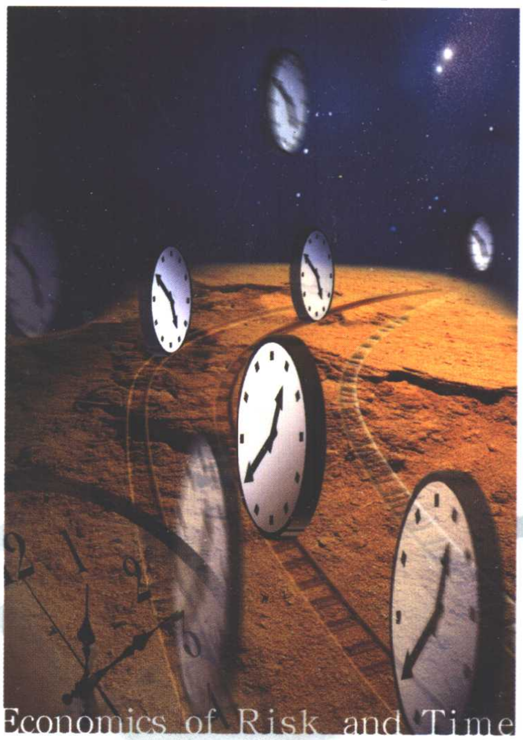
The Economics of Risk and Time

风险和时间经济学

克里斯蒂安·戈利耶 著
[Christian Gollier]

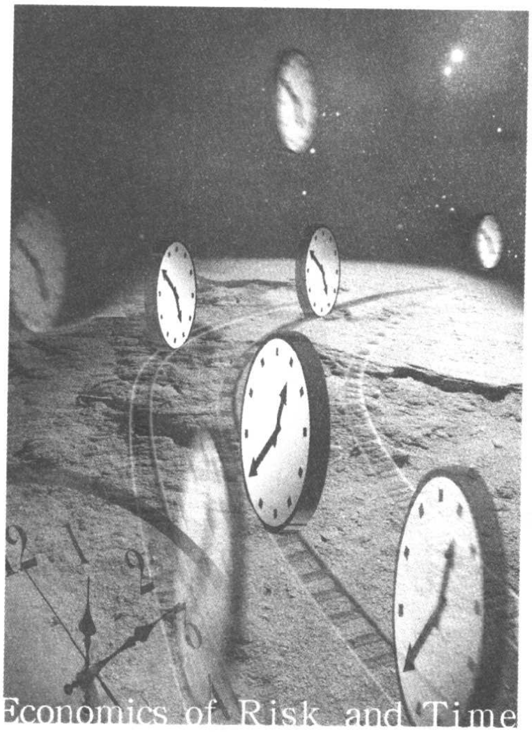


中信出版社
辽宁教育出版社

Economics of Risk and Time

风险和时间经济学

克里斯蒂安·戈利耶 著
徐卫宇 译



中信出版社
辽宁教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

风险和时间经济学／克里斯蒂安·戈利耶著；徐卫宇译. —沈阳：辽宁教育出版社，2003.5

书名原文：The Economics of Risk and Time

ISBN 7-5382-6641-0

Ⅰ.风…　Ⅱ.①克…　②徐…　Ⅲ.①风险管理–经济学　②时间经济学　Ⅳ. F069.9

中国版本图书馆CIP数据核字（2003）第034586号

风险和时间经济学

FENGXIAN HE SHIJIAN JINGJIXUE

著　　者：克里斯蒂安·戈利耶

译　　者：徐卫宇

责任编辑：吴素萍　　　　**责任监制**：朱　磊　王祖力

出 版 者：中信出版社　辽宁教育出版社

经 销 者：中信联合发行有限公司

承 印 者：北京忠信诚印刷厂

开　　本：787mm×1092mm　1/16　　**印　　张**：24.25　　**字　　数**：268千字

版　　次：2003年5月第1版　　**印　　次**：2003年5月第1次印刷

辽权图字：06-2003-78

书　　号：ISBN 7-5382-6641-0/F·96

定　　价：39.00元

前 言

不确定性随处可见。在经济学的诸领域中，风险是构成决策制定环境的一个维度。在金融理论中，决策制定的不确定性就是最明显的例子。类似地，由于意识到风险在解释个人决策时的重要性，才使得宏观经济学的最新进展成为可能。在决策制定的过程中，只有将不确定性考虑进去，才能够完全理解消费方式的决策、投资决策以及劳动力决策。环境经济学提供了另一个例子。现在，公众和舆论对于潜在的、灾难性的相关风险，例如温室效应和遗传控制十分敏感。环境经济学家已在其模型中引入概率运算来体现预防努力的社会有效水平。最后，不对称信息对于博弈论的突出贡献强化了经济学家对不确定性的兴趣。

