

理论力学

答疑

北京航空学院
谢传锋 主编

理论力学答疑

北京航空学院

谢传铎 主编

张大源 赵士健 翟鑫 合编

高等教育出版社

本书是学习理论力学的参考书，内容范围基本上符合工科理论力学多学时教学基本要求。全书分为二十一章，共二百七十五个问题，对学习理论力学经常遇到的问题和难点基本上收集在内，特别适合于学生自学时参考。本书适用于高等工业学校本科生以及电视大学、函授大学、夜大学、职工大学和自学考试的学生，也可供其他有关人员使用。

责任编辑 蒋 鉴

理论力学答疑

THE ANSWERS OF QUESTIONS OF THEORETICAL MECHANICS

谢传锋主编

张大源 赵士健 翟 鑫 合编

Written by Xie Chuan Feng, Zhang Da Yuang,
Zhao Shi Jian and Zhai Xin

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 13.125 字数 320 000

1988年9月第1版 1988年9月第1次印刷

印数 0001 · 4,940

ISBN 7-04-000843-2/TB·47

定价 4.15元

前 言

本书是学习理论力学的一本参考书。

理论力学是工科一般专业的一门理论性较强的技术基础课。学习这门课程不仅要掌握好它的基本概念、基本理论，还要掌握应用这些概念、理论解决工程实际问题的基本方法。掌握概念、理论是掌握应用的基础。

长期以来，学生学习这门课程都会出现许多问题，其中不少问题具有共同性，几乎每届学生都会产生。特别是许多理论概念性的问题，如果得不到满意的解答，将会影响学生对这门课程的深入掌握。目前，我国正在进行教育体制改革，各种类型的高等工业学校大量出现，如电视大学、函授大学、夜大学、职工大学，以及自学考试等等，这些学校的学生在学习本课程时，主要是靠自学。即使是全日制的高等工业学校，教学方法也在进行改革，减少课内学时，加强自学能力的培养。因此，一本为这些学生学习理论力学课程解答疑难问题的参考书就是很必要的了。本书正是出于这种考虑而编写的。

本书是根据编者长期从事工科理论力学课程教学所积累的学生学习本课程出现的问题编写而成的。全书分为二十一章，共二百七十五个问题。这些问题多数是理论概念性的问题，也有一些解题方法方面的问题。问题有一定的深度和难度，对于那些简单的问题或名词问答形式的问题，都不在本书收入之列。在解答中不仅对所提的疑难问题给予应有的回答，而且还进一步分析和指明了产生这些错误概念的原因，力求使问题得到比较彻底的解决。

本书内容基本上符合工科理论力学多学时教学基本要求的范围。

本书静力学部分由翟鑫编写，运动学部分由赵士健编写，动力学部分由张大源编写，全书由谢传锋审订定稿。

本书由河海大学吴永祯审稿。他对此书提出许多宝贵意见，特此致谢。

由于编者水平有限，书中错误在所难免，恳请读者指正。

编 者

一九八七年四月

目 录

第一篇 静 力 学

第一章 静力学基础·····	(1)
第二章 平面汇交力系·····	(26)
第三章 力矩和平面力偶理论·····	(38)
第四章 平面一般力系·····	(43)
第五章 摩擦·····	(74)
第六章 空间力系·····	(89)
第七章 平行力系中心和重心·····	(99)

第二篇 运 动 学

第八章 点的运动·····	(104)
第九章 刚体的基本运动·····	(131)
第十章 点的合成运动·····	(137)
第十一章 刚体的平面运动·····	(178)
第十二章 刚体的定点运动·····	(216)

第三篇 动 力 学

第十三章 质点运动微分方程·····	(230)
第十四章 动量定理、动量矩定理·····	(241)
第十五章 动能定理·····	(269)
第十六章 达朗伯原理·动静法·····	(284)
第十七章 虚位移原理·····	(312)
第十八章 拉格朗日方程·····	(341)

第十九章 质点的相对运动·····	(358)
第二十章 机械振动基础·····	(370)
第二十一章 碰撞·····	(403)

