

170752



高等学校教学用书

画法几何学

大连工学院工程画教研室王锡祉等编



高等教育出版社

4
3

3194

1083

K16

170752

高等学校教学用书



画法几何学

大连工学院工程画教研室王锡祉等编

高等教育出版社



本書系根据中华人民共和国高等教育部 1954 年頒發的高等工業學校機械類各專業用“画法几何”教学大綱編写成的。

本書除緒論外,包括点、直綫、平面、投影改造、曲綫与曲面、几何体的表示法、立体的表面展开、平面与立体相交、直体与立体相交、兩立体相交、軸測投影等章。

本書由中华人民共和国高等教育部組織編写,可作为高等工業學校機械類各專業的教材,也可作为其他專業的教學参考書。

参加本書初稿編写工作的有:王錫祉、張述庆、刘柏馨、陈万鐘、孙海濱、馮章材、万祖基、常学謙、孙孝增和袁国樑。最后由王錫祉同志进行总的修改和彙編定稿。

画 法 几 何 学

王錫祉等編

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

上海勞動印製廠印刷 新華書店總經售

統一書號 16010·504 開本 850×1168 1/32 印張 10 4/16 字數 240,000

一九五七年八月第一版

一九五七年八月上海第一次印刷

印數 1—20,000

定價(10) 1.50

序

本書在开始編写时,就預期作为教科書出版的。因此,編写的主要依据是 1954 年审定的本課程的教学大綱;編写的系統安排,除考虑課程本身的邏輯順序外,还适当地考虑了具体的教学条件和教学上的要求。当然,这种安排是从編者的經驗与观点出發的,并不是唯一恰当的。

我們認為:作为画法几何教科書的任务主要是使学生学会分析和解决空間几何問題的思考方法,从而掌握其圖示法和圖解法。(如果不是这样,就很难确定應該写些什么和写到怎样的程度。)为此本書(1)加强了作圖的空間分析与說理过程,而在作圖步驟上力求簡練;(2)每一圖例具有明确的目的,而避免形象罗列;(3)适当地考虑了教学上的选择和学生的自学材料,但就本書內容来講,仅是足够完成教科書的应有的任务,并不是十分丰富的。

本書的另一特点是加强了課程的基础部分。例如:我們把展开、截断、相貫等各章的基本問題看作是点、綫、平面各章的基本原理与方法和曲面性質的具体应用,为此,要加强展开、截断和相貫各章,就必须先加强曲面部分的内容。

本書編写工作,除本院工程画教研室全体画法几何教师参加外,清华大学褚士荃先生、北京航空学院郑远燎先生、北京工業学院邓开举先生、北京鋼鐵学院方丁先生、北京鉄道学院倪永濤先生、大連海运学院常学謙先生等在各方面給予很多帮助;其他兄弟学校亦都提出了宝贵意見和資料。这些都是促使本書得以順利完成的主要因素,特此表达深切的謝意。

大連工学院王錫祉 1957.3.20

學習方法指示

1. 过去部分学生曾經有一种偏見，認為：只有預先具备了充分的空間想象力，才可能学好画法几何学。事实上，这门課程本身就有培养学生具备空間想象力的特殊使命。所以，具备充分的空間想象力應該是學習画法几何的結果，而不是學習前必須的条件。作为學習本課程的主要前提來說，学生應該具备初等几何的知識（特別是立体几何）。因此，学生在學習过程中，如能經常地把初等几何知識与画法几何原理密切联系起来运用，將會获得良好的效果。

2. 本課程自始至終应用初等几何的原理及投影方法来研究：（1）空間几何問題在平面上的圖示法，（2）在平面圖样上解决空間几何問題的圖解法。因此，在學習过程中，要求我們經常注意空間几何关系的分析和空間問題与平面圖样間的反复联系。这种“从空間到平面，再由平面回到空間”的反复研究和思維的过程，就是本課程最有效的學習方法。因为只有这样，才能保証我們的空間想象力得以充分發展。

