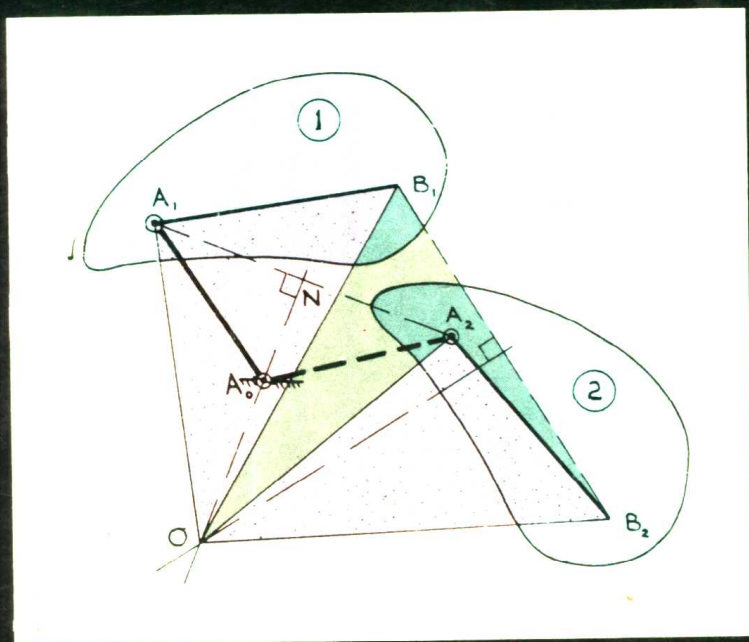


機械系統動態學

Dynamics of mechanical systems

原著者：J.M. Prentis

譯述者：戚萬伍



科技圖書股份有限公司

機械系統動態學

Dynamics of mechanical systems

原著者：J.M. Prentis

譯述者：戚萬伍

科技圖書股份有限公司

本公司經新聞局核准登記
登記證局版台業字第1123號

書名：機械系統動態學
原著者：J. M. Prentis
譯述者：戚萬伍
發行人：趙國華
發行者：科技圖書股份有限公司
台北市重慶南路一段49號四樓之一
電話：3118308・3118794
郵政劃撥帳號 0015697-3

七十七年五月初版

特價新台幣 210 元

序 言

本書可作為大專機械系的基礎課程。書中前半部內容是以傳統的機械元件，連接機構、凸輪、齒輪等為主，但有關自動控制系統部分，則需參考傳統機械學以外的參考資料。因此，所要強調的是機械裝置，而它們的實際操作，則包括電學，流體力學或電機機械，而整個系統的執行，依所有組成部分的操作而定。

我們不但要知道在實際系統中各元件間的交互作用，同時也應知道系統所用的各種理論原理間的相互影響。因此，應認清在實際作用時的動力效應限制。振動理論與自動控制間具有不相同的性質，但如能瞭解彼此間的關係，將有助於研究兩者的應用原理。此種認知常使一本書涵蓋相當多的原理，並可作專業化書籍的資料補充，以符合該領域研究所要求的深度。

第二版內容已將第一版的前二章加以濃縮並予刪改。其他部分亦略有刪改但僅是簡單的修正。

第一版中曾大量使用圖表與計算。此項特點在本版仍予保留；圖表常可藉純代數法使讀者易於瞭解，但由於個人用計算工具已日趨簡易正確，使圖解法的重要性日衰，但仍可作為基本原理的說明工具。第十章說明如何將可程式電算機用在本書所涵蓋的內容。

本書所列習題大多採自劍橋大學工學院的考試試題，在此特別感謝大學出版部的 Syndics 允許本書採用這些問題。我們並不直接參考某些特定考試，是怕誤導學生的學習方向。此外很多問題最初是用 ft/lb 為單位，再換算成 SI 制，其中若有錯誤是作者個人疏忽而非原出題者之誤。

J.M. Prentis
英國劍橋大學

機械系統動態學

目 錄

序 言

第一章 簡單機構 I —— 結構分析

1.1 簡 介	1
1.2 機械的分類	2
1.3 含第 I 級成對的平面機構	5
1.4 含第 II 級成對的平面機構	9
1.5 空間機構	10
1.6 平面機構的結構分析	12
1.7 習 題	14