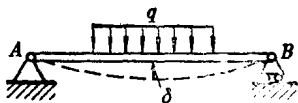
第一篇 静 力 学

第一章 静力学基础

题 1-1 实际物体既然没有刚体，为什么还要提出刚体这一力学模型？

解 答 在静力学中研究物体的平衡时，常把物体看成是刚体，这是处理问题的一种方法，即科学的抽象。实际物体在力的作用下，都会产生不同程度的变形，但是，如果这些变形对所研究的问题影响很小，则可把该物体看作是刚体。这种抽象不仅抓住了问题的本质，又使问题的研究得以简化。

例如，厂房吊车梁的设计，要求在载荷和自重的作用下其铅垂方向的最大下垂度 δ 不允许超过跨长的 $\frac{1}{500} \sim \frac{1}{700}$ 。如果梁长 $AB = 5 \text{ m}$ ，则最大下垂度 $\delta = \frac{5}{500} \sim \frac{5}{700} \leq 0.01 \text{ m}$ 。这样小的变形对于根据平衡条件求解平衡问题影响很小，因此在研究平衡问题时可将梁抽象为刚体，这样，既使计算大为简化，而计算出的结果又能满足工程要求。



题 1-1 图

题 1-2 物体相对地球静止时，物体一定平衡；物体相对地球

运动时,物体就一定不平衡吗?

解 答 物体相对地球静止时,物体一定平衡,而物体相对地球运动时,物体不一定不平衡。如果物体相对地球作匀速直线运动,物体仍然平衡,如果物体相对地球作加速运动则物体不再平衡。在静力学中,所谓平衡包括物体相对地球静止和作匀速直线运动。

题 1-3 为什么作用于刚体上的力的三要素是力的大小、方向和作用线?而作用于物体上的力的三要素为力的大小、方向 and 作用点?

解 答 因为刚体不会变形,力对刚体的作用效应只是改变其运动状态,力对物体改变运动状态的效应只决定于力的大小、方向、作用线。例如在水平道路上用水平力 F 推车(刚体)或拉车(题 1-3 图 a、b),其改变运动状态的效应是相同的。因此,作用于刚体上的力的作用点的位置已不再是决定力的效应的要素之一,代替它的是力的作用线。如果要考虑力对物体的变形效应,则改变力的作用点将会改变物体的变形情况。例如题 1-3 图 c、d 所示作用于 A 点的力 F 将使整个弹簧被压缩,而将力沿作用线滑移到 C 点,则弹簧只有 BC 段被压缩。可见,力的作用点不同,物体的变形情况将随之改变。因此,一般既要考虑物体的运动效应又要

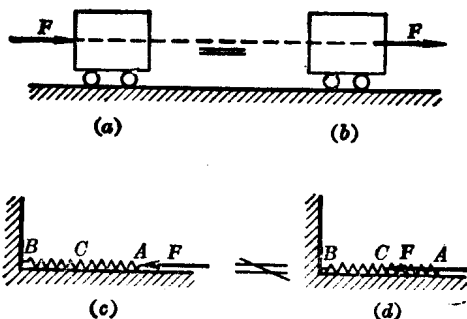
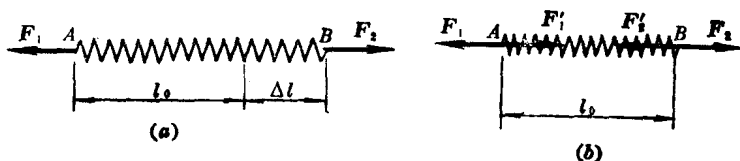


图 1-3 图

考虑变形效应时,力的三要素为力的大小、方向和作用点。

题 1-4 增减平衡力系原理能否适用于一个变形体?