3. 按性質來說，本課程是一門基础技术課，因此它的實踐意义是十分重要的。在中学里研究几何問題，是在已有的公理和定理的基础上，論證了解題的一般方法就滿足了。但在画法几何学中，解決問題就必須精确地把圖画出来。假如学生只能从理論上敘述和証明問題而作不出圖来，那末实际上問題还是沒有解决。为此在整个學習过程中：（1）必須着重研究各种圖例，复習時不宜停留在單純地閱讀，应在閱讀的同时用制圖工具在圖紙上描繪所有的作圖方法。这样，不但易于了解課文內容，且能确实掌握其原理及具体应用；（2）經常进行系統的投影作圖練習，对所学每一章

节,必須完成一定数量的習題来巩固它,并在一定阶段,必須按时完成綜合性的圖解作業;(3)有意識地培养踏实、細致和耐心的优良作風,如學習中遇有模糊之处,应借助于模型(可以自制簡單模型)来研究解决;对全部圖解作業和習題,必須用圓規和直尺来完成,要求养成作圖精确和圖面整潔的習慣,不得徒手描繪。

目 录

序	6
学习方法指示	7
第一章 緒論	1
§ 1.1 画法几何学的任务	1
§ 1.2 历史簡述	2
§ 1.3 关于投影方法的基本概念	5
§ 1.4 工程上常用的作圖方法	9
第二章 点	14
§ 2.1 兩投影面体系中点的投影	14
§ 2.2 三投影面体系中点的投影和坐标	17
§ 2.3 点的三面投影圖作法	21
第三章 直綫	31
§ 3.1 直綫的投影	31
§ 3.2 特殊位置直綫的投影	33
§ 3.3 綫段的实長 綫段与投影面的角度	35
§ 3.4 直綫与点的相对位置 分割綫段成定比	41
§ 3.5 直綫的迹点	43
§ 3.6 兩直綫的相对位置	48
§ 3.7 重影点和可見性問題	51
§ 3.8 相交兩直綫所成角度的投影	53
第四章 平面	57
§ 4.1 在投影圖上表示平面的方法	57
§ 4.2 在平面上取点和直綫	58
§ 4.3 平面的迹綫	61
§ 4.4 各种特殊位置的平面	68
§ 4.5 平面上的特殊直綫	72
§ 4.6 过已知点或已知直綫作平面	77
§ 4.7 直綫与平面平行	80
§ 4.8 兩平面相平行	82
§ 4.9 兩平面相交	86

§ 4.10 直綫与平面相交	93
§ 4.11 直綫与平面垂直	104
§ 4.12 兩平面相垂直	108
第五章 投影改造	113
§ 5.1 概述	113
§ 5.2 变换投影面法	114
§ 5.3 繞垂直于投影面的軸旋轉	127
§ 5.4 繞平行于投影面的軸旋轉	142
§ 5.5 繞平面的迹綫旋轉——重合法	144
§ 5.6 投影改造小結	152
第六章 曲綫与曲面	156
§ 6.1 曲綫概述	156
§ 6.2 圓錐曲綫	160
§ 6.3 曲面概述	165
§ 6.4 直綫面	167
§ 6.5 曲綫面	174
§ 6.6 螺旋綫	181
§ 6.7 螺旋面	185
§ 6.8 曲面的切平面	189
第七章 几何体的表示法	194
§ 7.1 平面立体的表示法	194
§ 7.2 曲面立体的表示法	199
第八章 立体的表面展开	205
§ 8.1 平面立体的表面展开	205
§ 8.2 曲面立体的表面展开——可展曲面的展开	210
§ 8.3 不可展曲面的近似展开法	214
§ 8.4 复合体的展开	219
第九章 平面与立体相交	224
§ 9.1 平面与平面立体相交	225
§ 9.2 平面与曲面立体相交	230
第十章 直綫与立体相交	247
§ 10.1 直綫与平面立体相交	247
§ 10.2 直綫与曲面立体相交	249
第十一章 兩立体相交	257
§ 11.1 兩平面立体相貫	258

§ 11.2 兩曲面立体相貫.....	265
§ 11.3 用素綫平面法求兩直綫面的相貫綫.....	267
§ 11.4 用平行面法求兩曲面立体的相貫綫.....	273
§ 11.5 用球面法求兩迴轉体的相貫綫.....	276
§ 11.6 兩曲面立体相貫綫的小結.....	278
§ 11.7 平面立体与曲面立体相交.....	282
第十二章 軸測投影.....	289
§ 12.1 概述.....	289
§ 12.2 正軸測投影.....	294
§ 12.3 斜軸測投影.....	308
附录.....	317
(一) 橢圓的画法.....	317
(二) 橢圓的近似画法——四心扁圓法.....	318