在将不确定性引入经济模型时，我们拥有广为接受的、统一的框架真是太幸运了。在20世纪40年代中期，约翰·冯·诺伊曼（John Von Neumann）和奥斯卡·摩根斯特恩（Oskar Morgenstern）根据丹尼尔·伯努利（Daniel Bernoulli）关于面对风险的当事人最大化其财富的期望效用值的思想，创立了期望效用理论。现在，期望效用理论已历时五十余载。它是建构经济模型时普遍使用的工具。大多数经济学家认为，该理论对于解释经济的运行十分有用。本书的目的是详细而统一地分析期望效用模型对于经济理论的含义。

本书的创新之一在于，它拒绝使用简便的效用函数来求解不确定性条件下复杂的决策和市场均衡问题。这样做有两方面的好处。首先，它使我们能更好地理解在不确定性条件下决定最优行为的有关基本概念。其次，它重建了丰富而多样化的期望效用框架——人们似乎已经忘记了这一点，为了便于使用，他们常常对这些效用函数施加高度简化的限制。

本书综述了期望效用理论的最新进展。它针对的读者是那些对处理存在风险时的有效或最优公共和私人策略问题感兴趣的人。我们的分析在很大程度上借助于金融理论中的标准概念。但是，本书所介绍的大多数研究结果有助于我们理解各种经济问题，从宏观经济波动到全球变暖。

本书的结构安排

本书的第一篇致力于介绍期望效用模型以及与之相关的基本概念。第一章介绍作为期望效用理论基础的公理。这一章证明了冯·诺伊曼—摩根斯特恩的期望效用定理，并讨论了它的主要局限性。第二章指出如何在期望效用模型中引入风险厌恶，及"更加风险厌恶"。在这里，引入风险溢价的概念，以及熟悉的、应用于宏观经济学和金融学的效用函数。第三章致力于在这一模型中如何定义风险和"更加风险"两个问题。它还提供了随机占优文献中的某些最新进展。

在第二篇中，我们考察不确定条件下标准的选择问题，在其中，当事人必须决定如何投资于一个两种资产的组合，其中的某一种资产是无风险的。第四章考察财富变动、风险厌恶程度变动或风险程度变动对风险资产的最优需求的影响。这一模型还有助于理解以不公平保费为某一给定风险投保的投保人的行为，或者在价格不确定条件下决定其生产能力的风险厌恶型企业家的行为。第五章致力于构建这一问题的一个均衡模型。它给出了最简单的权益溢价之谜。

第三篇介绍某些技术工具，它们在求解不确定条件下的各类决策问题时是有用的。它表明，与概率相关的线性期望效用目标函数是非常有用的。简单超平面分离定理（simple hyperplanes separation theorems）也能应用于这种情况。在期望效用情形下，如此简单的技术工具的存在对于我们理解期望效用模型在经济学中的成功是重要的。第六章致力于介绍基本的超平面分离定理——它比詹森不等式（Jensen's inequality）更为丰富——及其在不确定性经济学中的简单应用。第七章考察更为复杂的应用，它依赖于对数超模（log-supermodular）函数的概念。这些工具的使用使我们可以将那些在最近三十年的文献中出现的大量研究结果统一起来。

第四篇考虑不止一种风险条件下的各种决策问题。我们采用在20世纪80年代早期发展的标准的资产组合模型，并将组合风险看做是消费者所承担的惟一风险来源。为此，我们引入真实世界，在那里，人们必须同时管理和控制几种来源的风险。第八章和第九章表明，背景财富的外生风险如何影响其他独立风险的需求。在这里，我们引入和讨论新的因素，例如适当性（properness）、标准性（standardness）及风险脆弱性（risk vulnerability）。第十章涉及独立风险能否替代的问题。为了说明这一点，我们刻划了一个条件，在该条件下，投资于一项风险资产的机会减少了对另一项独立的风险资产的最优需求。本篇的其余章节研究如何使用动态规划的方法，来证明时间期界的长度如何影响面对重复风险时的最优行为。第十一章进而研究最简单的、金融市场无摩擦时的情形；第十二章研究对动态交易策略施加的各种限制对最优动态资产组合管理的影响。

