交换的流动——瑞利流	138
第四章	二维定常超音速流动	145
§4-1	弱扰动在空间的传播特性	145
§4-2	膨胀波和斜冲波的形成	146
§4-3	超音速气流小角折转	148
§4-4	普朗陀-麦耶尔(Prandtl-Meyer)流动	151
§4-5	马赫波的相交和反射	154
§4-6	斜冲波	156
§4-7	斜冲波的反射和相交	163
§4-8	克罗柯(Crocco)定理	165
第五章	线化理论和特征线理论	167
§5-1	理想流体定常等熵流动基本方程	167
§5-2	线化理论	169
§5-3	绕波形壁的定常等熵二维流动	173
§5-4	绕细长旋成体流动的线化理论	179
§5-5	特征线理论	187
§5-6	二维定常超音速无旋流动的特征线方法	195
第六章	一维非定常连续流动	203
§6-1	概述	203
§6-2	一维非定常连续流动基本方程组	206
§6-3	小扰动微幅波的运动	211
§6-4	微幅波的反射和相交	215
§6-5	小扰动线化理论	222
§6-6	平面、球面和柱面声波方程的解	224
§6-7	有限振幅简单波	239
§6-8	活塞运动问题与逃逸速度	243
§6-9	中心稀疏波	247
§6-10	简单波中间断的形成	250
§6-11	一维均熵运动的通解	253
第七章	一维非定常流动的特征线法和有限差分法	264
§7-1	直管中非定常均熵流动的特征线法	264
§7-2	各种初、边值问题	268
§7-3	非定常柱对称和球对称均熵流动的特征线方程	284
§7-4	非定常非均熵流动	286
§7-5	特征线方程有限差分法	288
§7-6	偏微分方程有限差分法	299
§7-7	人工粘性法	305

第八章 一维非定常冲波的运动	311
§8-1 运动冲波方程	311
§8-2 雨贡纽曲线与冲波性质	323
§8-3 弱冲波的声学近似	329
§8-4 运动冲波极曲线	333
§8-5 运动冲波的正反射	337
§8-6 冲波的相互作用	346
§8-7 初始间断的分解——黎曼问题	354
§8-8 运动冲波的斜反射	363
§8-9 爆炸波	370
§8-10 爆轰波	375
第九章 量纲分析与相似理论	385
§9-1 单位和量纲	385
§9-2 量纲分析与 Π 定理	388
§9-3 应用举例	393
§9-4 相似与模拟	400
§9-5 运动方程的无量纲化—确定相似条件的另一种方法	404
§9-6 爆炸波相似律	407
§9-7 穿甲过程模型律	412
第十章 自模拟运动	416
§10-1 概述	416
§10-2 活塞问题	417
§10-3 平面和球面爆轰波的运动	419
§10-4 强爆炸问题的精确解	425
习题	431
习题答案	451
气动力计算常用数值表	459
参考文献	466

第一章 基础知识

§ 1-1 流体的物理性质

流体是气体和液体的统称，它们具有许多共同的物理性质。

一、连续性假设 微观上任何物质都是由分子组成的，分子之间有空隙。流体特别是气体分子之间空隙比较大，但是由于分子的尺度很小，在一个微元体积中，一般都含有大量分子(例如在压强为 $1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、温度为 0°C 的标准状态下，每立方厘米空气中，约含 2.7×10^{19} 个分子)。而且流体分子处在不停地无规则运动中，因而在研究流体的宏观特性时，无法分辨单个分子的作用，可以和固体一样采用连续介质模型。

连续性假设认为：流体是由连续分布的质点组成，所谓连续就是指质点之间没有空隙。每一个流体质点都包含有足够多的分子，因此在质点所占的微元体积中，分子的各种统计平均值都能有确定的含义，这些统计平均值就表现为该微小区域中流体的宏观特性，例如密度、压强、温度等。有了连续性假设，一切流动参数都可以表为空间和时间的连续函数，从而能够运用数学分析的方法研究流体运动。

