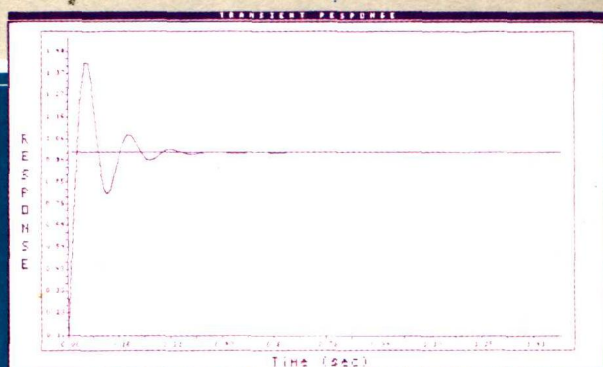
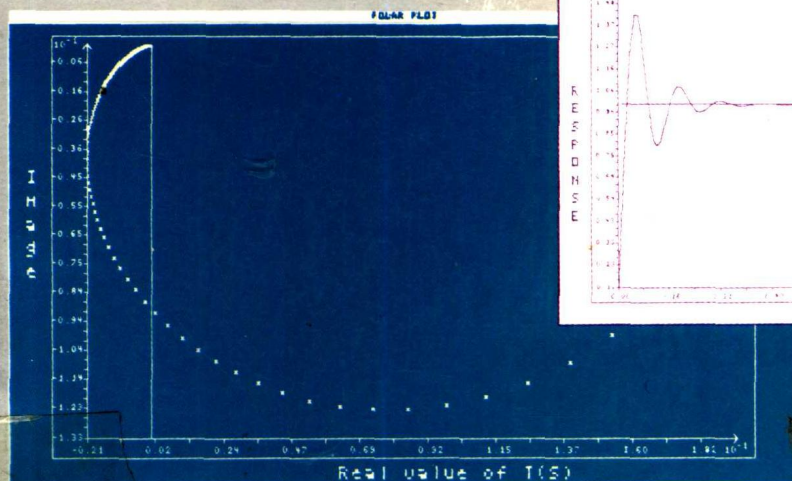
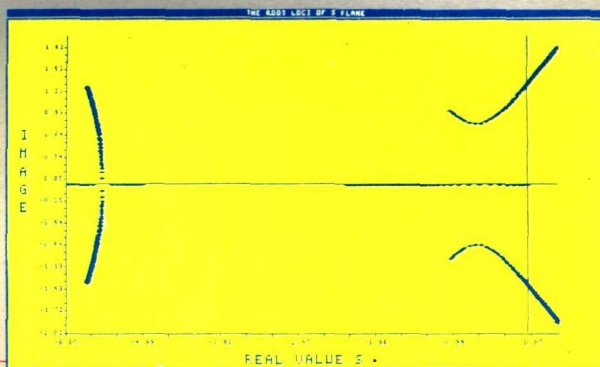
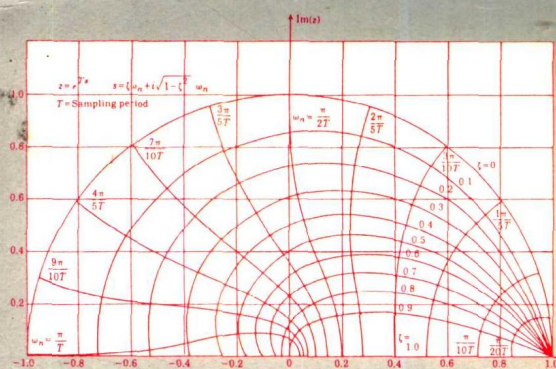


本書另有磁片
意者請洽松崗

自動控制—— 電腦輔助模擬與設計

葉榮木 編著



松崗電腦圖書資料有限公司

自動控制—— 電腦輔助模擬與設計

葉榮木 編著

松崗電腦圖書資料有限公司 印行



松崗電腦圖書資料有限公司已
聘任本律師為常年法律顧問，
如有侵害其著作權或其他權益
者，本律師當依法保障之。

長立國際法律事務所

陳 長 律 師



自動控制—— 電腦輔助模擬與設計

編著者：葉 榮 木

發行人：朱 小 珍

發行所：松崗電腦圖書資料有限公司

台北市敦化南路五九三號五樓

電 話：(02) 7082125(代表號)