第二章 簡單機構 II —— 位移分析

2.1 簡 介	16
2.2 凸 輪	17
2.3 干涉 (往復式凸輪)	19
2.4 圓盤凸輪	20
2.5 干涉——圓盤凸輪與一棍子從動件	23
2.6 干涉——圓盤凸輪與平肢從動件	23
2.7 圓盤凸輪與搖桿從動件	25
2.8 輪齒形狀	26
2.9 漸開線齒輪	28
2.10 漸開線齒條	31
2.11 干涉 (漸開線齒輪)	33
2.12 內齒輪	37

2 機械系統動態學

2.13	螺旋齒輪	37
2.14	非漸開線齒輪	38
2.15	在非平行軸間的齒輪傳動	39
2.16	齒輪系	41
2.17	連桿組機構	46
2.18	剛性物體平面運動的連桿設計	47
2.19	習題	49

第三章 機構的力關係 I——傳遞力與摩擦力效應

3.1	概要	54
3.2	無摩擦機構的作用力	54
3.3	摩擦力	57
3.4	考慮摩擦力時的虛功應用	64
3.5	特殊機構的摩擦效應	67
3.6	習題	72

第四章 速度與加速度

4.1	概要	78
4.2	速度與加速度的向量式	78
4.3	相對速度（平面運動）	83
4.4	平面機構的速度圖	89
4.5	空間機構的速度關係式	94
4.6	周轉輪系的速度圖	100
4.7	速度與位移圖間的關係式	103
4.8	相對加速度（平面運動）	103
4.9	平面機構的加速度分析	111
4.10	相對加速度（空間機構）	118
4.11	特殊機構的代數分析	121
4.12	參考書目	127

4.13 等效機構*	127
4.14 習 題	129

第五章 機構的力關係式 II —— 慣性力

5.1 簡 介	148
5.2 剛體力學	148
5.3 D'Alembert 原理	149
5.4 旋轉平衡	151
5.5 迴轉效應, 圓形轉子	166
5.6 角動量	170
5.7 往復式質量的平衡	179
5.8 剛體平面運動的慣性效應	187
5.9 慣性力的傳遞	189
5.10 機構的動態反應	193
5.11 線性系統	198
5.12 飛輪設計	199
5.13 慣性應力	205
5.14 習 題	209

第六章 線性系統 I —— 一階系統

6.1 簡 介	223
6.2 線性系統	223
6.3 轉換關係式	227
6.4 比例元件	227
6.5 積分元件	228
6.6 簡單指數遲延	230
6.7 理論的優點	232
6.8 標準輸入	233
6.9 一階系統的步進反應	235
6.10 類比電腦的積分	238

4 機械系統動態學

6.11 疊置法	240
6.12 脈衝、步階與斜進反應的關係式	242
6.13 一階系統的簡階反應	246
6.14 $(1+TD)x_0 = X_i \cos \omega t$ 的向量圖解法	248
6.15 簡階反應數據表示	251
6.16 Argand 圖的使用	253
6.17 一階系統(2)的簡階反應	255
6.18 習題	259

第七章 線性系統 II —— 二階系統

7.1 簡介	263
7.2 簡單位置控制系統(伺服機構)的運動方程式	263
7.3 跨接彈簧的質量的運動方程式	265
7.4 運動方程式的解——餘函數	267
7.5 步進反應	269
7.6 其他瞬時反應	273
7.7 簡階反應	273
7.8 $(T^2 D^2 + 2cTD + 1)\theta_0 = \theta_i \cos \omega t$ 的特殊積分	274
7.9 直接簡諧反應軌跡	276
7.10 隨頻率而變的振幅的相位的變化	278
7.11 與一階系統比較	281
7.12 習題	283

第八章 自動控制

8.1 簡介	287
8.2 串聯元件	289
8.3 迴路的封閉	293
8.4 遙控位置控制系統	295
8.5 微分控制	299
8.6 速度回饋	303

8.7	引擎的速率調整	304
8.8	積分控制	311
8.9	(a)穩定性——Routh 準則與證明	314
8.10	(b)穩定性——Routh 準則的證明	317
8.11	穩定性——Nyquist 準則 (I)	320
8.12	開路簡諧反應軌跡	324
8.13	開路與迴路簡諧反應軌跡間的關係式	330
8.14	Nyquist 準則 (II)	331
8.15	設計準則	334
8.16	固定 M 與 ϕ 等高線	337
8.17	閉路穩態功能	339
8.18	系統功能的改良	342
8.19	不等於 1 的回饋	347
8.20	對數圖——Bode 圖	352
8.21	簡諧與瞬時反應間的關係式	357
8.22	參考書目	361
8.23	習 題	363