解 答 增减平衡力系原理不能适用于一个变形体,只能适用于一个刚体。因为增减平衡力系原理指的是在已知力系上增加或减去任意平衡力系,不改变原力系对刚体的作用。力系对刚体只有运动效应。因此,在已知力系上增加或减去任意平衡力系不会改变其运动状态。力系对变形体作用的效应,除运动效应外还有变形效应,在已知力系上增减平衡力系将会改变原力系对物体变形的作用效果。例如,题 1-4 图 *a* 所示,弹簧在一组平衡力(F_1 , F_2)作用下产生变形量 Δl 。如在弹簧上增加一组平衡力(F'_1 , F'_2),并使 $F'_1 = F_1 = F_2 = F'_2$,如题 1-4 图 *b* 所示。由于 $F'_1 = -F_1$,而且均作用在 *A* 点,它们的合力为零;同理, F_2 、 F'_2 的合力也为零;因此,在(F_1 、 F'_1 , F_2 、 F'_2)力系作用下弹簧不再变形。由此可见,增减平衡力系改变了对物体变形的作用效果,即增减平衡力系原理不适用于变形体。



题 1-4 图

题 1-5 作用与反作用定律是否只适用于刚体?

解 答 作用与反作用定律不仅适用于刚体,而且对任何相互作用的物体都适用。因为力是物体间相互的机械作用,有施力物体一定有受力物体,有作用力一定有反作用力,而且作用力和反作用力大小相等、方向相反,分别作用在两个相互作用的物体上。

题 1-6 作用于某刚体上大小相等、方向相同的两个力,对刚体的作用是否等效?

解 答 不一定等效。如这两个力大小相等、方向相同,而且

共线,那么根据力对刚体的作用取决于力的大小、方向和作用线三要素,可以断定这两个力对刚体的作用等效;但如这两个力不共线,则此二力对刚体的作用不等效。例如,在光滑水平面上推一箱子,一力通过箱子的重心,则箱子沿力的方向直线前进;另一与其大小相等、方向相同的力作用在箱子的右边沿,则箱子不仅前进而且向左转弯。可见,两个力尽管大小相等、方向相同,但如作用线不同,则对物体的作用效果就不同,即二力不等效。

题 1-7 两力之和与两力大小之和有没有区别?为什么?

解 答 有区别。力是矢量,两力之和是指两个力的矢量和,应根据平行四边形法则求出。而力的大小是指力矢的模,它是一个正的标量,两力大小之和是指两个力的模之和,仍是标量。

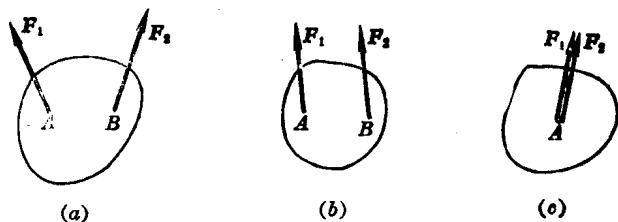
题 1-8 两力大小相等,两力矢相等,两力相等,这三种说法的区别何在?

解 答 这三种说法的含义各不相同。为了说明其区别,设以 F_1 、 F_2 分别表示这两个力。

所谓两力的大小相等,是指两个力的模相等,但它们的方向和作用点可以是任意的(题 1-8 图 a)。

所谓两个力的力矢相等,是指除两力的模相等外,这两个力的方向也相同,但它们的作用点可以是任意的(题 1-8 图 b)。

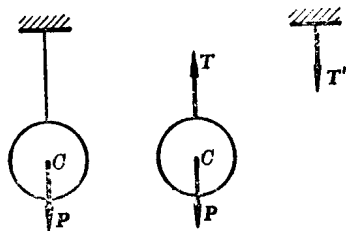
两力相等,则不仅指两个力的模相等,两个力的方向相同,而且它们的作用点也相同(题 1-8 图 c)。



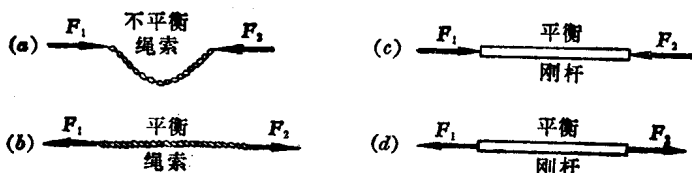
题 1-8 图

题 1-9 二力平衡原理及作用与反作用定律中, 作用于物体的二力都是大小相等、方向相反, 作用线共线, 其区别在哪里?