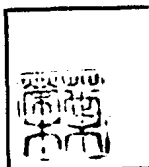
郵政劃撥：0109030-8

印刷者：建發印刷設計公司

中華民國七十六年九月初版

中華民國七十七年七月第二版

版權所有



翻印必究

每本定價 280 元整

書號：5101026

本出版社經行政院新聞局核准登記，登記號碼為局版台業字第三一九六號

教育部獎狀

台(77)高字第 二七〇七七 號

葉崇木先生教學資料
作品榮獲七十六學年
度實 驗 佳作獎成績
優異殊堪嘉勉除發給
獎金外特頒獎狀用資
激勵

部長 瓦高文

中華民國



六月十五日

11/10/86

前言

由於電腦功能日漸強大，使得電腦化的工程教育有革命性的發展。早期工程理論之印證和實驗有賴於貴重的儀器來輔助，現代的實驗課程很容易地在電腦上模擬和設計。鑑於目前控制用套裝軟體大都發展在大型電腦，使用上不見得方便，加上國內 IBM PC 普及，作者因而發展此套控制用的軟體，其目標是使用者不必寫程式，可交談的方式將控制系統的參數輸入，便可看到系統的動態響應，從輸入參數到取得響應可在二分鐘內完成，可節省相當大的時間。另一目標是輔助學生設計出控制系統，並且親眼看到這些系統如何運作，學生可藉之漫遊在自己所創造的控制系統，觀察各變數之變化如何影響到系統的動態響應。

目前已開發完成的有時域暫態繪圖軟體、根軌跡、極座標、波德圖、 Z 領域之根軌跡、 Z 領域之時域暫態響應，及 S 領域和 Z 領域之極點配置法輔助設計程式。這些均以易使用的方式 (user friendly) 來設計，相信對工程教育有所幫助。

本書第一章主要介紹如何將物理系統轉換數學模式。第二章介紹時域暫態響應，及電腦輔助模擬。第三章介紹根軌跡之繪圖法及用電腦來輔助繪圖和設計。第四章介紹極座標繪圖和波德圖繪圖及用電腦輔助繪圖和設計。第五章介紹離散領域之時域、根軌跡和波德圖之電腦輔助模擬和設計及極點配置法之電腦輔助設計。

本書能完成要特別感謝吳永春博士的啓蒙及筆者的學生劉耀元、陳宏達、

張益峰及張俊雄之幫忙校稿。

本書及所附的軟體可作為電機，機械及化工等科系之自動控制實驗課程之教課書或理論課之輔助教材。本書是利用課餘編寫，疏漏或不妥之處在所難免，尚祈各位先進與讀者，不吝指正，以便改進，謝謝。

葉榮木謹識

於師大工業教育系自動控制實驗室

中華民國 76 年 8 月

目 錄

第一章 控制系統數學模式	1
1-1 系 統	1
1-2 線性和非線性系統	2
1-3 數學模式	2
1-3-1 線性化及平衡點	5
1-4 電路系統數學模式	9
1-5 訊號流程圖的一般增益公式	14
1-6 機械系統數學模式	26
1-7 直流馬達數學模式	44
1-8 量測元件的數學模式	55
習題 1	67
第二章 控制系統時域模擬	71
2-1 簡 介	71
2-2 控制系統的時域性能—暫態響應	72
2-3 二階系統的暫態響應	74
2-4 控制系統時間響應的典型測試訊號	78
2-5 控制系統的時域特性—穩態誤差	80
2-5-1 時域繪圖程式使用法	85