第九章 機械振動

9.1	簡 介	376
9.2	簡單彈簧 - 跨接 - 質量的瞬時振動	376
9.3	彈簧跨接質量的簡諧反應——固定激發	378
9.4	彈簧跨接質量的簡諧反應——慣性激發	383
9.5	振動阻隔	384
9.6	彈簧跨接質量的簡諧反應——振動激發	388
9.7	振動量測	389
9.8	無阻尼振動	391
9.9	相平面	393
9.10	兩個自由度系統的振動	403

6 機械系統動態學

9.11	吸震器	410
9.12	用可撓軸連接的兩轉子振動	412
9.13	齒輪系	419
9.14	相關聯的主座標	421
9.15	相等自然頻率	424
9.16	兩個自由度——結論	424
9.17	在可撓軸上三個轉子的扭轉振盪	425
9.18	對稱系統	427
9.19	Holzer 法	428
9.20	組合系統	433
9.21	樑振動	435
9.22	能量法與 Rayleigh 原理	438
9.23	連續系統	445
9.24	用於連續系統的能量法	453
9.25	軸的臨界速率	461
9.26	迴轉振動	465
9.27	習題	467

第十章 計 算

10.1	簡 介	483
10.2	彈簧 - 質量 - 阻尼器系統的頻率反應計算	484
10.3	開路系統的頻率與反應特徵	485
10.4	平面連桿機構的運動分析與動態分析	487

習題解答

第一章 簡單機構 I —— 結構分析

1.1 簡 介

機械系統 (mechanical system)，被定義為，說明該系統受外界干擾與對此干擾所作的反應間的關係的一種裝置，或數種互相連接的裝置。對最簡單的裝置而言，系統的反應與干擾度 (disturbance) 成正比關係。茲舉簡例來說明。圖 1.1 (a) 所示的刚性槓桿，在左端施一干擾距離 x ，會使另一端升高距離 $y = kx$ ，其中 k 為槓桿比。在輕彈簧 (light spring) 一端施力 P [見圖 1.1 (b)]，會使該端點移動距離 $e = P/k$ ，其中 k 為彈簧的刚性 (stiffness)。圖 1.1 (c) 中，在液體壓力計一端施加壓力 p 會使另一管中的液面升高 $z = p/\rho g$ ，其中 ρ 為管中液體的密度， g 為重力加速度。圖 1.1 (d) 為類比電子系統，電流 i 的電阻 R 兩端的壓力降為 $v = iR$ 。

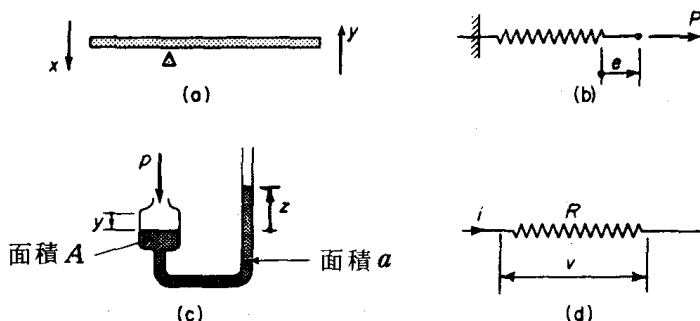


圖 1.1

讀者必需注意，上列舉例各具如下的限制：槓桿必需是剛硬的，否則在受外力作用時，槓桿本身會彎曲，基本公式就無法應用；第二例所用彈簧必需是“輕的”，否則力-位移 (force-displacement) 關係式會因慣性 (inertia term) 而變得複雜。在液體壓力計中，液

