

BAO BI JIEGOU DENIU ZHUAN FEN XI

黄剑源 编 · 中国铁道出版社



薄壁结构的 扭转分析 ①

5511

4483

薄壁结构的扭转分析

上册

黄剑源 编

中国铁道出版社

1983年·北京

内 容 提 要

本册介绍薄壁结构在各种扭转形式下的分析方法，重点是箱形断面，包括单室、多室箱形断面，还介绍曲线梁分析的基本概念和算法。书中附有一些实用算例。

薄壁结构的扭转分析

上 册

黄剑源 编

中国铁道出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：850×1168 $\frac{1}{4}$ 印张：10.875 字数：284 千

1983年3月第1版 1983年3月第1次印刷

印数：0001—7,000册定价：1.50 元

前 言

近年来,薄壁结构的扭转问题已日益成为工程结构设计中的重要课题。为了适应这方面的发展需要,现结合兰州铁道学院关于薄壁结构扭转理论的研究,并根据国内外的文献资料编写了本书,供工程技术人员与高等院校师生参考。

本书分上下两册。考虑到当前工程中箱形梁以及箱形组合结构应用得相当广泛,所以上册的内容是讨论单室与多室箱形结构的扭转理论。其中第1章薄壁结构扭转分析的基本概念是全书的导引,同时也是以后各章的基础。第2章讲述箱形断面的纯扭转问题,包括工程中常见的各种箱形组合断面。第3章为薄壁结构的纯扭转分析。第4章讲述箱形断面另一种类型的扭转特性,即翘曲扭转问题,其中着重介绍了箱形断面翘曲几何特性的计算。第5章讲述组合扭转,即纯扭转与翘曲扭转的共同作用,但它涉及的主要是开口断面,以便与箱形断面比较。第6章箱形结构的弯扭理论是上册的中心内容,它研究单室与多室箱形结构在横向荷载与纵向荷载作用下的弯扭问题,其结果在一定条件下亦同样适用于开口断面的薄壁结构。第7章箱形结构按广义坐标法的扭转分析讨论另一种的扭转计算方法,这方法目前在国内外都在应用。第8章曲线梁分析的基本概念,讲述曲线梁的基本方程式以及弯矩、扭矩和支座反力的计算。

下册的内容主要包括开口断面与箱形断面曲线梁的计算理论,曲线连续梁以及箱形断面考虑断面变形影响的计算。

本书取材力求理论联系实际，尽量做到由浅入深便于自学。为了加深理解，书中还附有许多实用的算例，这对结构设计人员有一定的参考价值。

在本书编写过程中，深蒙上海同济大学校长李国豪教授多方指导并提供许多宝贵资料；又蒙兰州铁道学院胡春农教授热情指导，提出许多宝贵意见。对此谨表衷心的感谢。

本书系请兰州铁道学院吴鸿庆副教授审阅，其中部分算例由余传禧讲师帮助校核。付印前，中国铁道出版社又委托铁道部专业设计院程达钧工程师负责全面的审校。编者对兰州铁道学院和铁道部专业设计院领导所给予的支持表示深切的感谢。

由于编者水平所限，实践经验又少，书中缺点错误在所难免。热忱希望读者批评指正。

编 者

1981年5月

主 要 符 号

A 断面面积

a 简支梁扭转时左端 ($z = 0$) 的扭率 φ'

b 简支梁扭转时右端 ($z = l$) 的扭率 $-\varphi'$

C 断面形心

E 弹性模量

$$E' = \frac{E}{1 - \mu^2}$$

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 应变

F 箱形断面中心线所围的面积

f 杆端固定时标注

G 剪切模量

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad \left. \begin{array}{l} I_y = \int_A x^2 dA \end{array} \right\} \text{惯性矩}$$

$$I_{xy} = \int_A xy dA \quad \text{惯性积}$$

$$I_\omega = \int_A \omega^2 dA \quad \text{扇性惯性矩}$$

$$I_\omega^* = \int_A \hat{\omega}^2 dA \quad \text{箱形断面扇性惯性矩}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{\omega x} = \int_A \omega x dA \\ I_{\omega y} = \int_A \omega y dA \end{array} \right\} \text{扇性惯性积}$$

$$I_\rho = \int_A \rho_0^2 dA \quad \text{相对于剪切中心的惯性矩}$$

i 多室箱形断面中室的编号

i 连续梁中跨度的编号

K 扭转常数

k 多室箱形断面, 与室 i 相邻室的编号

k 连续梁中支座的编号

l 杆长

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \int_A \sigma_x y dA \\ M_y &= \int_A \sigma_x x dA \end{aligned} \right\} \text{弯矩}$$