解 答 两者的区别在于力的作用对象不同。二力平衡原理是二力平衡的必要充分条件, 此二力作用在同一刚体上, 刚体处于平衡; 作用与反作用定律中的两个力是两个物体之间的相互作用力, 它们分别作用在两个不同的物体上, 这里根本谈不上物体的平衡问题。例如题 1-9 图所示, 球受重力 P 和绳子的拉力 T 作用而平衡, P 和 T 为二平衡力, 它们均同时作用在球上。绳子对球的作用力 T , 与球对绳子的作用力 T' 是一对作用与反作用力, 它们分别作用在球和绳子上。



题 1-9 图



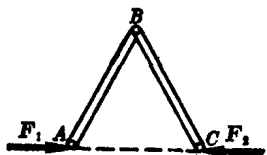
题 1-10 图

题 1-10 如题 1-10 图 a 所示, 已知作用于绳索上的二力 F_1 及 F_2 满足大小相等、方向相反、作用线相同的条件, 绳索为什么不能平衡?

解 答 因为绳索不是刚体, 二力平衡条件是刚体平衡的必

要和充分条件。对于变形体,这个条件仅是必要的,并不充分。所以,满足了这个条件对于一个刚体来说必定平衡(因为条件是充分的)。例如,一根刚杆其两端受等值、反向、共线的二力作用,此二力不管是拉还是压,杆一定平衡,如题 1-10 图 c, d 所示。对于变形体,这个条件只是必要的,并不充分,因此满足了这个条件,变形体不一定平衡。当绳子在等值、反向、共线的两个拉力作用下能够平衡;受压则不能平衡(题 1-10 图 a, b)。

题 1-11 已知作用于题 1-11 图示物体上的二力 F_1 和 F_2 , 满足二力大小相等、方向相反、作用线相同的条件,物体能否平衡?



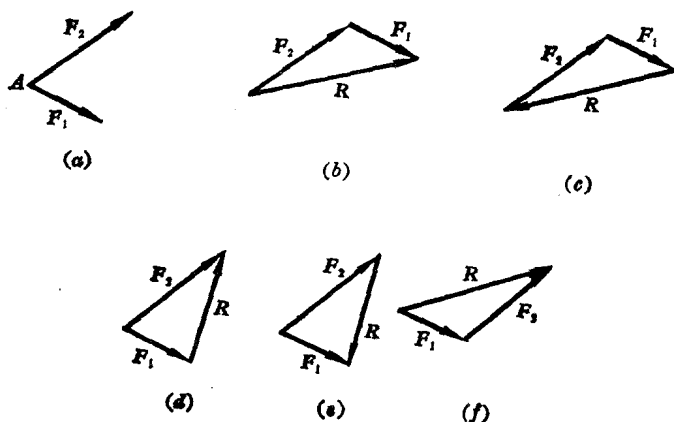
题 1-11 图

解答 因为二力平衡条件是对同一个刚体上的两个力而言的。而 ABC 构件不是同一个刚体,是两根刚杆 AB 和 BC 由铰链 B 相连接的系统,虽然 F_1 和 F_2 两力大小相等、方向相反、作用线相同,也不能保证系统的平

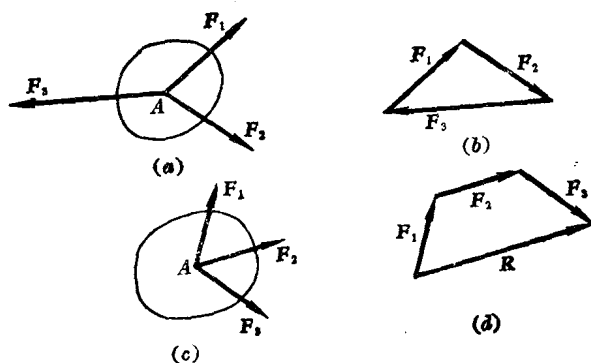
衡。

题 1-12 力 F_1, F_2 作用于 A 点,如题 1-12 图 a 所示。作出了题 1-12 图 b 至 f 五个图示三角形,哪些图中的 R 是 F_1, F_2 的合力? 其余图中的 F_1, F_2, R 是什么关系?