气体采用连续性假设是有条件的，需要建立一个解析的判据。

气体分子的密集程度可以用分子平均自由程 $\bar{\lambda}$ 来表示，对于遵从麦克斯韦速度分布规律

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}(\pi n d^2)} \quad (\text{m})$$

式中 n ——每立方米气体中的分子数；

d ——用米表示的分子直径。

可见，分子平均自由程愈小，表示分子密集程度愈高。气体的输运特性如粘性、导热性等都与分子平均自由程有关。根据分子运动论， $\bar{\lambda}$ 可按式计算

$$\bar{\lambda} = 1.26 \sqrt{\gamma} \nu / c \quad (\text{m})$$

式中 γ ——气体的定压比热与定容比热之比；

ν ——气体的运动粘度 (m^2/s)；

c ——气体的音速 (m/s)。

例如空气在海平面条件下， $\gamma=1.4$ ， $\nu=1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ， $c=340 \text{ m/s}$ ，算出 $\bar{\lambda}=6.4 \times 10^{-8} \text{ m}$ 。

工程上通常用气体分子的相对密集程度做为连续性判据。可以根据所研究的对象，选取特征长度 L ，分子平均自由程与特征长度之比称为克努森数 (Knudsen number)，用 K_n 表示

$$\begin{aligned} K_n &= \bar{\lambda}/L = 1.26 \sqrt{\gamma} \frac{\nu}{cL} = 1.26 \sqrt{\gamma} \frac{V}{c} \frac{\nu}{VL} \\ &= 1.26 \sqrt{\gamma} \frac{M}{R_s} \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中 $M=V/c$ ——气流速度与音速之比, 称为马赫数(Mach number);

$R_e=VL/\nu$ ——惯性力与粘性力之比, 称为雷诺数(Reynolds number)。

一般规定, 当 $K_n < 0.01$ 时, 连续性假设成立。当 $K_n \geq 0.01$ 时, 气体应作为离散的粒子集合来处理。例如研究冲波内部结构时, 用冲波厚度作为特征长度, 它和分子平均自由程数量级相当, 因此连续性假设便不能成立。又如, 研究飞行器在大气中的运动, 在 150 公里以上高空, 分子平均自由程约等于 3 米, 则属于稀薄气体动力学的研究范畴。一般在离海平面 120 公里以下, 可以把空气当作连续介质。气体动力学只讨论满足连续性假设的流体运动。

二、易流性 流体与固体宏观上最大的区别就是流体容易流动。固体能承受切应力, 在外力作用下, 一般变形很小, 在弹性限内, 其应力与应变成正比。流体则不能承受切应力, 在切向力作用下能产生任意的变形, 切应力和应变速度成正比。由这一特性可知, 在静止流体中不可能有切应力作用。

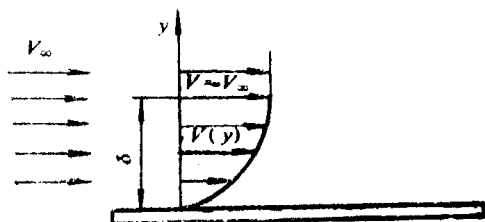


图 1-1 壁面附近的粘性流动

三、粘性 真实流体在切应力作用下发生连续变形时, 存在抵抗相对滑动的切应力(称为内摩擦力), 这种性质称为流体的粘性。

图 1-1 表示实际流体流过固定平板时的情况: 与平板接触的流层粘附在板面上, 其速度和平板相同, 沿平板法线方向, 其速度逐渐增加到主流速度。牛顿通过实验建立了流体的内摩擦定律:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dn} \quad (1-2)$$

式中 τ ——摩擦应力 (Pa);

dv/dn ——法向速度梯度 (s^{-1});