M_x 绕曲线梁 z 轴切线旋转的力矩

$$M_\omega = \int_A \sigma_x \omega dA \quad \text{翘曲双力矩}$$

M_ω 作用在杆上的集中翘曲双力矩

m_t 匀布扭矩

m_x, m_y 匀布弯矩

m_ω 匀布翘曲双力矩

N 纵向力

O 剪切中心

o 断面中心线零点

$\vec{p}$ (p_x, p_y, p_z) 单位长度匀布荷载矢量

$\vec{\bar{p}}$ ($\bar{p}_x, \bar{p}_y, \bar{p}_z$) 单位面积匀布荷载矢量

Q_x, Q_y 沿 x, y 方向剪力

$q = \tau t$ 剪力流

$\bar{q}$ 当 $G\varphi' = 1$ 时的剪力流

r 曲线梁剪切中心的曲率半径

S 薄膜张力

$$\tilde{S}_\omega = \int_0^s \omega t ds \quad \text{断面截取部分扇性静矩}$$

$$\tilde{S}_\omega^\wedge = \int_0^s \hat{\omega} t ds \quad \text{箱形断面截取部分扇性静矩}$$

$$\left. \begin{aligned} S_x &= \int_A x dA \\ S_y &= \int_A y dA \end{aligned} \right\} \text{断面静矩}$$

$$\dot{S}_o = \int_A \omega dA \quad \text{断面扇性静矩}$$

S 断面中心线坐标

T 由荷载产生的总扭矩

T^* 作用在杆上的集中扭矩

T_t 纯扭转扭矩

T_o 翘曲扭转扭矩

t 壁厚

U 应变能

$\overline{U}$ 内力虚功

u 沿法线方向位移

$\vec{u}$ (ξ, η, w) 位移矢量

$\overline{u}$ $(\overline{\xi}, \overline{\eta}, \overline{w})$ 虚位移矢量

v 沿切线方向位移

$\overline{W}$ 外力虚功

W 沿杆轴方向位移

X 多余未知力

x, y 断面的直角坐标

z 沿杆轴方向坐标

z, z' 曲线梁由左或右支座起沿剪切中心曲轴坐标, 其中

$$z = r\theta, \quad z' = r\theta'$$

α 单跨曲线梁的中心角

α 简支梁弯曲时左端 ($z = 0$) 的转角 y'

β 简支梁弯曲时右端 ($z = l$) 的转角 $-y'$

β, β' 曲线梁荷载作用断面的角度坐标

$$\beta = \frac{I_p}{I_p - K} \quad \text{记号}$$

$$\left. \begin{array}{l} \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz} \\ \gamma_{zx}, \gamma_{yn} \end{array} \right\} \text{剪应变}$$

$$\xi = \frac{z}{l} \quad \text{杆轴坐标, 无量纲}$$

$$\eta = \int \frac{ds}{t} \quad \text{记号}$$

$$\eta_{ii} = \oint_i \frac{ds}{t} \quad \text{室 } i \text{ 沿其闭合周边的积分}$$

$$\eta_{ik} = \int_{ik} \frac{ds}{t} \quad \text{室 } i \text{ 与室 } k \text{ 相邻室壁的积分}$$

$$\theta = \theta(z) \quad \text{箱形断面弯扭时的翘曲位移函数}$$

$$\theta, \theta' \quad \text{曲线梁角度坐标, 从左或右支座量起}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{GK}{EI_o}} \quad \text{记号}$$

$$\mu \quad \text{泊松比}$$

$$\xi \quad \text{沿 } x \text{ 轴方向的位移}$$

$$\rho \quad \text{断面中心线上点的切线至转动中心的垂距}$$

$$\rho_o \quad \text{断面中心线上点的切线至剪切中心的垂距}$$

$$\rho_n \quad \text{断面中心线上点的法线至转动中心的垂距}$$

$$\vec{\sigma}_x \quad \text{应力向量}$$

$$\sigma_x \quad \text{正应力}$$

$$\left. \begin{array}{l} \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz} \\ \tau_{zx}, \tau_{yn} \\ \tau_x, \tau_o, \tau_B, \tau_T \end{array} \right\} \text{剪应力}$$