2-6	模擬程式設計·····	86
2-7	閉迴路系統穩定度·····	119
2-7-1	電腦輔助判別系統穩定度·····	128
	習題 2·····	130
第三章 根軌跡繪圖和系統設計·····		133
3-1	引 言·····	133
3-2	根軌跡的基本條件·····	133
3-2-1	S平面繪根軌跡程式使用法·····	148
3-3	根軌跡之程式設計·····	149
3-4	根軌跡法設計·····	161
3-4-1	落後補償·····	168
3-4-2	落後—領先補償·····	176
	習題 3·····	180
第四章 頻率領域分析和設計·····		183
4-1	引 言·····	183
4-2	頻率領域特性·····	186
4-3	二階系統的 M_p , W_p , 及 BW ·····	187
4-4	頻率領域作圖法 1 —極座標圖·····	192
4-5	畫極座標圖之程式設計·····	196
4-5-1	極座標繪圖程式使用法·····	207
4-6	頻率領域作圖法 2 —波德圖·····	207
4-7	波德圖之程式設計·····	214
4-7-1	繪波德圖程式之使用法·····	226
4-7-2	帶有時間延遲之系統·····	227

4-8 頻率領域設計·····	228
4-9 電腦輔助頻域設計·····	259
習題 4 ·····	267

第五章 數位系統控制····· 269

5-1 簡 介·····	269
5-2 理論背景·····	270
5-3 控制器數位化·····	279
5-3-1 Z 平面時域響應繪圖程式使用法·····	294
5-4 數位控制系統模擬之程式設計·····	295
5-4-1 Z 平面根軌跡繪圖程式使用法·····	304
5-5 Z 領域之根軌跡繪圖·····	305
5-6 以根軌跡法設計控制器·····	313
5-7 PID 控制器設計 ·····	329
5-8 用 Deadbeat 法設計控制器 ·····	344
5-9 極點配置法 (pole placement) 設計·····	353
5-9-1 把系統模型轉換成可控制型·····	355
5-9-2 狀態變數迴授設計·····	361
5-9-3 輸出和輸入之間的增益·····	366
5-9-4 電腦輔助設計·····	380
5-10 連續時間狀態系統轉換為離散時間系統·····	381
5-10-1 預解矩陣 $(SI-A)^{-1}$ 的計算 ·····	389
5-10-2 電腦輔助狀態轉移矩陣計算·····	392
5-10-3 電腦輔助將狀態方程式換成轉換函數·····	396
5-11 狀態變數迴授採用轉換函數設計·····	402
習題 5 ·····	409

第六章 最佳控制簡介	411
6-1 參數最佳化	411
6-2 狀態變數法	416
6-3 參數最佳化（狀態迴授法）	417
6-4 線性二次式最佳控制—調整器控制	420
6-5 以動態規劃的方式求解	424
6-5-1 在N個區間內的最佳化運算	424
6-6 設定值控制	431
習題 6	436
附錄A 拉氏轉換表	439
附錄B 設計規格表	441
附錄C 繪圖程式	443
附錄D 程式列表	449
附錄E 磁片使用法	495
參考書目	501

第一章 控制系統數學模式

1-1 系 統

一個系統是由各種元件組合而成，來達成某一特定的目標。而系統裏的各個元件可看成有其特定的單一功能。假如不限制在物理領域內的話，系統也可擴充到其他領域，如經濟、交通、人口成長、生物、醫學等方面。以通貨膨脹為例，其工資、物價、生活費用形成一個系統，如圖 1-1 所示：

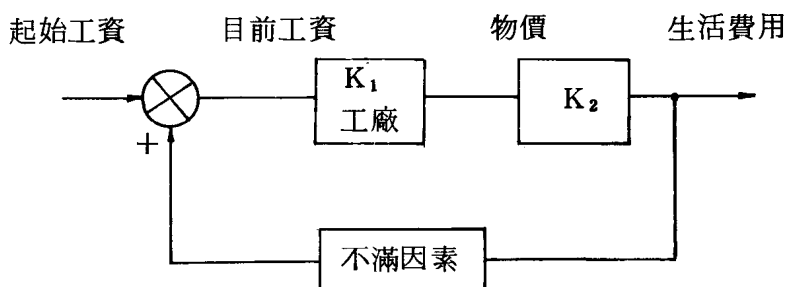


圖 1-1 通貨膨脹系統

系統又分動態和靜態系統，動態系統是其目前的輸出由過去的輸入來決定；靜態系統是其目前的輸出由目前的輸入來決定。假如輸入沒有任何改變，靜態系統的輸出仍維持常數不變，而動態系統可能會隨時間變化。本書所要介紹都是