μ ——动力粘度, 简称粘度 ($Pa \cdot s$), 动力粘度与气体密度 ρ 的比值就是运动粘度,

即

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

遵守牛顿摩擦定律的流体称为牛顿流体, 气体以及分子结构比较简单的液体都是牛顿流体。血浆、泥浆等是非牛顿流体, 其差别如图 1-2 所示。(1-2)式只适用于牛顿流体的层流流动。粘度 μ 和流体的物理性质有关, 不同的流体 μ 值不同。同一流体的粘度主要随温度变化。气体的粘度随温度升高而增大, 液体则相反。这是因为它们产生粘性的机理不尽相同。气体内摩擦是由于相邻流层之间分子定向运动的动量交换引起的, 它通过分子热运动来实现。液体除了这种作用外, 还与内聚力有关, 温度升高时, 分子间的自由体积增大, 使内聚力减小, 所以总的会使液体粘度减小。

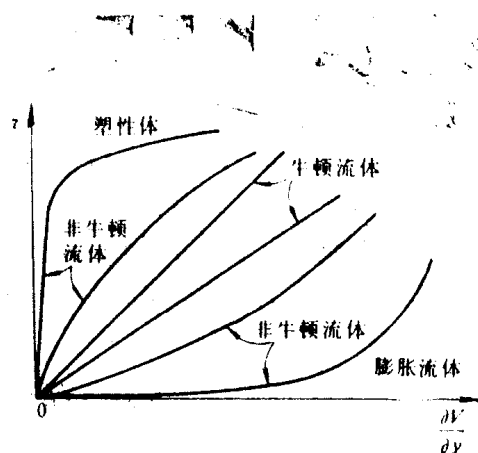


图 1-2 各种流体的粘性

研究粘性流体运动时, 雷诺数 R_e 是一个重要的无量纲参数

$$R_e = \frac{VL}{\nu} = \frac{\rho VL}{\mu}$$

雷诺数表达式的分子与流动中的惯性力有关, 分母与流动的粘性力有关。

一般气体和大多数液体都是粘度很小的, 例如温度为 288K 时, 空气 $\mu = 1.78 \times 10^{-5} \text{Pa} \cdot \text{s}$, 水 $\mu = 114.1 \times 10^{-5} \text{Pa} \cdot \text{s}$ 。如果流动区域内, 流体的法向速度梯度不大, 粘性切应力可以忽略不计, 即认为 $\mu = 0$ 时, 则称为理想流体。理想流体只能传递压力, 不能承受切应力。理想流体与物面接触时可以自由沿壁面滑动。

四、导热性 热交换的形式有热传导、对流和热辐射三种。一般爆炸现象主要换热方式是热传导(如果是核爆炸, 热辐射则起重要作用)。付立叶热传导定律沿一个方向的导热公式为

$$\dot{q}_x = -k \frac{dT}{dx} \quad (1-3)$$

式中 $\dot{q}_x$ ——单位时间通过垂直于 x 轴的单位面积的热流量 (W/m^2);

k ——热传导系数 ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$)。

式中负号表示热流方向与温度梯度 dT/dx 的符号相反。

从微观来看, 热传导过程是较热处的分子(分子热运动动能较大)进入较冷处时, 将自己一部分能量传给较冷处的分子, 而冷处的分子进入热处, 则从热分子处得到动能。所以热量的迁移表示一定能量的交换。

气体的热传导系数 k 也是随温度的升高而增大。常温下, 空气 $k = 2.47 \times 10^{-5} (\text{kW}/\text{m} \cdot \text{K})$ 。由于 k 值很小, 在流场中温度梯度不大的地方, 热传导可忽略不计。粘性和导热性都是分子迁移所引起的, 它们总是同时出现。

五、弹性和可压缩性 取一正六面体。设六面体表面受有均匀压力 p , 当压力同时由 p 增加到 $p + \Delta p$ 时, 六面体体积将减小到 $\tau - \Delta \tau$ 。若压力复原, 六面体体积也复原, 这种物体就叫做弹性体。流体也具有一定的弹性, 弹性大小用弹性模数表示, 它的定义为:

$$E = \lim_{\Delta p \rightarrow 0} \left(- \frac{\Delta p}{\frac{\Delta \tau}{\tau}} \right) = -\tau \frac{dp}{d\tau}$$