$$\bar{\tau} = \frac{\tau_s}{G\varphi'} \quad \text{剪应力分布函数}$$

$$\tau = \varphi + \frac{\eta}{\gamma} \quad \text{曲线梁总的扭转角}$$

$$\varphi \quad \text{断面扭转角}$$

$$\varphi' = \frac{d\varphi}{dz} \quad \text{直杆单位扭转角 (即扭率)}$$

$$x = \sqrt{\frac{GKI^2}{EI_o}} = \lambda l \quad \text{记号}$$

ψ 应力函数

$$\psi = \frac{2F}{\oint \frac{ds}{t}} \quad \text{扭转函数}$$

ω 扇性坐标

$\hat{\omega}$ 箱形断面扇性坐标

$\wedge$ 箱形断面的符号

ω_o 主扇性坐标

目 录

第 1 章 结构扭转分析的基本概念	1
§ 1.1 薄壁断面的扭转特性	2
1. 薄壁单元体的平衡条件	2
2. 应变-位移的协调条件	3
3. 切向与法向位移的表达式	4
4. 基本假定	6
5. 薄壁断面的六个平衡条件	7
§ 1.2 只弯不扭的情况	8
1. 纵向位移	8
2. 弯曲的一般性方程	9
3. 剪力流方程	11
4. 剪切中心	13
§ 1.3 只扭不弯的情况	16
1. 基本条件	16
2. 翘曲函数	17
3. 翘曲应力	18
4. 扭转中心	22
5. 剪切中心与扭转中心的同一性	24
6. 剪力平衡条件	25
§ 1.4 箱形断面因弯曲产生的剪力流	26
1. 问题的提出	26
2. 剪力流计算	28
3. 箱形断面的剪切中心	31
4. 箱形断面具有纵肋时的剪力流	33
§ 1.5 算例	

1. 三室箱形梁因弯曲产生的剪力流与剪切中心计算	37
2. 梯形断面箱形梁的剪切中心	45
第2章 箱形断面的纯扭转	49
§ 2.1 基本原理	50
1. 纯扭转的基本方程	50
2. 薄膜比拟法	56
§ 2.2 单室箱形断面	59
1. 基本公式	59
2. 结合梁断面——开口与闭口组合的单室箱形断面	61
3. 板桁组合的箱形断面	64
4. 算例	
单室箱形梁弯曲与扭转的应力计算	69
§ 2.3 多室箱形断面	76
1. 一般概念	76
2. 剪力流计算	77
3. 扭转常数 K	78
4. 算例	
三室箱形梁弯曲与扭转的应力计算	79
§ 2.4 其它情况	84
1. 多室分离的箱形断面	84
2. 大室中含有小室的箱形断面	85
3. 箱形断面中闭口肋的计算	91
§ 2.5 箱形断面纯扭转时的翘曲位移	93
第3章 纯扭转中杆件的扭矩与扭转角方程	95
§ 3.1 纯扭转微分方程式	95
§ 3.2 单个杆件	96
1. 静定杆件	96
2. 两端支承均无转动的杆件	97
§ 3.3 弹性转动支承的连续杆件	102
1. 三扭转角方程式	104

2.	三扭矩方程式	106
3.	三扭转角方程式与三扭矩方程式的比较	109
§ 3.4	算例	
	三跨弹性转动支承箱形断面连续梁在纯扭	
	转下的扭转角与扭矩计算	109
第 4 章	箱形断面的翘曲扭转	120
§ 4.1	单位翘曲与翘曲函数	120
1.	单位翘曲	120
2.	翘曲函数	121
§ 4.2	翘曲扭转的应力公式	122
1.	翘曲正应力	122
2.	翘曲剪应力	124
§ 4.3	箱形断面的翘曲几何特性	125
1.	一般公式	125
2.	常用单室箱形断面翘曲几何特性的简化计算	129
§ 4.4	算例	
1.	常用单室箱形断面翘曲几何特性的计算	137
2.	开口与闭口组合的桥梁断面翘曲几何特性的 计算	141
第 5 章	组合扭转	148
§ 5.1	分析原理	148
1.	微分方程式	148
2.	微分方程式的解	149
3.	边界条件	152
§ 5.2	简支梁	154
1.	翘曲双力矩 M_{ω} 作用在梁端	154
2.	梁端产生不同的扭转角	156
3.	匀布扭矩 m 作用	158
4.	集中扭矩 T^* 作用	161
§ 5.3	连续梁	174

1. 简支梁在翘曲扭转下的位移和内力	174
2. 三翘曲双力矩方程式	178
3. 组合扭转下的三翘曲双力矩方程式	179
4. 组合扭转下的变形和内力	181
5. 算例	
三跨连续梁当中跨匀布扭矩 m ,作用时的 变形与内力	182
§ 5.4 在匀布扭矩 m ,作用下的两端固定梁	186
§ 5.5 结构扭转特性的分析	189
1. 扭转特性参数 α	189
2. α 值很小时的近似解	189
3. α 值很大时的近似解	195
4. 结构扭转特性的分析	196
第 6 章 箱形结构的弯扭理论	201
§ 6.1 基本假定、变形	201
§ 6.2 应力与变形之间关系	204
§ 6.3 箱形梁的平衡条件	204
§ 6.4 弯扭微分方程式	211
1. 断面力素-位移关系式	211
2. 弯扭微分方程式	213
3. 弯扭微分方程式的分析	214
§ 6.5 应力计算	216
1. 单室箱形断面	216
2. 多室箱形断面	220
3. 开口与闭口组合的多室箱形断面	222
4. 算例	
开口与闭口组合的多室箱形断面的翘曲剪 力流(当 $\frac{T_{\omega}}{I_{\omega}} = 1$)	223
§ 6.6 微分方程式的解	236