解答 根据力三角形法则,分力沿环绕三角形的某一方向首尾相接(分力的次序可变),而合力则沿相反方向,从第一分力的起点指向最后一分力的末端。由此可知,题 1-12 图 b, f 中的 R 是 F_1 和 F_2 的合力矢。图 c 中的 F_1, F_2, R 首尾相接组成一个封闭的力三角形,所以 F_1, F_2, R 组成一组平衡力系,因此 R 是 F_1 和 F_2 的平衡力。图 d 中的 F_1 和 R 首尾相接,沿三角形的同一方向,而 F_2 与其方面相反,可知 F_2 是 F_1 和 R 的合力矢,即 $F_2 = F_1 + R$,也可以说 R 是 F_2 与 F_1 的矢量差,即 $R = F_2 - F_1$;同理,图 (e) 中的 R 是 F_1 和 F_2 的矢量差,即 $R = F_1 - F_2$ 。



题 1-12 图



题 1-13 图

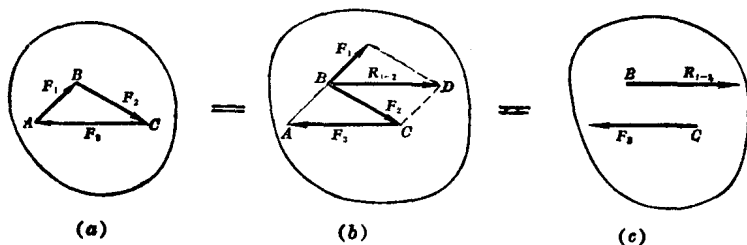
题 1-13 如作用于刚体同一平面上的三个力的作用线汇交于一点,此刚体是否一定平衡?

解 答 三力平衡汇交定理对于三力平衡是必要条件,并不充分。三力平衡汇交定理指出,当刚体受三个力作用而平衡时,若其中任意两个力的作用线相交于一点,则其余一力的作用线必交于同一点。即物体受不平行的三个力作用平衡时,则三力一定相交。

但是,刚体受汇交于一点的三个力作用不一定平衡,这要根据三个力的具体情况而定。如三力组成的力三角形自成封闭,即合力 $R = F_1 + F_2 + F_3 = 0$,则刚体平衡(题 1-13 图 a 、 b); 否则刚体不平衡,如题 1-13 图(c)、(d)所示, $R = F_1 + F_2 + F_3 \neq 0$ 。

题 1-14 刚体上的 A 、 B 、 C 三点受三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 作用,如题 1-14 图(a)所示,此刚体平衡吗?

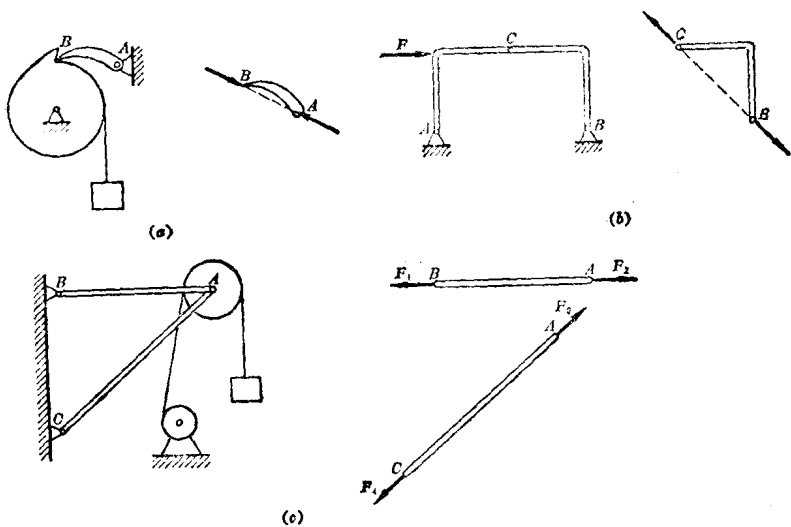
解 答 力多边形自行封闭是汇交力系平衡的必要和充分条件。题 1-14 图 a 所示刚体上所作用的不是汇交力系,因此,不能通过力三角形自行封闭来判定刚体是否平衡。事实上,将 F_1 力沿作用线移至 B 点,求 F_1 、 F_2 的合力 R_{1-2} 。由作图知(图 b), AB 平行且等于 CD ,所以 R_{1-2} 平行 F_3 ,由于力系(F_1 , F_2 , F_3)等效于力系(R_{1-2} , F_3),而力 R_{1-2} 与力 F_3 不共线,所以力系不是平衡力系,刚体不平衡。



