21世纪经济学管理学系列教材

Guanlixue

管理运筹学

OPERATIONS RESEARCH FOR MANAGEMENT

龙子泉 陆菊春/编著

全国优秀出版社
武汉大学出版社
http://www.wdp.whu.edu.cn
XILIEJIAOCAI

21世纪

经济学管理学系列教材

Guanlixue

管理运筹学

OPERATIONS RESEARCH FOR MANAGEMENT

龙子泉 陆菊春 / 编著

全国优秀出版社
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

管理运筹学/龙子泉，陆菊春编著．—武汉：武汉大学出版社，2002.12
21世纪经济学管理学系列教材
ISBN 7-307-03727-0

Ⅰ．管…　Ⅱ．①龙…　②陆…　Ⅲ．运筹学—应用—管理学—高等学校—教材　Ⅳ．C931.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第073134号

责任编辑：刘成奎　　责任校对：程小宜　　版式设计：支　笛

出版发行：**武汉大学出版社**　(430072　武昌　珞珈山)
(电子邮件：wdp4@whu.edu.cn　网址：www.wdp.whu.edu.cn)
印刷：湖北省通山县印刷厂
开本：787×980　1/16　　印张：23　　字数：443千字
版次：2002年12月第1版　　2002年12月第1次印刷
ISBN 7-307-03727-0/C・117　　定价：27.00元

21世纪
经济学管理学系列教材
21 SHIJI JINGJIXUE GUANLIXUE
XILIE JIAOCAI

编委会

顾问

谭崇台　郭吴新　李崇淮
许俊千　刘光杰

主任

周茂荣

副主任

谭力文　简新华　黄　宪

委员（按姓氏笔画为序）

王元璋　王永海　甘碧群
张秀生　严清华　何　耀
周茂荣　赵锡斌　郭熙保
徐绪松　黄　宪　简新华
谭力文　熊元斌　廖　洪
颜鹏飞　魏华林

总　　序

一个学科的发展，物质条件保障固不可少，但更重要的是软件设施。软件设施体现在三个方面：一是科学合理的学科专业结构，二是能洞悉学科前沿的优秀的师资队伍，三是作为知识载体和传播媒介的优秀教材。一本好的教材，能反映该学科领域的学术水平和科研成就，能引导学生沿着正确的学术方向步入所向往的科学殿堂。作为一名教师，除了要做好教学工作外，另一个重要的职能就是，总结自己钻研专业的心得和教学中积累的经验，以不断了解学科发展动向，提高自己的科研和教学能力。

正是从上述思路出发，武汉大学出版社准备组织一批教师在两三年内编写出一套《21世纪经济学管理学系列教材》，同时出版一批高质量的学术专著，并已和武汉大学商学院达成共识，签订了第一批出版合作协议，这是一件振奋人心的大事。

我相信，这一计划一定会圆满地实现。第一，合院以前的武汉大学经济学院和管理学院已分别出版了不少优秀教材和专著，其中一些已由教育部通过专家评估确定为全国高校通用教材，并多次获得国家级和省部级奖励，在国内外学术界产生了重大影响，对如何编写教材和专著的工作取得了丰富的经验。第二，近几年来，一批优秀中青年教师已脱颖而出，他们不断提高教学质量，勤奋刻苦地从事科研工作，已在全国重要出版社，包括武汉大学出版社，出版了一大批质量较高的专著。第三，这套教材必将受到读者的欢迎。时下，不少国外教材陆续被翻译出版，在传播新知识方面发挥了一定的作用，但在如何联系中国实际，建立清晰体系，贴近我们习惯的思维逻辑，发扬传统的文风等方面，中国学者有自己的优势。

《21世纪经济学管理学系列教材》将分期分批问世，武汉大学商学院教师将积极地参与这一具有重大意义的学术事业，精益求精地不断提高写作质量。系列丛书的出版，说明武汉大学出版社的同志们具有远大的目光，认识到，系列教材和专著的问世带来的不止是不小的经济效益，更重要的是巨大的社会效益。作为武汉大学出版社的一位多年的合作者，对这种精神，我感到十分钦佩。