31-17 / 1206

第一章 緒 論

§ 1.1 画法几何学的任务

1. 画法几何学研究些什么呢？概括地说：第一，它研究空間的各种几何要素(点、綫、面)和空間的物体，在平面上的各种表示方法及其原理；第二，它研究在平面上用几何作圖的方法来解决空間的几何問題。所以，画法几何学是一門研究空間几何問題的圖示法和圖解法的科学。

2. 在艺术、工業和各种不同的科学领域中，都要繪制圖样来表示各种物体的形象。但在不同的場合，对圖样有不同的要求。一般所要求的是满足下列两个主要条件：(一)圖样的直觀性，即圖样給人們以逼真的印象或近似于原物本身的形象；(二)圖样的度量性，即根据圖样能方便而准确地判別出原物的形狀大小。

画法几何学研究满足上述条件的圖示法。但对工程界应用的圖样來說，圖样的度量性具有首要的意义。因为任何建筑工程和机器都必須按照圖样进行建造。所以在工程界的任何生产部門中，圖样成为最主要的技术文件之一，且被認為是工程界的語言。而画法几何学就是这种語言的文法。

3. 对工程师來說，在平面上用几何作圖来解决空間几何問題的圖解法是非常重要的。因为在技术界和科学界中，表示出物体的形象往往还不是最終目的。例如用測繪方法画出某一地区的地形圖，它的目的当然不只是为了掌握該地区的地貌而已。根据它，工程师可以研究鉄路或运河綫路的选定，决定何处填筑路基，何处开挖溝渠，并計算出土工数量，以及解决其他一系列的問題。同样，机械工程师有了机器的圖样，他就有可能按照圖样来研究該机

器各部分的机械性能，例如研究机器运转时各部件或各另件間的互相作用的問題并从而提出改进方案。与上述类似的例子，在各种应用科学的領域里都能找到。可以这样說，所有必須解决(或涉及)空間几何問題的科學部門，画法几何学的知識都能得到广泛的应用。这是由于在很多場合下，用画法几何学的方法解决問題要比用数学計算的方法来得特別簡單和迅速的事实所决定。

4. 到这里，我們已經可以初步看到：画法几何学將对未来的科学技术工作者的现实活动所起的重要作用。但是除此之外，画法几何学还有着巨大的一般性意义。因为在系統地研究圖示法和圖解法的过程中，使我們的观察能力和空間观念得到充分的发展，使我們学会分析与綜合空間几何問題的方法。这样，就可能較深入地認識或进一步地解决有关物質世界的各种空間形象問題。

§ 1.2 历史簡述

1. 大家知道，欧几里得和阿基米德等古代的数学家所創立的度量几何学是由于測地学和航海学上的实际需要而产生的。其后，随着人类生产活动不断的發展，提出了一系列新的有关显示物体形象和大小几何問題。事实上，为制造一定形象的物体，如房屋、工具、兵器和机器等就必须預先确定其形狀和大小等几何特性。而这些几何特性要用口头描述是不可能完整而清楚的。因此就有必要用繪圖方法来表示物体。由于这种客观的需要，在远古时，人們已經找到各种表示物体形象的方法。这些方法通过以后許多手工業者、建筑家、艺术家和科学家的劳动又得到了改进和发展。

科学的唯物主义告訴我們：任何科学都是从生产实践中产生，并随着生产發展而前进。画法几何学發展的历史也正是这样。远在画法几何学形成一門独立科学之前，它的很多方法与規則早已在世界各国的各种領域里获得广泛的应用。直到 1795 年画法几

何学才作为一門独立的科学面貌出現。这应归功于法国几何学者蒙若 (G. Monge), 因为他总结和發展了几千年来人类在本門科学領域內的劳动成果。但是也应该指出, 蒙若的成就是与当时 (法国大革命时代) 技术的發展和需要分不开的。