式中 τ ——单位质量流体所占的体积, 称为比容, 它和密度 ρ 互为倒数, 即 $\tau = 1/\rho (\text{m}^3/\text{kg})$ 。注意到 $\tau/d\tau = -\rho/d\rho$, 弹性模数 E 可以表为

$$E = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (1-4)$$

流体的可压缩性可以定义为, 流体密度随压力变化的性质。由(1-4)式可以看出, 流体的弹性越大, 越难于压缩。

液体很难被压缩。对于水来说, 压强由一个大气压增大到 1000 大气压时, 密度变化不足百分之五。因此在一般情况下, 可以假定液体是不可压流体。气体的弹性比液体小得多, 所以气体一般视为可压缩流体, 不过在特殊条件下, 如果气体密度变化不显著也可视为不可压流体。

气体动力学的任务就是研究密度有显著变化的流体运动, 大体有以下几种典型情况:

(i) 气体在喷管或导管中的高速运动, 在两个具有不同压强的容器之间, 用导管将它们

连通,当压强差超过一定限度时,管道中会产生高速气体流动,其中气体密度变化显著。

(ii) 物体在静止大气中的高速飞行:物体飞行时,将推挤周围的空气。当飞行速度大到可以同当地音速相比时,空气密度将发生显著变化。

(iii) 气体中有大的加速度流动:当气体的部分边界面上在极短时间内发生显著速度变化时,例如爆炸波阵面的传播或阀门的迅速打开或关闭,都会在气体中引起大的加速度,这时气体密度变化显著。

(iv) 气体中有大的温度差流动:大的温度差会引起气体密度的显著变化。这种情况在研究高速附面层问题时将会遇到。

(v) 在大的高度范围内的气团,其密度差也很大,属于动力气象学范畴。

(vi) 在巨大压强作用下的液体和固体:液体一般作为不可压缩流体看待。但是研究中爆炸时,压强可高达十几万个大气压,这时必须考虑水的可压缩性。当固体所受的压力大于屈服压力时,其物理性质也表现得如同流体一样。例如聚能破甲弹药型罩所形成的金属射流冲击靶板时,冲击压力高达二、三百万个大气压,这时金属靶板也表现为流体的特性。因此可以用流体相互冲击时的运动规律来分析金属射流侵彻靶板的过程。图1-3为铝射流以1500 m/s的速度穿过铝靶板时,靶板金属所呈现的流体特性,流动是二维的,图中给出四个瞬时的连续画面。

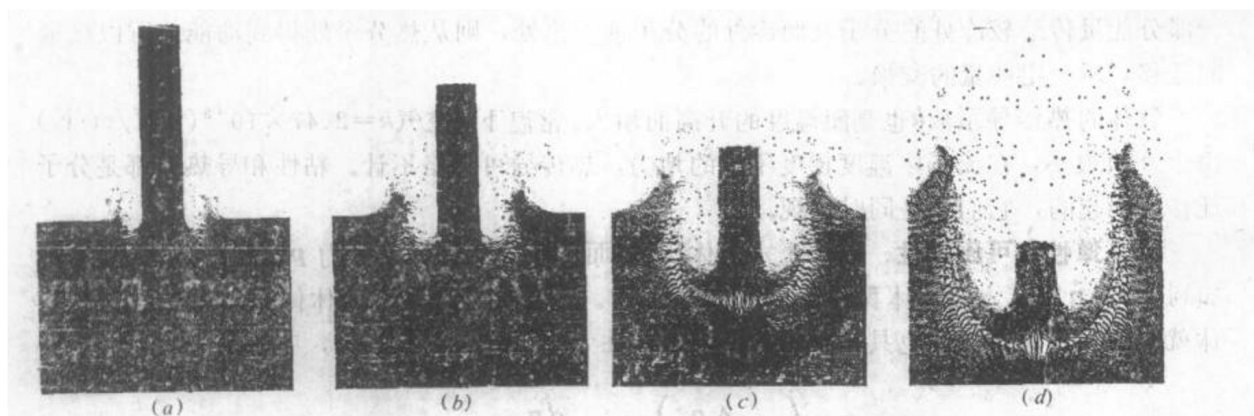


图1-3 金属的流体特性
(a)0.10毫秒;(b)0.20毫秒;(c)0.30毫秒;(d)0.45毫秒。

§ 1-2 热力学基础

一、状态方程 简单热力学系统可以用任意两个状态参数来确定系统的状态。换言之,在三个状态参数之间一定存在确定的函数关系,这个函数关系称为状态方程。例如用压强 p 、温度 T 和体积 V 表示的状态方程可以写为