2 機械系統動態學

體必需具有質量，因液體重量為該裝置可操作的基本因素。因此可說， p 應緩慢的改變，改變量愈小，慣性項愈小，所應用的簡單關係式愈精確。若在最後例中的電阻為不受感應的，則電流 i 可任意改變，且不會影響所用的關係式；若電阻會受感應，則必需限制電流 i 的改變率。因此以上所舉每一式都可視為已經理想化；各式可有效用在很多實際用途上。本書將研究這些理想式所用的環境與使用特殊裝置時，這些公式如何修正。每個裝置本身即為一系統，同時也是一特定系統組合的構件之一。此組合可說明各構件間的公式來描述。在本例中的公式為

$$\theta_o = K\theta_i \quad (1.1)$$

θ_i 為干擾或輸入（例如前面所提的 x, P, p 與 i ），而 θ_o 為反應或輸出（ y, e, z 與 v ）。

輸入與輸出並不一定要有相同的實質相（physical form）。例如在槓桿例中， x 與 y 皆為位移，故 K 僅為一數字。但在彈簧例中， P 為力而 e 為位移，故 $K = l/k$ 具有單位 m/N 。

機構（mechanism），有時也可用來代表系統，但在力學中它通常限制來說明輸入與輸出皆為位移，且輸入與輸出間的關係式與任何由裝置所傳送的力無關的裝置。後面的限制代表機構中的所有構件皆為剛硬的。例如在滑輪驅動所用的皮帶，必需為可彎曲的，否則皮帶無法繞着滑輪。但若施在皮帶上的拉力不會使皮帶變長，則皮帶可為剛性構件。由於皮帶理想化，假設滑輪與皮帶間無滑移產生，則滑輪的角位移乃與其他滑輪的角位移成正比。

回到圖 1.1 的系統即可看出，槓桿為機構，而彈簧並非機構。液壓計也可視為機構，因兩液面間的關係式與壓力 p 無關；假設壓力計管壁為剛硬的且液體為不可壓縮的 $z = yA/a$ 。換言之，壓力計的功能，並非在傳送運動，而是將壓力轉換成位移。

1.2 機械的分類

將機構定義成刚性構件或連桿 (link) 的組合，且各構件間的相對運動皆有些限制。

經此定義，可開始研究並描述機構不同部分間的運動關係式，而無須參考任何機構所傳送的力。但此並非暗示機構運動與施在機構上的力間關係並不重要，而是表示兩者可分開處理。

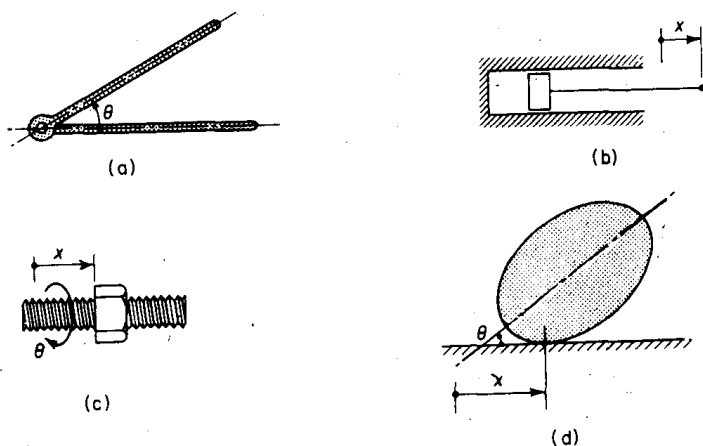


圖 1.2

要在元件 (elements) 間傳送運動，這些連續元件間需有接觸。此外，若有一列元件，則可用最少座標來定義機構圖形。圖 1.2 所示為成對 (pairs) 接觸元件。(a) 中兩桿互相鉸接，(b) 中活塞在圓筒內移動。在這兩例中，可僅用一變數來定義成對元件的相對位置，在鉸接桿例中，使用 θ ，活塞與圓筒例中使用 x ；假設活塞並不旋轉。在螺栓與螺帽例中， x 或 θ 皆可用來定義圖形，但不需用兩個變數，因已知一變數即可決定另一變數。在 (d) 圖中，橢圓盤與平面接觸，此例需有兩個變數來定義該圖形， x 定義平面上的接觸點，而 θ 定義圓盤的高度。成對構件的自由度 (degree of freedom) 與座標數相同。因此，圖 1.2 (a)，(b) 與 (c) 所舉的成對，皆僅有一個自由度；例 (d) 中有二個自由度，圖 1.3 的球與承窩則有三個自由度。將這三種類型分別稱為 I 級，II 級，與 III 級成對。成對構件的最大自由度為 5。此種構件係由兩種僅在單一點接觸的構件所組成。