谭崇台

2001年秋于珞珈山

前　言

运筹学是20世纪40年代后发展起来的一门新兴学科。它用定量分析的方法为管理决策提供科学依据，是管理决策者进行科学决策和民主决策的重要辅助工具。它广泛应用于工程技术、经济管理、军事科学等领域，在现代经济管理中具有极为重要的地位。随着我国社会主义市场经济体制的完善和中国加入WTO，管理决策者科学决策的观念将会得到更大程度的提升，运筹学将在我国的经济建设中发挥更大的作用。目前，运筹学已成为管理类专业的专业基础课和主干课程。

本书是武汉大学出版社经济学管理学系列教材之一，它是作为经济管理类专业本科生教材而编写的，同时也可以作为MBA或项目管理专业硕士研究生的决策量化方法的教材。为此，本书在编写的过程中对以下方面进行了充分考虑：①在原理方法的论述上，既系统全面，又简明清楚，同时加强了对其经济意义与实际背景的描述；②注重对学生实际能力的培养，在应用较广泛的线性规划、整数规划、决策分析等部分，选配了大量例题，特别是工商管理方面的案例，以便学员在学习时能理论联系实际；③在参照国外同类教材的基础上，对近些年来研究较多、应用较广泛的内容进行了重点介绍，如线性规划部分灵敏度分析的有关内容、多目标决策的有关内容等。此外，本书的内容体系体现了编者多年来教学上的心得体会。

本书由龙子泉任主编，陆菊春任副主编，参加本书编写的人员有：龙子泉（前言、绪论、第一章、第二章、第三章、第五章、第六章、第七章、第八章、第九章、第十二章、第十一章的第二节和第三节），陆菊春（第四章、第十章和第十一章），此外，杨泽涛参加了第十三章的编写，宋承嗣参加了第九章的编写。全书由龙子泉统稿。

由于编者的水平所限，错误和疏漏在所难免，恳请各位专家和读者批评指正。

本书的出版得到了武汉大学出版社的大力支持，在此表示衷心的感谢！

编　者

2002年6月

目 录

绪 论

第一节 运筹学的产生与发展

运筹学的渊源可以追溯到很久以前。在中国，运筹学的朴素思想自古有之。我国战国时期齐王与大臣田忌赛马的故事，就是这种思想的典型例子。在谋士孙膑的策划下，田忌以逊于齐王马匹的劣势取得比赛的胜利，赢得千金。三国时期的军事家诸葛亮更堪称是古代运筹大师，他用朴素的运筹学思想取得了一个又一个军事上的胜利，为后人留下了许多传奇故事。在国外，人们常常推崇阿基米德为运筹学的先驱人物，因为他筹划有方，在保卫叙拉古、抵抗罗马帝国的侵略中作出了突出贡献。

运筹学思想在生产上的早期尝试是用科学的方法进行生产组织中的管理活动，其产生的背景是工业革命。由于工业革命的发生，组织的规模和复杂性出现了显著的增长，早期的小手工作坊逐渐演变为现在拥有巨资的大公司(生产组织)。随着技术的进步、社会的发展，组织内部劳动分工日益增多，管理职能的分割越来越细。这种变革给组织带来了巨大的效益，但是日益增长的部门专门化也带来了一些新的问题，甚至这些问题中的一部分仍出现在现在的许多组织中。其中之一就是，组织中的许多部门有形成相对独立组织的倾向，他们逐渐形成了自己的目标和价值体系，他们的运作和目标有时不再与组织的全局发展目标相吻合，于是部门间无法进行协调。与此相关的一个问题是随着组织中复杂性和专门化的增加，如何以一种对组织全局发展最有效的方式来使用各种可获得的资源变得愈发困难。以上这些问题的出现和寻找有效解决办法的需要，为运筹学思想的产生和应用提供了有利的环境。

但是，运筹学一词最早出现还是在第二次世界大战早期的军事运筹活动中。出于战争的需要，迫切需要找到一种能将稀缺资源在军队中进行有效分配的途径，为此，英美两国的军事管理部门召集了大批科学家运用科学方法来解决物资分配和其他一些战略战术问题。这批科学家队伍就是最早的运筹学小组(OR 小组)，它的任务是进行“作战研究”(research on operations)。通过采用有效使用雷达的方法，OR 小组辅助英军取得了空中战斗的胜利；通过对如何更好地管理护航队和开展反潜艇作战的研究，OR 小组辅助英军取得了北大西洋战役的胜利，同时也在太平洋岛屿战役中为英军的胜利起到了积极作用。