$$p=f(T, V)$$

物理学中已导出理想气体的状态方程,称为克拉贝隆方程,它具有如下形式:

$$\frac{pV}{T}=\text{const}$$

物理学定义的理想气体是指分子体积和分子间作用力可以忽略的气体。它与前面定义的非粘理想流体是两个不同的概念。为避免混淆,我们把满足克拉贝隆方程并且定压比热和定

容比热都是常数的气体叫做完全气体。

克拉贝隆方程的常数值取决于气体的质量。对于一定质量的气体,其常数值可以由阿佛加德罗定律导出,即任何理想气体,当压强和温度相同时,其千摩尔容积都相等。在标准状态下,各种气体的千摩尔容积都等于 22.4m^3 。由 $T_0=273\text{K}$, $p_0=1.01325\times 10^5\text{Pa}$, $\mathcal{V}_0=22.4\text{m}^3/\text{kmol}$ 得到

$$\frac{p\mathcal{V}}{T} = \frac{p_0\mathcal{V}_0}{T_0} = 8314\text{J/kmol}\cdot\text{K} = \bar{R}$$

式中 $\bar{R}$ 称为通用气体常数。

气体动力学中习惯用单位质量气体的状态方程,用千摩尔分子量 N 通除上式得

$$p\frac{\mathcal{V}}{N} = \frac{\bar{R}}{N}T$$

式中 $\mathcal{V}/N=1/\rho$ ——单位质量气体所占的体积;

$\bar{R}/N=R$ ——气体常数。

于是得到单位质量气体的状态方程为

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (1-5)$$

气体常数 R 与气体的分子量有关,空气的分子量为 28.97,其气体常数为

$$R = \frac{\bar{R}}{N} = \frac{8314}{28.97} = 287\text{J/kg}\cdot\text{K}$$

克拉贝隆方程,在低压条件下对所有气体都能给出精确的结果。即使压强接近临界压强,只要温度大大超过临界温度同样具有足够的精确度,因此在工程上应用很广泛。

如果气体温度比较高 ($10^3\sim 10^6\text{K}$), 方程 (1-5) 可以改写为 $p=z\rho RT$, z 称为偏离系数。对于完全气体 $z=1$ 。在高温空气中,由于空气发生离解和电离,改变了低温空气的粒子数目,而使 z 值发生变化,其 z 值可以根据空气的温度和压强通过计算得出。对于密度较大的真实气体,可以采用范德瓦尔斯 (Van der waals) 方程描述其状态变化规律。对于密度很大的气体,例如凝聚炸药在爆轰刚刚完了所形成的气体产物,其密度可高达 $1\sim 2.5\text{g/cm}^3$, 它的状态方程可以写为 $p=A\tau^{-\gamma}+(B/\tau)T$ 。式中 τ 为气体的比容; p 、 T 为压强和温度; A 、 γ 、 B 是和炸药性质有关的常数,需要通过实验和理论计算来确定。又如对于水下爆炸问题,必须考虑水的可压缩性,要根据实验确定高压水的状态方程。这些方程比克拉贝隆方程要复杂的多。