4 機械系統動態學

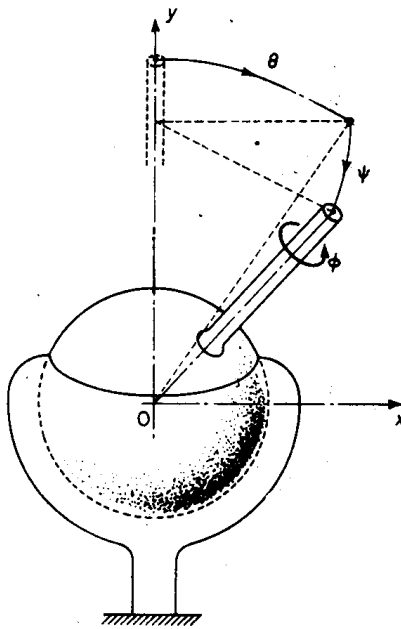


圖 1.3

若成對兩構件的外形不拘，則自由度數 F 與接觸點數 p 有關，其關係式為

$$F = 6 - p$$

但此式的應用範圍有些限制，因成對構件的外形通常不是任意的。在球與承窩例中，兩構件有無限多個接觸點，但所有點皆在球面上。因此成對仍有三個自由度。類似的觀察方式，可用在圖 1.2 所列的各成對例。

機構的自由度數，決定於接點種類，不同接點的數目，以及構件的數目。雖然可導出求機構自由度數公式，但很難正確描述這些公式。例如在平面機構上，機構所有的運動，不是在固定平面上，就是與之平行，此種機構較三維運動機構更為常見。在第一實例中，考慮平面機構，所有的接點僅有一個自由度。

1.3 含第 I 級成對的平面機構

圖 1.4 (a) 中的 AB 與 CD 桿各需三個座標來定義它們與軸 Oxy 相對的位置，由這兩桿所組成的系統，具有六個自由度，各桿含三個自由度，若系統由 n 支不連續桿組成，則有 $3n$ 個自由度。若兩桿分別鉸接在 B 及 C，則 CD 減少兩個自由度，因 C 在 Oxy 平面上不再能自由旋轉，雖然 CD 仍可與 B 作相對自由旋轉，圖 1.4 (b) 的自由度等於 $6 - 2 = 4$ 。若 n 桿有 j 個鉸接點，則系統有 $(3n - 2j)$ 個自由度。應注意，雖然要說明圖 1.4 (b) 需有四種座標，但可改用其他座標。

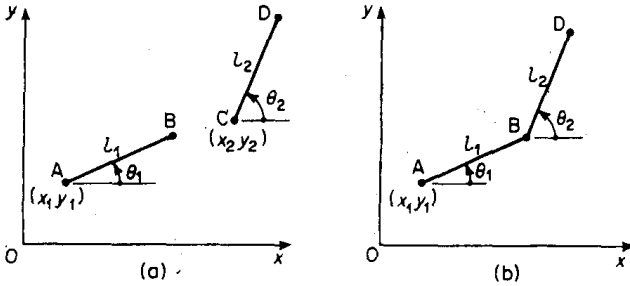


圖 1.4

因此，極座標可代替直角座標來定出 A，或選用 x_2, y_2, θ_1 與 θ_2 代替 x_1, y_1, θ_1 與 θ_2 。換言之，並無完全自由的選擇，例如 x_1, x_2, θ_1 與 θ_2 為不當的座標組合。這是因 x_1, x_2 與 θ_1 具有如下關係式

$$x_2 = x_1 + l_1 \cos \theta_1$$

即使此式已能滿足，桿的位置仍未完全決定。因 y 方向的位置並未定出。故此系統的自由度數等於定義其圖形所需的獨立座標數。

通常，機構無法在空間中作自由移動，但可將一構件固定而使機構繫在地面上。如此會破壞三個自由度，正如將圖 1.4 (b) 的 AB 想像成固定。因此由第 I 級成對所構成的平面機構的自由度數為

6 機械系統動態學

$$\begin{aligned}
 F &= 3n - 2j - 3 \\
 &= 3(n - 1) - 2j
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