第二次世界大战结束后，运筹学在军事上的成功应用引起了人们广泛的关注，继而引发了它在军事以外领域的应用。随着战后工业的逐渐复苏，生产组织中与日俱增的复杂性和专门化所带来的问题再次引起了人们的关注。越来越多的人们，包括那些第二次世界大战期间曾在 OR 小组工作过的商务顾问，清楚地意识到这些问题虽然在内容上与军事管理不同，但在本质上却是基本一致的。到 20 世纪 50 年代早期，这些人们已经把运筹学的应用带到了商业、工业、政府部门等组织中，运筹学从此迅速传播开来。

在运筹学的早期发展过程中，许多学者在理论上为运筹学的发展作出过重要贡献。丹麦工程师爱尔朗于 1917 年在研究哥本哈根电话通信系统时，提出了排队论的一些著名公式。1939 年由前苏联数学家康托洛维奇(Канторович)在研究铁路运输的组织问题、工业生产的管理问题时提出了线性规划的数学模型。1947 年，美国学者丹西格(G. B. Dantzig)提出了线性规划问题的有效解法——单纯形法。1944 年冯·诺伊曼(Von Neumann)和摩根斯坦(O. Morgenstern)合著的《对策论与经济行为》为对策论奠定了基础。1951 年，美国学者贝尔曼(R. Bellman)在解决多阶段决策问题时，提出了动态规划原理。这些理论研究为分析和解决经济管理问题提供了多样化的方法，从而使运筹学有了快速的发展，产生了许多新的分支。如数学规划(线性规划、非线性规划、整数规划及动态规划)、图与网络分析、排队论、存储论、对策论及决策论等。事实上，到 20 世纪 50 年代末，线性规划、动态规划、排队论、存储论等许多标准的运筹学工具都得到了相对较好的发展和应用。20 世纪 60 年代下半期开始，随着生产发展的需要，运筹学的研究范围由小到大，并逐渐和系统分析方法、未来学以及社会科学等相结合，使运筹学有了更为广阔的应用空间。20 世纪 80 年代，随着计算机技术的迅猛发展，运筹学得到了更大的发展。在研究解决运筹学的许多复杂问题的过程中，通常需要进行大量的数学计算，而计算机的广泛应用，为解决各种实际的运筹学问题提供了有力的支持。在我国，运筹学的研究与应用始于 20 世纪 50 年代，之后，其发展相当迅速，特别是 20 世纪 80 年代以后，运筹学的研究与应用均取得了巨大的成效。时至今日，无论是在理论上还是应用上，我国运筹学的研究都已具有相当的水平了。

第二节　运筹学的定义与特征

顾名思义，运筹学就是对如何“运作”进行研究的一门科学，但至今运筹学并无一个统一的定义。西方学者莫斯(P. M. Morse)和金博尔(Kimball)的定义是：“运筹学是为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时，提供以数量化为基础的科学方法。”我国出版的管理百科全书的定义是：“运筹学是应用分析、试验、量化的方法，对经济管理系统中人力、物力、财力等资源进行统筹安排，为决策者提供有依据的最优

方案，以实现最有效的管理。”还有的定义是：“运筹学是一门应用科学，它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法，解决实际提出的专门问题，为决策者选择最优决策提供定量依据。”上述定义的共同特点是量化、决策、最优，即用量化的方法为决策者决策提供定量依据。

运筹学的研究对象是经济、军事及科学技术等活动中能用数量关系描述的有关运用、筹划与管理等方面的问题。从经济的角度看，运筹学是以解决生产经营活动中运用、筹划与管理方面的问题以及解决这些问题的原理和方法为研究对象。运筹学研究问题的特点表现在以下一些方面：(1)透过各种错综复杂的数量关系，抓住主要矛盾，通过对问题的深入分析，建立合适的模型(数学模型或模拟模型)，运用各种方法求得问题的最优解，从而得到合理的工作方案。(2)强调多学科、多部门和多人员的密切合作，相互协调地解决问题。(3)强调全局性地分析问题，即从整个系统的角度来寻求解决问题的方法，力图找到一个最有利于系统整体利益的方式来解决系统内部的利益冲突。(4)强调为被研究的问题寻找最优的解决方案，而不仅仅满足于对现状的改善提高。寻求最优解是运筹学的一个重要课题。