在第五篇研究金融理论中的规范（canonical）决策问题，即阿罗—德布鲁投资组合问题。第十三章表明，在竞争性市场上，投资者能够交换相机要求权契约（contingent claim contracts）。我们得出了风险厌恶对投资者的最优投资组合的影响。第十四章还推导出反映投资者财富的价值函数的几个特征。

消费和储蓄构成了第六篇的框架。在第十五章，我们开始讨论不确定性条件下的消费问题。在这里，我们将看到，当人们在不同时期消费其财富时，如何评价其福利。我们知道，这一问题的结构与静态阿罗—德布鲁投资组合问题的结构是等价的。我们随后研究边际消费倾向的特性和“时间分散化（time diversification）”概念。时间可分离（time-separable）效用函数的假设使得对时间的处理十分类似于传统经济学中对不确定性的处理。第十六章引入一个重要的概念：谨慎。储蓄被看做是构建预防性储备以抵御未来的外生风险的一种方式。第十七章研究这一模型的均衡版本，这里，将得到均衡的无风险利息率。在这三章中，我们假设金融市场是完备的，也就是说，只存在单一的无风险利率，在此利率上，消费者能够借款和贷款。这显然不是一个现实的假设。因此，通过采用流动性限制的方式，我们在第十八章引入不完备市场。流动性限制的存在提供了另一种储蓄的激励。与此相关的是，消费和风险分担联合决策的默顿—萨缪尔森问题。我们在第十九章讨论这一问题。最后，第二十章论述了一个模型，它使我们得以厘清从风险厌恶和随时间厌恶消费的概念。

在第七篇，为了在一个阿罗—德布鲁经济中确定风险和时间的均衡价格，我们综合运用了前面的几个结论。更一般地讲，我们试图分析，经济中的风险是如何交易的。第二十一章首先分析对社会有效的风险分担安排的特征。第二十二章的内容涉及金融市场的竞争如何能够产生有效率的风险配置。它还讨论了如何决定风险和时间的均衡价格，它们是特定经济之特征的函数。这种讨论包括资本资产定价模型的特性。该章随后还介绍了公司的决策制定问题和莫迪格利亚尼—米勒定理。第二十三章表明，个人的风险态度如何能够加总起来以得到社会对风险和时间的态度及其对资产价格的影响。

最后，第八篇集中讨论在不确定条件下，随着时间推移有望获得未来风险的信息流时，决策制定的动态模型。第二十四章提供基本的工具和概念（信息的价值和布莱克威尔定理）。第二十五章论述如下内容，即当事人等待关于投资盈利的未来信息存在准选择（quasi-optional）价值时，投资决策的最佳时机。投资的不可逆程度也将被考虑进来。在结束的第二十六章，我们提供了一组与未来信息预期对当前决策的影响以及与金融资产均衡价格相关的分析。

致谢

本书的源起追溯至20世纪80年代中期，当时我参加了由比利时卢汶大学（University of Louvain）的雅克·德雷泽所做的不确定性经济学讲座，这些讲座既发人深省又能激发兴趣。在本书日臻成型的岁月里，许多人对此做出了贡献。首先，我要感谢多年来共同工作的路易斯·埃克豪特。他极其负责而又非常专业地阅读了第一版的原稿。我也同样感谢与本书有关的多篇论文的其他合作者：布鲁诺·胡连、迈尔斯·金博尔、约翰·普拉特、让-夏尔·罗歇、埃德·施荣、哈里斯·施荣辛格、尼古拉斯·特雷克和理查德·泽克豪泽。我还要对罗斯-安妮·达纳和卡罗勒阿里彻巴莱的有益评论表示感谢。我在图卢兹大学和Studienzentrum Gerzensee的研究生以提问题、做评论和修正错误的方式提供了帮助。

弗洛朗斯·肖韦、约翰·李·贝尔、德罗什和伊丽莎白·苏利耶在整个写作中提供了专业的文秘支持。我还要感谢麻省理工学院出版社的伊丽莎白·默里，她对本书提出了明智的管理建议。