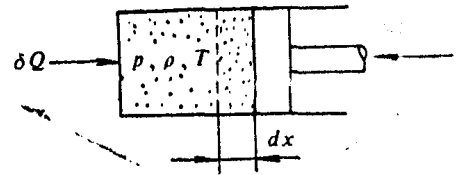


图1-4 热力学第一定律示意图

二、热力学第一定律 热力学第一定律是能量守恒与转化定律在热现象上的应用。

研究图 1-4 所示的系统。对系统加入热量 δQ , 系统内能增加 dU , 系统对外界作功 δW , 实验证明

$$\delta Q = dU + \delta W \quad (1-6)$$

上式是热力学第一定律的数学表达式。其中内能增量用全微分 dU 来表示,说明内能是一个状态参数,也就是说如果系统经历一个完整的循环过程;则有

$$\oint (\delta Q - \delta W) = 0$$

此式和(1-6)式是等价的。功和热都是过程量，其增量用 $\delta(\quad)$ 表示。

假设系统的状态变化是可逆过程，若活塞移动 dx 距离，则气体对外界所作的功是

$$\delta W = p\sigma dx = pd\mathcal{V}$$

式中 p ——系统内气体的压强；

σ ——活塞面积；

$d\mathcal{V}$ ——气体的体积增量。

于是热力学第一定律可以表为

$$\delta Q = dU + pd\mathcal{V}$$

单位质量气体热力学第一定律的表达式是

$$\delta q = du + pd\left(\frac{1}{\rho}\right) = du + pd\tau \quad (1-7)$$

式中 δq ——对单位质量气体所加的热量；

du ——单位质量气体内能的增量， u 是比内能，以下简称内能。

下面讨论几个与热力学第一定律有关的状态参数。

1. 内能 内能是由热力学第一定律引出的一个新的状态参数，它是由于分子热运动而存储在系统内的能量，包括内动能和内势能。内动能中有分子的平动能、转动能和振动能，在高温条件下尚有原子和分子的电子激发能。

根据(1-7)式，系统内能的变化为

$$du = \delta q - pd\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (1-8)$$

2. 热焓 内能 u 和压力位能 p/ρ 之和叫做热焓，用 h 来表示，即

$$h = u + \frac{p}{\rho} \quad (1-9)$$

可见热焓也是状态参数，微分上式得

$$\begin{aligned} dh &= du + pd\left(\frac{1}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho}dp \\ &= \delta q + \frac{1}{\rho}dp \end{aligned} \quad (1-10)$$

或

$$\delta q = dh - \frac{1}{\rho}dp = dh - \tau dp \quad (1-11)$$

(1-10)式和(1-11)式是用热焓表示的热力学第一定律。

3. 比热 气体的比热用 C 来表示，其一般定义是

$$C = \frac{\delta q}{dT}$$

比热和热量一样是过程量。工程上实际有用的是定压比热 C_p 和定容比热 C_v 。根据比热的一般定义和热力学第一定律的表达式(1-7)和(1-11)，可以导出如下关系式：

$$C_v = \left(\frac{\delta q}{dT}\right)_\tau = \left(\frac{du + pd\tau}{dT}\right)_\tau = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_\tau \quad (1-12)$$

$$C_p = \left(\frac{\delta q}{dT}\right)_p = \left(\frac{dh - \tau dp}{dT}\right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \quad (1-13)$$

4. 完全气体的内能和热焓的表达式 完全气体因忽略了分子间作用力, 它的内势能为零, 所以完全气体的内能只是温度的函数, 即

$$u = u(T)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_\tau = \frac{du}{dT}$$

于是由(1-12)式得到

$$du = C_v dT \quad (1-14)$$

因此

$$u - u_0 = \int_{T_0}^T C_v dT$$

完全气体的定容比热 C_v 是常数, 将上式积分, 则

$$u - u_0 = C_v(T - T_0)$$

令 $T_0 = 0$ 时, 积分常数 $u_0 = 0$, 则得到完全气体内能的表达式

$$u = C_v T \quad (\text{J/kg}) \quad (1-15)$$

完全气体的热焓可以写为

$$h = u + \frac{p}{\rho} = u + RT \quad (1-16)$$

所以完全气体的热焓同样只与温度 T 有关, 即

$$h = h(T)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = \frac{dh}{dT}$$

利用(1-13)式有

$$dh = C_p dT$$

积分上式得

$$h - h_0 = \int_{T_0}^T C_p dT$$

取 $T_0 = 0$ 时, $h_0 = 0$, 且完全气体的 C_p 为常数, 积分上式得到热焓的表达式为

$$h = C_p T \quad (\text{J/kg}) \quad (1-17)$$

由(1-15)式至(1-17)式可以导出

$$\left. \begin{aligned} C_p - C_v &= R \\ \gamma &= C_p / C_v \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