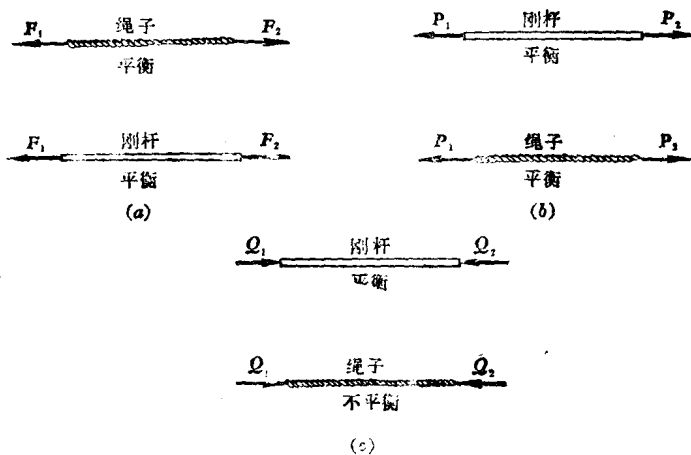
题 1-14 图

题 1-15 凡是两端用铰链连接的直杆就是二力杆,这种说法对吗?

解 答 二力杆是只在两个力作用下而平衡的构件。二力杆的关键是只受两个力作用而平衡,至于是否两端用铰链连接和是否直杆,则无关紧要。如题 1-15 图 a 中的棘爪 AB 的两端,一端为铰链而另一端为尖点,但 AB 只在两点受两个力作用而平衡,所以 AB 为二力杆。图 b 中的 BC 杆,只在 B 、 C 两点受力而平衡,尽管 BC 不是直杆,但 BC 仍是二力杆。当然,常见的结构中许多两



題 1-15 图



題 1 16 图

端用铰链连接的直杆为二力杆,如图 c 中的 AB 、 AC 杆,若不计自重,那么杆只在两点受力而平衡,所以 AB 、 AC 均为二力杆。如考虑杆本身的重量,或杆上作用的不只是两个力,那么它们就不是二力杆了。

题 1-16 变形体在已知力系作用下平衡时,如把变形体刚化成刚体,此刚体是否一定平衡? 当刚体在已知力系作用下平衡时,如把刚体软化为变形体,变形体是否一定平衡?

解 答 由刚化原理可知,当变形体在已知力系作用下平衡时,如把变形体刚化为刚体,平衡状态不变,此刚体一定平衡。例如,绳子(变形体)在拉力 F_1 、 F_2 的作用下平衡时,如把绳子刚化成刚杆则刚杆仍然平衡(题 1-16 图 a)。

当刚体在已知力系作用下平衡时,如把刚体软化为变形体,这时的变形体可能平衡也可能不平衡。

如刚杆受拉力 P_1 、 P_2 作用平衡时,若把刚杆软化为变形体(绳子),显然,绳子仍然平衡(题 1-16 图 b)。但是,如刚杆受压力 Q_1 、 Q_2 作用而平衡时,如把刚杆软化为变形体(绳子),则绳子显然不平衡(题 1-16 图 c)。

题 1-17 静力学中的五个公理,在静力学中各起什么作用?

解 答 静力学中的五个公理,是关于力的基本性质的概括和总结,它们是静力学的理论基础,五个公理是表达力的基本性质的一个有机整体。

公理一(二力平衡原理) 表达了最简单的平衡力系(二力平衡力系)平衡的充分和必要条件,它是研究力系平衡的基础。

公理二(增减平衡力系原理) 根据此公理,可以在已知力系上增加或减去任意平衡力系,使原力系简化。所以此公理是力系简化的基础。

公理三(力的平行四边形定律) 表达了最简单情况下合力和