如果没有非凡的际遇，本书是不可能完成的。除了我自己的家庭成员以外，我想感谢我在GREMAQ和IDEI（Toulouse）的同事，在过去的七年里，我沐浴于高雅的科学氛围中。从事长期的写作工作是一项需要自信的风险活动。没有布鲁诺·比艾、让-雅克·拉丰、让-夏尔·罗歇和让·梯若尔等人朋友般的鼓励，也不可能有本书。我还受益于被邀请在其他研究中心工作，它们提供了推动原稿写作进程的理想环境：慕尼黑的CES、耶鲁大学、杜克大学、蒙特利尔大学，位于佛罗伦萨的欧洲大学研究院（European University Institute）。

最后，我感谢在写作本书的关键时刻持续提供经费支持的多家机构：the Fédération Française des Sociétés d'Assurance、the Geneva Association、the Institut Universitaire de France、the Commissariat à l'Energie Atomique和COGEMA。没有这些机构的慷慨支持，我将不能投入足够的时间以完成本书的写作。

克里斯丁·戈利耶
意大利佛罗伦萨
2000年12月

目 录

第一篇

一般理论

第一章

期望效用模型

在讨论任何不确定条件下的决策问题之前，有必要构造一个偏好函数，用来衡量承担风险的决策制定者的满足水平。如果得到这样的一个偏好函数，那么，决策问题就能够通过寻找决策制定者使其满足水平最大化的决策来求解。开篇的第一章提供了衡量不确定条件下的满足水平的一种方法，它也是当前的经典方法。本书的其余部分将研究这一模型在特定决策问题中的应用。

现代的风险承担理论是由冯·诺伊曼（Von Neumann）和摩根斯特恩（Morgenstern）于1944年在其名为《博弈理论和经济行为》（*Theory of Games and Economic Behavior*）的名著中创立的。在20世纪30年代和40年代早期，经济学家们，如约翰·希克斯（John Hicks, 1931）、雅果夫·马尔夏克（Jacob Marschak, 1938）和格哈德·廷特纳（Gerhard Tintner, 1941），曾经就是否能够根据一个只有风险均值和方差为变量的函数来对风险进行排序展开争论。弗兰克·拉姆齐（Frank Ramsay, 1931）最先引入了概率分布排序（the ordering of probability distribution）的公理化方法。该方法相继被冯·诺伊曼和摩根斯特恩（1947）以及马尔夏克（1950）以更为清晰和简化的术语进行了修正。本章的目的就是总结这一公理化方法。

1.1 简单和复式博彩

对于不确定环境的描述包括两种不同类型的信息。首先，你必须列举所有可能的结果。一个结果包含了一系列影响决策制定者福利的变量。这些变量可能包括健康状况、某些气象参数、污染水平以及不同商品的消费数量。只要不引入储蓄（在十五章引入），我们就假定结果能够用一维的单位，即（在特定日期所消费的）货币来衡量。但是，这并不妨碍考虑多维结果。令X为可能结果的集合。为避免技术化，我们假定可能结果的数量是有限的，因而$X \equiv \{x_s\}_{s=1,\cdots,S}$。

不确定环境的第二个特征是可能结果的概率向量（vector）。令$p_s \geq 0$为事件x_s发生的概率，有$\sum_{s=1}^{S} p_s = 1$。我们假定，这些概率是客观和已知的。

博彩L被描述为向量（$x_1, p_1; x_2, p_2; \cdots; x_s, p_s$）。由于潜在结果的集合是不变的，我们根据博彩$L$的概率向量（$p_1, \cdots, p_s$）来定义博彩。在结果$X$上的所有博彩的集合被表示为$\pounds \equiv \{(p_1, \cdots, p_s) \in R_+^S | p_1 + \cdots + p_s = 1\}$。

当S=3时，由于$p_2 = 1 - p_1 - p_3$，我们能够用R^2（二维空间——译者注）中的点（p_1, p_3）来表示一个博彩。更准确地说，为了成为一个博彩，该点必须位于所谓的

马奇纳三角形（Machina triangle）$\{(p_1, p_3)\in R_+^2 | 1-p_1-p_3\le 1\}$之中。如果博彩位于三角形的边上，就会有一个概率为零。如果它位于角点，博彩就是退化的，意思是说，它以概率1取 x_1、x_2或 x_3的某一值。该三角形如图1.1所示。