屬於動態系統。

1-2 線性和非線性系統

線性系統必需滿足下列兩個原則：

1. 重疊性：若輸入為 $f_1(x)$ ，產生輸出 $y_1(x)$ ，若輸入為 $f_2(x)$ 則產生輸出為 $y_2(x)$ 。若此系統為線性且同時加入 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ ，其輸出為 $y_1(x)$ 和 $y_2(x)$ 之和。

$$f_1(x) + f_2(x) \rightarrow y_1(x) + y_2(x)$$

2. 均勻性：若把 $f_1(x)$ 輸入到線性系統，產生輸出為 $y_1(x)$ 。此時把常數 K 乘上 $f_1(x)$ 輸入到系統，可得 $Ky_1(x)$ 。

$$Kf_1(x) \rightarrow Ky_1(x)$$

非線性系統最重要的特性是不滿足重疊性。要解決此類的問題變成很複雜，不容易解，一般的處理方式是把它線性化。

1-3 數學模式

數學模式是一個系統動態特性的數學描述，建立數學模式是控制系統分析與設計最重要的工作之一。一個控制系統可以利用物理定理或定律，如機械系統的牛頓定律，熱力系統的能量不滅定律，電系統的克希荷夫定律，獲得微分方程式，或者經由拉氏轉換成為轉移函數。

本章主要是建立控制系統數學模式，並導出其轉移函數。由於自然界的物理系統很少是絕對線性的，如齒隙 (backlash)、飽和 (saturation)、延滯 (hysteresis)、死帶 (dead zone)、阻力、流體壓縮性等而產生非線性 (nonlinear)。非線性元件之數學模式很難建立，一個非線性的控制系統，

無論是分析或設計，都非常複雜。因為轉移函數限定在線性系統才能使用，因此非線性元件在建立數學模式時，首先必須線性化 (linearization)，或使其操作範圍限於線性範圍之內。要使一個非線性元件在建立數學模式時線性化，必須採用一些技巧，下列是幾個簡單的線性化方法：

1. 近似法——將系統之非線性忽略掉。例如齒輪之齒隙，會產生延滯現象，如圖 1-2 (a)，若把齒隙忽略掉，就是一個線性元件了。
2. 限制儀器設備之操作範圍，避免使用非線性區域，則飽和問題所產生的非線性，因不使用該範圍而可忽略掉，如圖 1-3，只使用 $-a$ 至 $+a$ 區域。
3. 切線線性化——許多物理結構因阻力、流體壓縮性，使關係曲線不呈直線，此時，選擇一操作點，求出其切線方程式，在容許的誤差範圍內，繪出切線的平行線，可以決定容許的線性化操作範圍，如圖 1-4。由切線線性化若改用最小平方法求迴歸直線方程式，亦可達到線性化的結果。

建立數學模式的程序歸納如下：

1. 畫出系統的結構圖及定義各個變數。
2. 利用物理定律寫出各個元件的方程式，然後把它們組合成系統方塊圖，接着導出數學模式。
3. 驗證此模式的有效性和預測此模式的性能——可利用數學或電腦等工具計算出其結果，再和實驗結果作比較。如果不合，回頭重新修正，以達準確為止。