由(1-18)的两个关系式可得

$$\left. \begin{aligned} C_v &= \frac{1}{\gamma - 1} R \\ u &= \frac{1}{\gamma - 1} RT = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

$$\left. \begin{aligned} C_p &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \\ h &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

式中 γ 称为绝热指数, 显然完全气体的绝热指数 γ 是常数。

γ 值和分子自由度有关。空气、氧、氮等大多数双原子气体的 $\gamma=1.4$, 一般气体的 γ 值为 $5/3 \geq \gamma \geq 1$ 。

三、热力学第二定律 热力学第一定律说明热能和机械能在传递和转化时的数量关系。而热力学第二定律则是说明能量转化的方向和效率问题。

热力学第二定律有很多说法, 如克劳修斯的说法是: 热量不能自动地从低温物体传向高温物体。另一说法为: 不可能制成一种循环动作的热机, 只从一个热源吸取热量, 使之完全变为有用的功, 而其他物体不发生任何变化。这一说法是开尔文首先提出的。因为循环发动机只能把从高温热源传入的热量中的一部分转化为机械能, 而另一部分未转化的热能要传给低温热源。也就是说任何一个循环发动机至少要有有一个热源和一个冷源才能工作。开尔文的说法宣告了“第二类永动机”是不可能的。这种“永动机”是企图利用包含在自然物体中的热能, 将它全部转化为机械能而不向冷源排热。例如吸取海水中的热能而作功, 这并不违背热力学第一定律, 而热力学第二定律则打破了这种幻想。所以第二定律还有人表述为“不可能制成第二类永动机”。实际上, 以上几种说法完全是等价的。

针对热力学第二定律的不同说法可以有各种表达式。在气体动力学中主要是用熵的变化给出热力学第二定律的数学表达式。

单位质量气体的熵, 用小写的 s 来表示。熵的定义是

$$ds = \frac{\delta q}{T} \quad (1-21)$$

式中 δq ——单位质量气体从外界导入的微元热量;

T ——传热时气体的热力学温度;

ds ——单位质量气体的熵增量。

δq 虽然是过程量, 但是用卡诺循环可以证明: 任何气体经过任意一个可逆循环以后, 其 $\oint \frac{\delta q}{T} = 0$, 这说明 $\delta q/T$ 是全微分, 因此按(1-21)式定义的熵是一个状态参数。也就是说给定两个状态, 对于联结这两个状态的任何过程都具有相同的熵变化。

在可逆过程中, 外界传热是唯一的热量来源, 如果系统与外界是绝热的, 系统内熵值保持不变称为等熵过程, 即

$$ds = 0 \quad (\text{可逆绝热过程})$$

实际流体由于有粘性摩擦力, 状态变化过程总是不可逆的。若系统和外界是绝热的, 微团之间由摩擦而产生的热量将使系统内的熵值增加。假设用 T_H, T_L 表示系统内高、低温微团的温度, 按热力学第二定律, 热量总是由高温物体传向低温物体, 于是两部分微团的熵增量是

$$ds_H = \frac{\delta q}{T_H} < 0$$

$$ds_L = \frac{\delta q}{T_L} > 0$$

因为 $T_H > T_L$, 因此系统内总的熵值是增大的, 即

$$ds > 0 \quad (\text{不可逆的绝热过程})$$

所以系统在绝热过程中, 熵值或者不变, 或者增大而不可能减少。

四、完全气体的等熵方程 将热力学第一定律(1-7)式代入(1-21)式,有

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{p}{T} d\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (1-22)$$

或

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{1}{\rho T} dp \quad (1-23)$$