复式博彩是一种结果为博彩的博彩。考虑一个复式博彩L，它以α的概率得到博彩 $L^a=(P_1^a,\cdots,p_s^a)$，以（$1-\alpha$）的概率得到博彩 $L^b=(P_1^b,\cdots,p_s^b)$。L的结果为 x_1的概率为 $p_1=\alpha p_1^a+(1-\alpha)p_1^b$。更为一般地，我们得到

L与$\alpha L^a+(1-\alpha)L^b$具有相同的概率向量。（1.1）

复式博彩是简单博彩的凸组合。这样的复式博彩如图1.1所示。由条件（1.1），很自然地会将L与$\alpha L^a+(1-\alpha)L^b$相混淆。某一种特定的不确定性是来自简单的博彩，还是来自复杂的复式博彩并不重要。只有潜在结果的概率才是重要的［约简公理］。

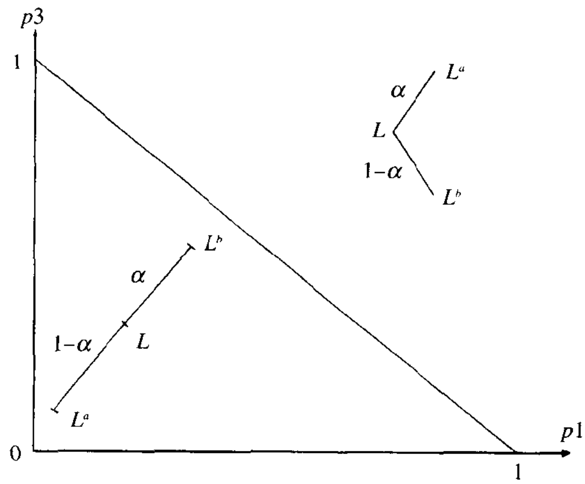


图1.1 在马奇纳三角形中，复式博彩$L=\alpha L^a+(1-\alpha)L^b$

1.2 不确定性条件下的偏好公理

我们假定，决策制定者在博彩集合£上满足偏好关系$\succeq$的原理。这意味着，排序（order）$\succeq$是完备的（complete）和可传递的（transitive）。对于£中的任一对博彩（L^a, L^b），要么L^a偏好于L^b($L^a\succeq L^b$)，要么L^b偏好于L^a($L^b\succeq L^a$)（或者兼而有之）。而且，如果L^a偏好于L^b，而L^b又偏好于L^c，那么，L^a就偏好于L^c。对于这一偏好序$\succeq$，我们将其与无差异关系～联系起来，当且仅当$L^a\succeq L^b$和$L^b\succeq L^a$时，$L^a\sim L^b$。

有关偏好的标准假设是，它们是连续的。这意味着概率的微小变化并不改变两个博彩之间排序的本质。从技术上来说，该公理描述如下：

公理1（连续性）在简单博彩£的空间上，偏好关系$\succeq$满足：对于所有的L^a, L^b, $L^c\in$

£，如果$L^a \succeq L^b \succeq L^c$，那么就存在数值（scalar）$\alpha \in [0, 1]$，使得$L^b \sim \alpha L^a+(1-\alpha)L^c$。

正如在确定性条件下的消费者选择理论中所熟知的那样，连续性公理意味着存在一个泛函（functional）U：£$\rightarrow R$，使得：

$$U(L^a) \geq U(L^b) \Leftrightarrow L^a \succeq L^b \tag{1.2}$$

偏好函数U是一个代表决策制定者满意程度的指数（index）。它为每一博彩指定一个数值，将博彩按照个人偏好$\succeq$进行排序。注意，U并不是惟一的：对于任意的增函数g：$R \rightarrow R$，定义为$V(.)=g(U(.))$的函数V也代表与之相同的偏好$\succeq$。偏好函数是序数的（ordinal），意思是说，对于任何增变换（increasing transformation）来说，它是不变的。只有博彩的排序才是重要的。在马奇纳三角形中，偏好泛函能够由一族连续的无差异曲线表示。

上述不确定性条件下有关偏好的假设是最少的。如果对于这些偏好没有做出其他假设，在不确定条件下的选择理论就与在确定条件下标准的消费者选择理论没有什么差别。惟一的差别在于怎样定义消费品。通过对不确定条件下的偏好施加更多的结构，就能够得到不确定性经济学及其应用的大多数进展。这种附加的结构来自独立性公理。