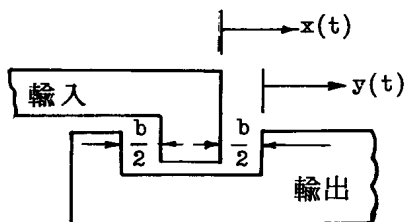


圖 1-2 (a) 在兩個機械元件之間的反撞的物理模型

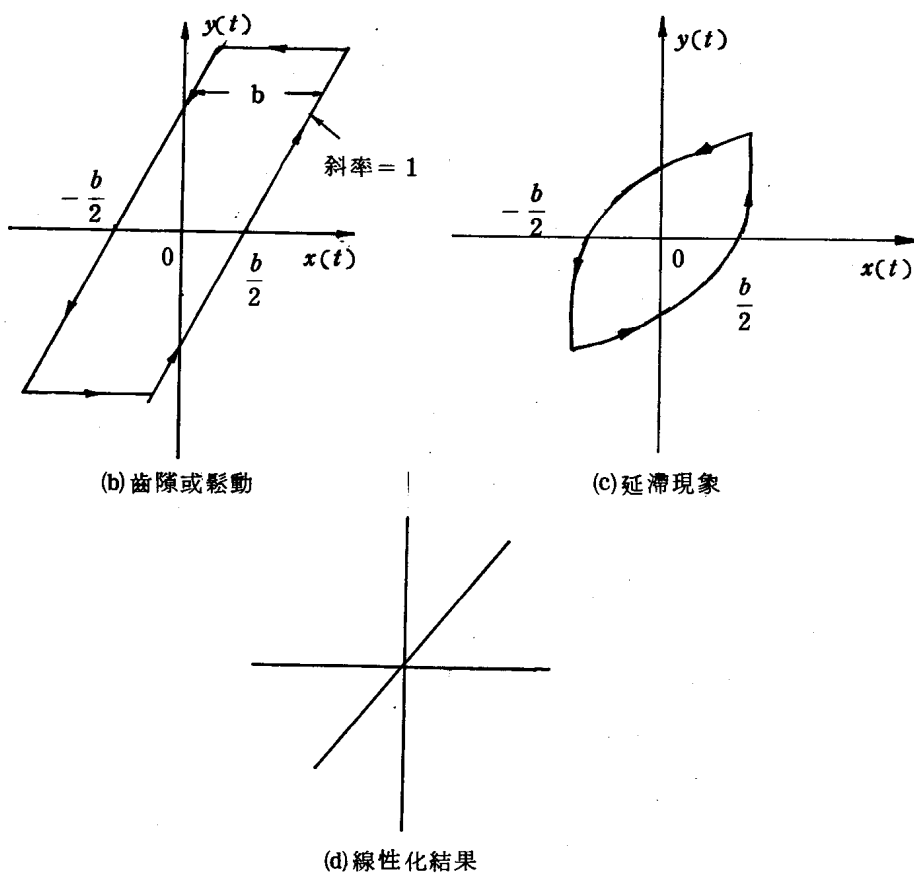


圖 1-2 延滯現象線性化

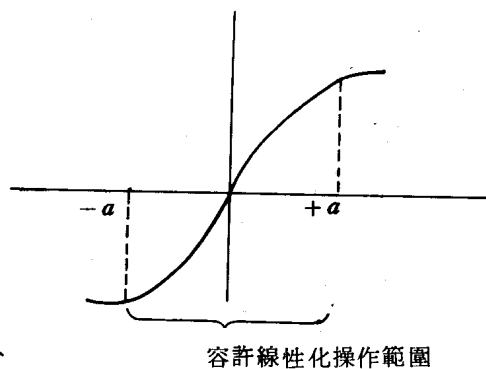


圖 1-3 飽和現象線性化

1-3-1 線性化及平衡點

線性化過程應用的一個典型例子是將非線性系統的動態特性化簡成為線性模型。亦即在某些平衡條件下，找出非線性受控系統的線性化模型。像飛機的飛行控制器的設計時所面對的問題是飛機動態系統有嚴重的非線性特性。這使設計工作的困難度大增，因為非線性系統無法表示成一個簡明的數學模型。所幸即使是最簡單非線性系統中，仍存在一些“平衡（equilibrium）”點。在這些平衡點附近，非線性系統動態特性可以用線性模型加以近似描述。例如，一個單擺就有兩個平衡點：一個是單擺在擺軸正上方（即角度為垂直地面）形成一不穩定平衡（一但有外力加入，此平衡狀態立刻消失），另一個是單擺擺軸正下方，形成一穩定平衡（即單擺在此點上受外力作用，一旦外力消失，單擺最後仍靜止於此位置上）。