1. 初参数法	236
2. 边界条件	239
§ 6.7 横向荷载作用下箱形梁的扭转分析	240
1. 集中扭矩 T^* 作用	240
2. 分布扭矩 m_t 作用	244
3. 算例	
开口与闭口组合的多室箱形断面在集中扭	
矩 T^* 作用下的应力	249
§ 6.8 纵向荷载作用下箱形梁的扭转分析	251
1. 翘曲双力矩 M_ω 作用在梁端	251
2. 翘曲双力矩 M_ω 作用在箱梁任意位置上	254
3. 分布翘曲双力矩 m_ω 作用	259
第 7 章 箱形结构按广义坐标法的扭转分析	260
§ 7.1 广义坐标与广义位移	260
§ 7.2 虚位移原理·线性微分方程组	264
1. 虚位移原理	264
2. 线性微分方程组	267
§ 7.3 边界条件·广义内力·应力计算	269
1. 边界条件	269
2. 广义内力	270
3. 应力计算	275
§ 7.4 线性微分方程组的矩阵解法	275
§ 7.5 具有单对称轴的矩形箱梁	281
§ 7.6 具有双对称轴的矩形箱梁	287
§ 7.7 算例	
具有双对称轴的矩形箱梁在集中扭矩 T^*	
作用下的计算	289
第 8 章 曲线梁分析的基本概念	299
§ 8.1 基本假定	300
§ 8.2 曲线梁基本方程	302

1. 平衡方程式.....	302
2. 位移的微分方程式.....	304
§ 8.3 关于弯矩 M_x 与总扭矩 T 的计算	310
1. 静定体系	310
2. 一次超静定的基本体系	312
§ 8.4 基本体系中支座反力的计算	318
附录 扇性坐标的几何关系	321
参考文献	323

第1章 结构扭转分析的基本概念

图1.1 系一箱形薄壁结构，其上作用的荷载有沿 x 方向的匀布荷载 p_x ，沿 y 方向的匀布荷载 p_y 与对 z 轴的匀布扭矩 m_t 。此外，在任意点 z 处还作用有集中力 P_x 、 P_y 与集中扭矩 M_z 。作用在横断面上的内力有剪力 Q_x 、 Q_y ，弯矩 M_x 、 M_y ，扭矩 T 与轴向力 N 。横断面上任一点沿 x 、 y 与 z 轴方向的位移分量分别用 ξ 、 η 与 w 表示，其中 x 和 y 轴与杆件断面平行， z 轴沿杆长方向；并使坐标原点放在杆件断面的形心 C ， x 、 y 、 z 三轴之间符合右手坐标系，如图1.1中所示。

在扭矩作用下，杆件断面的扭转角用 φ 表示，图中 O 为断面的剪切中心。

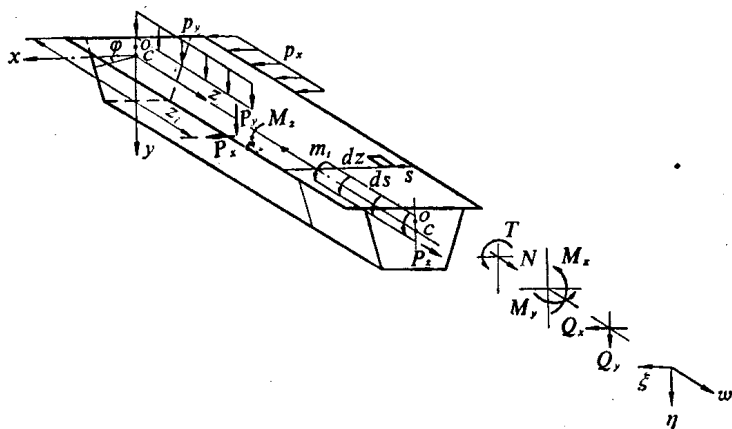


图1.1 作用在薄壁结构上的
荷载 (p_x , p_y , P_x , P_y , P_z , m_t , M_z),
内力 (Q_x , Q_y , M_x , M_y , T , N),
变形 (ξ , η , w , φ)