2. 中国是文化悠久的国家, 在繪圖技术方面, 二千年前就已經有輝煌的成就。虽然远古作品大部已散失湮沒, 但就片断史料来看: 早在春秋时代的一部技术經典著作“周礼考工記”中, 已有关于制圖工具“規”“矩”“繩”“墨”等的記載; “周髀算經”里已有“勾三股四弦五”正确繪制直角的方法; 在“史記”中: “秦每破諸侯, 写放其宮室, 作之咸陽北阪上”; 以及在唐代柳宗元“梓人傳”中: “画宮于堵盈尺, 而曲尽其制, 計其毫厘而構大厦無进退焉”等資料, 已足够說明: (1) 我国古代制圖技术上的發展是与历史进程密切結合的, (2) 早在唐代以前就应用了比例的方法, 在較小的面积上反映巨大的形象, 且已达到了一定的精确程度。

这里应该特別提出的是宋代李誠 (仲明) 所著“营造法式” (1103)。这是我国建筑技术的一部經典著作, 是李誠与当代劳动人民密切合作的結晶。其中圖样已相当全面地, 也相当正确地使用了正投影法和軸測投影法, 与用近代投影法所作圖样来比較已几無区别。

嗣后, 明、宋应星編“天工开物”以及其他技术書籍, 也有大量圖样表示了車舟器械的形象和構造。这时西方文化的傳入起了一定的積極作用。但自宋末以迄清代, 我国制圖技术方面并無显著改进。究其原因主要是兩方面: 第一, 在此时期生产力虽有一定的發展, 但封建的生产关系并無絲毫改变; 第二, 中国春秋时代以来在学术思想上的自由風气, 到宋代以后已完全为封建主所欣賞的孔孟之道所代替。統治者害怕人民的創造積極性, 因此就提倡模仿因襲, 輕視劳动, 这就大大地阻碍了在各种科学領域里应有的發展。

近百年来,各門科学的进程是一日千里,画法几何学也随着生产發展而日新月异。但是,具有悠久文化而勇于創造的中国人民在这个領域里是落后了。这由于帝国主义侵略的結果,中国長期淪为半封建半殖民地,因之束縛了生产的發展,也影响了科学技术应有的發展。并由于理論脱离实践的資產階級思想的影响,解放前的大学里也未給予画法几何学应有的重視。因此大大地影响了这門科学在我国应有的發展。

解放以来,由于党和人民政府的正确領導和关怀,已为本門科学的發展創造了条件。我們知道在社会主义的国家里,一切科学部門都有責任为減輕人民的劳动和进一步提高人民的文化和物質生活而努力。当社会主义建設事業日益發展和一切企業部門都已日漸趋向于机械化、自动化和电气化的今天,工具或另件的構造和几何形狀是越来越多样化,同时也要求更高度的精确性。因此,社会主义建設对画法几何学提出的具体要求是:(一)要进一步研究空間形体与圖样之間的对应关系来改进圖样繪制的方法,使繪圖工作也趋向于机械化以減輕千万設計和繪圖工作者的体力劳动和腦力劳动;(二)要进一步研究画法几何的方法,使能广泛地应用到其他科学領域里去,以使工程上的某些問題能更順利地获得解决;(三)要进一步研究画法几何学的理論,为前兩者提供有利的理論基础。当然,要在任何方面取得成績都需要艰苦的劳动,但是我們有理由相信:在中国共产党英明的領導下和生产技术迅速發展的推动下,一定能够改变目前的落后面貌和赶上时代的要求。这一点,还可以从苏联十月革命后,本門科学發展的概貌获得充分的証明。

3. 苏联学者在画法几何学方面是有特殊供献的。从1810年起,画法几何学已成为俄国交通学院的一門独立課程,而雅·阿·謝瓦那雅諾夫,恩·依·馬卡洛夫以及佛·依·庫尔德尤莫夫等等的著作使画法几何学的教学得到了發展。