公理2（独立性）在简单博彩£的空间中，偏好关系$\succeq$满足：对于所有的L^a, L^b, $L^c \in$ £和所有的$\alpha \in [0, 1]$，有

$$L^a \succeq L^b \Leftrightarrow \alpha L^a+(1-\alpha)L^c \succeq \alpha L^b+(1-\alpha)L^c。$$

这意味着，如果我们将两个博彩L^a和L^b与第三个博彩L^c相混合，那么，所得到的两个混合博彩的偏好序独立于所使用的特定的第三个博彩L^c。独立性公理是经典的不确定性理论的核心。与前面所做出的其他假设相反，独立性假设，确定性条件下的消费者理论中，没有对应物（parallel）。这是因为，没有理由相信，如果同包含3个蛋糕和没有酒的组合B相比，我更偏好于1个蛋糕和1瓶酒的组合A，那么，仅仅是由于

$(2,2)=0.5(1,1)+0.5(3,3)$以及$(3,1.5)=0.5(3,0)+0.5(3,3)$

同包含3个蛋糕和1.5瓶酒的组合B'相比，我就更偏好2个蛋糕和2瓶酒的组合A'。

1.3 期望效用理论

独立性公理意味着偏好泛函U，对于可能结果的概率必须是线性的。这是冯·诺伊曼和摩根斯特恩(1947)的期望效用理论的精髓。该理论后来被萨维奇（Savage, 1954）扩展到不存在客观概率时的情形。

定理1（期望效用）假定位于简单博彩l空间的偏好关系$\succeq$满足连续性和独立性

公理。那么，$\succeq$就能够被表示为一个概率线性（linear in probabilities）的偏好泛函。也就是说，存在一个与每一结果x_s，$s=1, \cdots, S$，相联系的数值μ，使得对于任意的两个博彩$L^a=(p_1^a, \cdots, p_s^a)$和$L^b=(p_1^b, \cdots, p_s^b)$，我们有：

$$L^a \succeq L^b \Leftrightarrow \sum_{s=1}^{s} p_s^a \mu_s \geq \sum_{s=1}^{s} p_s^b \mu_s \text{ 。}$$

证明 如果我们证明对于任意的复式博彩$L=\beta L^a+(1-\beta)L^b$，我们有：

$$U(\beta L^a+(1-\beta)L^b)=\beta U(L^a)+(1-\beta)U(L^b) \tag{1.3}$$

就大功告成了。重复应用这一特性就会得出结论。为此，我们考虑£上的最差的博彩$\underline{L}$和最好的博彩$\overline{L}$。它们可以通过求解在紧集（compact set）£上最小化和最大化$U(L)$的问题而求得它们。根据定义，对于任意的$L \in$ £，我们有$\overline{L} \succeq L \succeq \underline{L}$。根据连续性公理，我们知道，在[0,1]上存在两个数值α^a和α^b，使得：

$$L^a \sim \alpha^a \overline{L}+(1-\alpha^a)\underline{L}$$

和

$$L^b \sim \alpha^b \overline{L}+(1-\alpha^b)\underline{L}$$

注意到，当且仅当$\alpha^a \geq \alpha^b$，$L^a \succeq L^b$。的确，假定$\alpha^a \geq \alpha^b$并取$\gamma=(\alpha^a-\alpha^b)/(1-\alpha^b) \in [0,1]$。那么，我们有：

$$\begin{aligned}\alpha^a\overline{L}+(1-\alpha^a)\underline{L} &\sim \gamma\overline{L}+(1-\gamma)[\alpha^b\overline{L}+(1-\alpha^b)\underline{L}]\\ &\succeq\gamma[\alpha^b\overline{L}+(1-\alpha^b)\underline{L}]+(1-\gamma)[\alpha^b\overline{L}+(1-\alpha^b)\underline{L}]\\ &\sim \alpha^b\overline{L}+(1-\alpha^b)\underline{L}\end{aligned}$$

两个等价式直接应用了约简公理。第二行中的偏好排顺是根据独立性公理，以及由$\overline{L}$的定义所得出的$\overline{L} \succeq \alpha^b \overline{L}+(1-\alpha^b)\underline{L}$的事实。