对于完全气体则有

$$ds = C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \quad (1-24)$$

积分上式则得到两个状态之间的熵值差

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \\ &= \ln \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{C_p} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{(\gamma-1)C_p} \right] \\ &= C_p(\gamma-1) \ln \left[\left(\frac{p_1}{p_2} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right] \end{aligned}$$

对于可逆的绝热过程,熵值不变,由上式并利用状态方程(1-5)式可以得到等熵方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{\gamma-1} \\ \frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} &= \text{const} \\ \frac{p}{\rho^{\gamma}} &= \text{const} \\ \frac{T}{\rho^{\gamma-1}} &= \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (1-25)$$

(1-25)式就是等熵过程中,气体状态变化的规律。

§ 1-3 描述流体运动的方法

一、描述流体运动的两种方法 在一般力学和热力学中习惯以质点系或系统作为研究对象。系统是指确定物质的任意集合,它由同一些质点所组成。系统以外的一切都称为外界。系统的边界是指把系统和外界分开的假想表面,它的位置和形状随着流动而变化,在它上面不发生质量迁移,但可以有能量迁移。图 1-5 表示一个在空间运动的系统。所有热力学和动力学定律都是对系统而言的,然而对于运动流体来说,由于系统边界不固定而带来许多不便,因此通常采用控制体作为研究对象。

控制体是指有流体通过的,相对于某个坐标系固定不变的一个假想体积。包围控制体的边界面称为控制面,它总是封闭的表面。在控制面上有质量、动量和能量的迁移。图 1-5 中虚线表示一个取定的控制体。以后我们将把热力学和动力学定律由适用于系统的形式改写成适用于控制体的形式。

对应两种不同的研究对象有两种研究流体运动的方法。

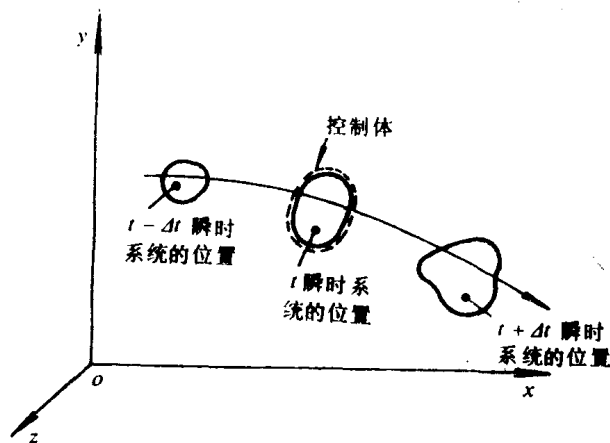


图1-5 系统和控制体

1. 拉格朗日方法(系统法) 拉格朗日方法所研究的对象是流体中各个流体质点的运动, 即研究某一流体质点流动参数随时间的变化, 以及相邻流体质点之间流动参数的变化情况。

设 $t=t_0$ 瞬时, 任意质点的位置由坐标 (a, b, c) 确定。各质点在任意时刻 t 的位置则是 a, b, c, t 四个量的函数, 即

$$\left. \begin{aligned} x &= x(a, b, c, t) \\ y &= y(a, b, c, t) \\ z &= z(a, b, c, t) \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

(1-26)式是以 t 为参变数的质点运动的迹线方程。式中 a, b, c 称拉格朗日变数。

(1-26)式对时间 t 取导数可以得到任意质点的速度和加速度表达式, 即

$$u = \frac{\partial x}{\partial t} \quad v = \frac{\partial y}{\partial t} \quad w = \frac{\partial z}{\partial t} \quad (1-27)$$

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad a_y = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad a_z = \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad (1-28)$$

【例1-1】 已知用拉格朗日变数表示的流体质点速度为

$$u = (a+1)e^t - 1$$

$$v = (b+1)e^t - 1$$

式中 a, b 是 $t=0$ 瞬时质点的直角坐标。求: (1) 流体质点的加速度; (2) 确定流体质点的分布规律。

【解】

(1) 由(1-28)式, 确定流体质点的加速度为

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} = (a+1)e^t$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} = (b+1)e^t$$

(2) 将已知速度代入(1-27)式, 求出质点的分布规律,