但是,俄罗斯画法几何学在科学内容上的迅速发展,主要是在伟大的十月社会主义革命以后。这是由于新的社会制度给予科学研究工作创造了无比优越的条件后果。也是苏维埃的科学思想的特有趋向,就是力图把所有的科学成就应用到生活中去和理论与实践相结合的正确方针,所产生的必然后果。当然科学上的成就也与苏联学者的劳动分不开的,其中:耶·斯·费多洛夫,恩·阿·雷宁,恩·阿·格拉哥列夫,阿·依·多布尔雅科夫和恩·佛·切特维鲁新教授们所作出的显著成绩,不但丰富了画法几何领域的理论宝库,并且扩大了图解法的应用。使画法几何学广泛地与力学、机械原理、结构力学、采矿学、结晶学、光学、测量学、航空摄影、造船以及化学中图解法等等各个科学部门构成了有机联系。所有这些成果还有力地驳斥了具有唯心观点的人们的荒谬论断,所谓画法几何学已达到发展的终点,或者说画法几何学已经是一门麻痹了的科学等等说法就毫无立足之点了。

从我国古代在绘图技术上的成就和十月革命后苏联学者在画法几何学上的成就来看,从目前党和政府为科学研究工作创造的优越条件和解放以来各个领域所取得的伟大胜利来看,在中国,画法几何学会象其他科学一样地承继先人光荣传统,并在短期内赶上世界先进水平的。

§ 1.3 关于投影方法的基本概念

1. 画法几何学的基础是投影法。投影法通常分为两大类,即中心投影和平行投影。

设在空间有定平面 P 和不在该平面上的定点 S (图 1.1)。另外任取一点 A , 连结 SA 并延长之,使交平面 P 于一点 a , 我们称:点 a 为空间点 A 在平面 P 上的中心投影;点 S 为投影中心,平面 P 为投影

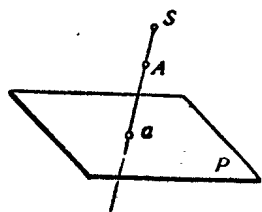


图 1.1

面, 直線 SA 为投射綫。这种投影方法就称为中心投影。

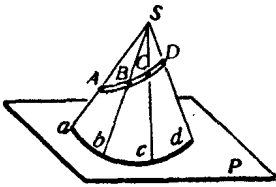


圖 1.2

因为綫可以看作無数点的集合, 所以要求出曲綫 $ABCD$ 的中心投影 (圖 1.2), 可取属于此綫上的一系列的点, 按上述方法一一求出其投影 a, b, c, d 各点。然后依次連結 $abcd$ 就是所求曲綫的中心投影。

从圖 1.2 可見: 中心投影的所有投射綫是經過投影中心的, 所有投射綫的集合形成了一个錐形投射面, 因此中心投影也称为錐面投影。

如果設想把圖 1.2 中的 S 点移向無穷远, 显然, 所有投射綫 $SA, SB, \dots$ 將趋于平行, 如圖 1.3 所示。这些平行的投射綫形成了一个柱形投射面, 它与投影面 P 的交綫 $abcd$ 就称为曲綫 $ABCD$ 的平行投影。当投射綫都是相互平行时, 这种投影方法称为平行投影, 也称之为柱面投影。實質上, 平行投影是中心投影的特殊情况。

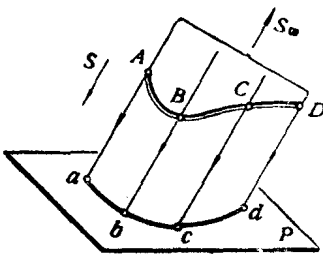


圖 1.3

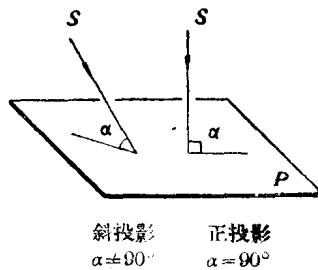


圖 1.4

平行投影按投射方向又可分为正投影和斜投影两种。投射方向垂直于投影面 P 的称为正投影(或直角投影)。否則統称为斜投影, 如圖 1.4 所示。

2. 投影法的實質是在一定的投影条件下, 研究空間各种几何

要素(点、綫、面)經過投影后保留不变的几何特性^①。这些不变的特性就是画法几何学用来进行作圖的依据,也可称之为投影規律。

首先可以举出在任何投影条件下都是正确的兩条基本投影規律:

(1)直綫的投影仍为直綫,特殊情况成为一个点。如圖 1.5,直綫 AB 在以 S 为中心, P 为投影面的条件下,其投影 ab 仍为直綫。特殊情况,当 S, C 和 D 三点共綫时,直綫 CD 的投影 cd 积聚于一点。又如圖 1.6,在平行投影的条件下也可看出上述規律是正确的。

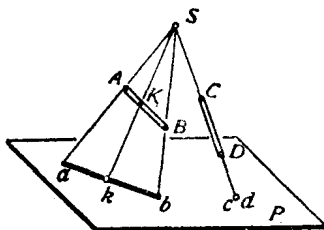


圖 1.5

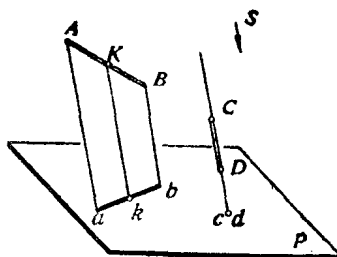


圖 1.6

(2)設一点在某条綫上,則点的投影必定在该綫的投影上。

如圖 1.5 和 1.6,点 K 是直綫 AB 上的点,那末点 K 的投影 k 在直綫 AB 的投影 ab 上。当点 K 在一条曲綫上时,結果也是一样,如圖 1.7 所示。

其次,可以提出工程上常用的平行投影中的一些普遍規律:

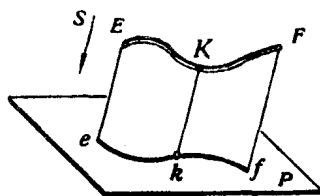


圖 1.7

(1)一直綫上兩綫段之比等于其投影之比。如圖 1.8,設点 A, K, B 都在直綫 AB 上,其投影为 a, k, b , 則 $AK:KB = ak:kb$ 。

^① 專門研究投影中不变的几何特性的科学是射影几何学。

(2) 兩平行直線的投影, 仍互相平行。如圖 1.9, 設平行兩直綫 I 和 II , 則它們的投影 1 和 2 仍互相平行。

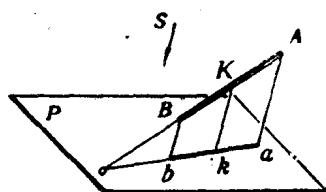


圖 1.8

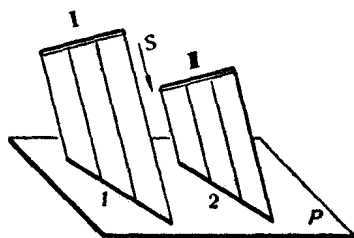


圖 1.9

(3) 兩平行綫段之比等于其投影之比。如圖 1.10, 設綫段 $AB \parallel CD$, 它的投影各为 ab 和 cd , 則 $ab:cd = AB:CD$ 。

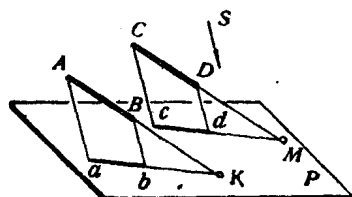


圖 1.10

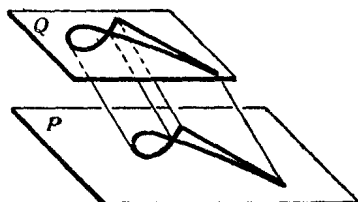


圖 1.11

(4) 平行于投影面的任何綫(曲綫或折綫)或圖形, 它的投影全同于綫或圖形本身, 亦即反映綫或圖形本身的實形(圖 1.11)。

所有上述基本的投影規律都可用初等幾何的知識得到証明。在解決画法幾何問題時, 除經常應用上述基本規律外, 還將結合具體問題探討很多其他的投影規律。這將在本書以下各章來研究。

事實上, 上述規律只說明了有可能利用某些投影規律來進行作圖。這仅是研究画法幾何問題中從空間到平面的一个方面。但是另一方面, 更基本和更重要的問題是: 從投影所得的圖樣是否能夠確定其对应的空間幾何要素間的幾何關係呢? 我們接着來討論這一問題。

3. 從圖 1.1 可以看出: 在一定投影條件下, 一个空間點具有