我们的结论是，$U(L)=\alpha$ ——这里，α满足$L \sim \alpha \overline{L}+(1-\alpha)\underline{L}$——完全满足与$\succeq$相联系的偏好函数之定义（1.2）。因此，$U(L^a)=\alpha^a$，$U(L^b)=\alpha^b$。还需要证明的是

$$U(\beta L^a+(1-\beta)L^b)=\beta\alpha^a+(1-\beta)\alpha^b$$

或者等价地表示为

$$\beta L^a+(1-\beta)L^b \sim (\beta\alpha^a+(1-\beta)\alpha^b)\overline{L}+(\beta(1-\alpha^a)+(1-\beta)(1-\alpha^b))\underline{L}$$

它是成立的，因为两次利用独立性公理，我们得到

$$\begin{aligned}\beta L^a+(1-\beta)L^b &\sim \beta[\alpha^a\overline{L}+(1-\alpha^a)\underline{L}]+(1-\beta)L^b\\ &\sim \beta[\alpha^a\overline{L}+(1-\alpha^a)\underline{L}]+(1-\beta)[\alpha^b\overline{L}+(1-\alpha^b)\underline{L}]\\ &\sim (\beta\alpha^a+(1-\beta)\alpha^b)\overline{L}+(\beta(1-\alpha^a)+(1-\beta)(1-\alpha^b))\underline{L}\end{aligned}$$

独立性公理的结果是，马奇纳三角形中的无差异曲线族是一组平行直线。其斜率等于$(\mu_1-\mu_2)/(\mu_3-\mu_2)$。对风险的态度而言，它有如下结果。考虑四种博彩，$L^a$、$L^b$、$M^a$和$M^b$，如图1.2中的马奇纳三角形所示。假定线段$L^aL^b$平行于线段$M^aM^b$。这暗含着$L^a$偏好于$L^b$，当且仅当$M^a$偏好于$M^b$。

在本书中，我们所考虑的结果表现为货币财富。决策制定者的事后环境完全描述为他所能消费的货币数量。对于财富的博彩能够表示为一个随机变量$\tilde{w}$，其实现值是一个能够用以消费的货币量w。这个随机变量可以表示为一个累积分布函数F，其中，$F(\omega)$是$\tilde{w}$小于或等于w的概率。它包括连续的、离散的或者混合的随机变量的情形。根据期望效用理论，我们知道，对于每一财富水平 ，存在一个数值$u(w)$，使得：

$$\tilde{w}_1 \succeq \tilde{w}_2 \Leftrightarrow Eu(\tilde{w}_1) \geq Eu(\tilde{w}_2) \Leftrightarrow \int u(w)dF_1(w) \geq \int u(w)dF_2(w)$$

这里，F_i是$\tilde{w}_i$的累积分布函数。在此处，直观地假定效用函数是不变的。

注意，效用函数是基数的：u的线性增变换$v(.)=au(.)+b, a>0$，并不改变博彩的排序：如果$\tilde{w}_1 \succeq \tilde{w}_2$，我们有：

$$Ev(\tilde{w}_1)=E[au(\tilde{w}_1)+b]=aEu(\tilde{w}_1)+b \geq aEu(\tilde{w}_2)+b=Ev(\tilde{w}_2)$$

总之，期望效用是序数的，而效用函数是基数的。效用间的差别是有意义的，而期望效用间的差别则毫无意义。

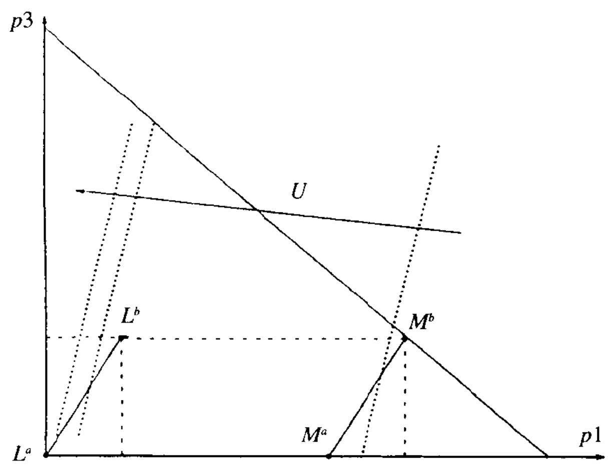


图1.2　马奇纳三角形中的阿莱悖论

1.4　对期望效用模型的批评

独立性公理的应用并非没有困难。最古老而著名的质疑是由阿莱（Allais, 1953）