如果一非線性系統的動態方程定義如下式

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t)]$$

那麼其平衡點則定義在 $\mathbf{x}_e$ 上，而 $\mathbf{x}_e$ 為向量方程式的解

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_e) = 0$$

例子：以非線性方程式 $\ddot{x} - (1-x^2)\dot{x} + x = 0$ 為例。

首先轉換為非線性狀態模式：

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{y}, \mathbf{x} = [\mathbf{x}, \mathbf{y}]^T = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]^T$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ -\mathbf{x} + (1-\mathbf{x}^2)\mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

上式中可明顯看出當令 $\mathbf{f} = 0$ 時，會使平衡點位於 $\mathbf{x}_e = 0$ 上。

再利用泰勒級數（Taylor series）展開，可得線性項為：

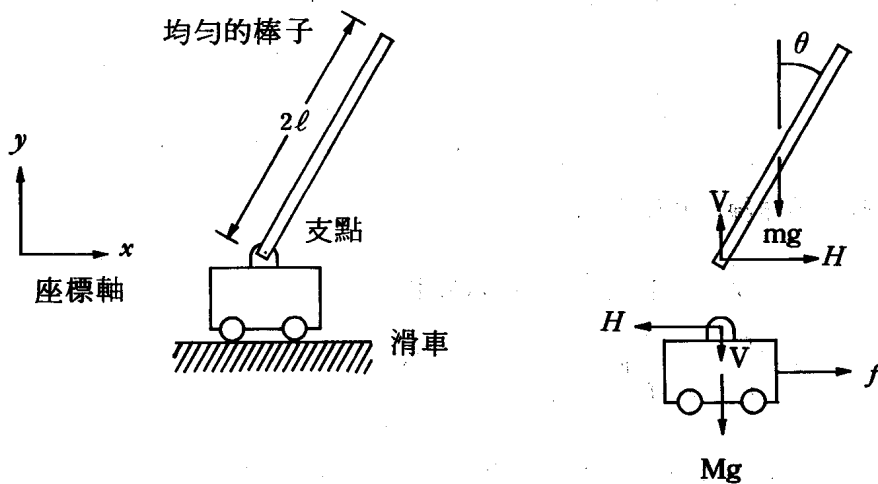
6 自動控制

$$f(x_1, x_2) = f(x_{10}, x_{20}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1 = x_{10} \\ x_2 = x_{20}}} (x_1 - x_{10}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{\substack{x_1 = x_{10} \\ x_2 = x_{20}}} (x_2 - x_{20}) + \dots$$

由上式可得

$$\dot{x} = \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{array} \right]_{x=0} x = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -1 - 2xy & 1 - x^2 \end{array} \right]_{x=y=0} x = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{array} \right] x$$

例子：滑車連桿系統之動態方程式



滑車重心 (c.g.) 在 ($x, -a$)

桿子重心在 ($x + l \sin \theta, l \cos \theta$)

l = 桿長之半

x = 滑車重心與座標原點的水平位移

θ = 桿與 (平衡位置) 垂直間的偏移夾角

m = 桿的質量

M = 滑車質量

g = 重力加速度

H = 由支點上所傳來的水平反作用力

V = 由支點上所傳來的垂直反作用力

f = 控制力

從作用力的分析圖中可得：

$$1. \Sigma \text{作用於滑車的水平力} : MD^2 x = f - H, \text{ 其中 } D^2 = d^2/dt^2$$

$$2. \Sigma \text{作用於桿子的水平力} : mD^2 (x + l \sin \theta) = H$$

$$3. \Sigma \text{作用於桿子的垂直力} : mD^2 (l \cos \theta) = V - mg$$

$$4. \Sigma \text{桿子的轉矩} : (JD^2 + BD) \theta = V l \sin \theta - H l \cos \theta$$

其中

$$J = \frac{1}{3} ml^2 = \text{在桿重心上的慣量}$$

B = 由支點所造成的磨擦力的磨擦係數

由第 2 及第 3 項，可得

$$H = mx + ml \theta \cos \theta - ml (\theta)^2 \sin \theta$$

$$V = mg - ml \theta \sin \theta - ml (\theta)^2 \cos \theta$$

代入第 4 項，可得