系統，可根據 F 值來分類。表 1.1 所示為不同 F 值的稱號

表 1.1

$F = 1$	簡單機構
2	差速器
0	簡單勁度構架或剛性構架
-1	含一多餘構件的結構
- n	含 n 多餘數的結構

先研究將式 (1.2) 應用在旋轉對 (turning pairs) 的情形。最簡單的裝置由單一成對元件構成，其中之一為固定。該系統很明顯僅有一個自由度，可用 $n = 2$ 與 $j = 1$ 代入式中查得 $F = 1$ 。三支桿如圖 1.5 (b) 方式鉸接，可形成剛性構架而 $F = 0$ ，圖 1.5 (c) 的四桿機構僅有一個自由度。四桿機構十分重要，將在下面詳細說明。

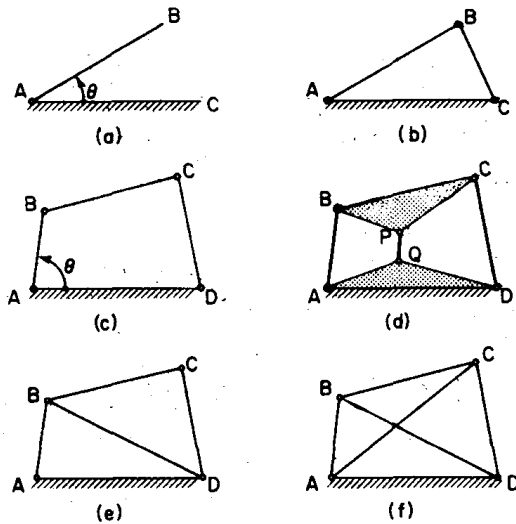


圖 1.5

當要增加第五連桿時，就多一種選擇；方法之一是，將現有接點之一切開，並插入此連桿以形成二個自由度的多邊形，或將第五連桿接在任兩點 P 與 Q 間以形成剛性構架。圖 1.5 (e) 將第五連桿接 B 與 D 間，使系統看似五支連桿與四個接點，而使 $F = 4$ 。但若有適當裕度而使在 B 與 D 的接點加倍，則接點共有六個，從式 (1.2) 可得出 $F = 0$ 。

在圖 1.5 (f) 中， $j = 8$ ， $n = 6$ ， $F = -1$ ，剛性構架轉換為贅餘結構 (redundant structure)。此種情形僅當第六連桿 AC 長度適當時才會出現。這是第一次使用長度項在討論中。迄今為止，皆自動假設構件尺寸已有限制，例如圖 1.5 (b) 中， $(AB + BC) > AC$ 為必然的事，除此以外，長度便無限制。因此，若用式 (1.2) 得出 $F = -1$ 則裝置元件的尺寸必有某一限制。加上幾何限制後，就可得出一個自由度的機構，即使該機構根據式 (1.2) 為剛性的。圖 1.6 (a) 的螺旋夾鉗 (screw clamp) 為類似例，夾鉗由一螺旋對，一滑動對，與一旋轉對所組成。因有三構件，由式 (1.2) 中得出 $F = 3(3 - 1) - 2 \times 3 = 0$ 。但，此構造實際上為自由度等於 1 的常見裝置。經深入思考

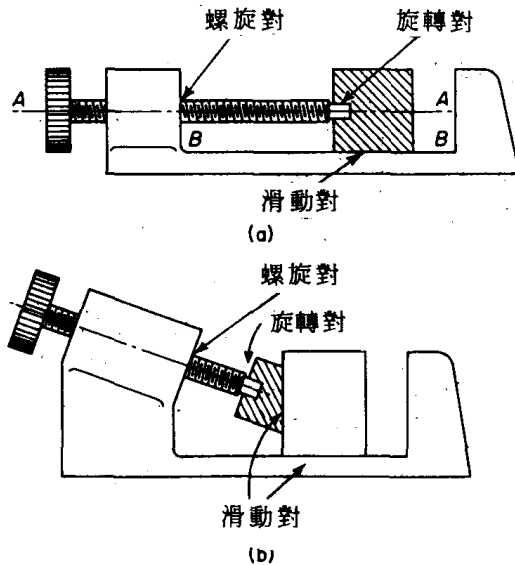


圖 1.6