第三节　运筹学的应用

运筹学被广泛地运用到许多领域，如工商管理、工程技术、军事作战以及公共服务等，应用范围相当广泛。

在工商管理方面的应用有：(1)生产计划的制定，如在现有的资源约束或生产任务的条件下确定生产计划，以谋求总利润最大或总成本最小；(2)物流运输管理，如确定合理的调运方案、运输线路或运输工具，使总运输成本最小或运输效率最高；(3)存储管理，如分析物资的供需特性，确定合理的物资存储量或存储水平，使与存储有关的费用最小；(4)市场营销管理，即将运筹学的有关理论用于广告预算、媒体选择、产品定价、销售计划的制定等方面；(5)财务管理，即用运筹学方法解决如资金预算、成本分析、资产分配、金融投资项目组合选择、金融计划等问题；(6)人事管理，如对人员的需求进行预测分析，确定合理的人员编制，根据现有人员合理地进行人员分配等。

在工程技术及其他方面的应用有：项目的选择与评价；输电系统、交通运输系统、城市紧急服务系统等的优化规划与设计；工程施工的优化组织与设计；电力系统、水资源系统、城市交通指挥系统等实时调度系统的优化调度等。

总之，运筹学是一门应用非常广泛和非常实用的学科。我们深信，随着我国经济社会的发展，运筹学必将在我们管理现代化的进程中发挥巨大的作用。

第一章　线性规划

线性规划是运筹学中研究较早、其理论和算法均比较成熟的一个重要分支。线性规划问题的提出最早是1939年由前苏联数学家康托洛维奇(Канторович,1975年诺贝尔经济学奖获得者)在研究铁路运输的组织问题、工业生产的管理问题时提出来的。1947年,美国学者丹西格(G. B. Dantzig)提出了线性规划问题的单纯形法。后来,库普曼(T. C. Koopmans)和查恩斯(A. Charnes)对线性规划的理论和应用也作出了突出贡献。之后,线性规划在生产计划、运输、军事等领域都得到了广泛的应用。

第一节　线性规划问题及其数学模型

一、问题的提出

为了说明线性规划问题的特点,首先研究两个例子。

例 1.1　(生产计划问题)某企业利用A、B、C三种资源,在计划期内生产甲、乙两种产品,已知生产单位产品的资源消耗、单位产品利润等数据如表1-1所示,问如何安排生产计划使企业利润最大?

表1-1

资源 \ 单耗 \ 产品	甲	乙	资源限制(公斤)
A	1	1	300
B	2	1	400
C	0	1	250
单位产品利润(元/件)	50	100	

解:设x_1、x_2分别代表甲、乙两种产品的生产数量(件),z表示公司总利润。依题意,问题可转换成求变量x_1、x_2的值,使总利润最大,即

$$\max z=50x_1+100x_2$$

且称 $z=50x_1+100x_2$ 为目标函数。

同时满足甲、乙两种产品所消耗的 A、B、C 三种资源的数量不能超过它们的限量，即可分别表示为

$$x_1+x_2\leqslant 300$$
$$2x_1+x_2\leqslant 400$$
$$x_2\leqslant 250$$

且称上述三式为约束条件。此外，一般实际问题都要满足非负条件，即 $x_1\geqslant 0$、$x_2\geqslant 0$。

这样有

$$\max z=50x_1+100x_2$$
$$x_1+x_2\leqslant 300$$
$$2x_1+x_2\leqslant 400$$
$$x_2\leqslant 250$$
$$x_1、x_2\geqslant 0$$

该模型称为上述生产计划问题的数学模型。

例 1.2　如图 1-1 所示，靠近某河流有两个化工厂，流经第一化工厂的河流流量为每天 500 万立方米，在两个工厂之间有一条流量为 200 万立方米的支流。两化工厂每天排放某种有害物质的工业污水分别为 2 万立方米和 1.4 万立方米。从第一化工厂排出的工业污水流到第二化工厂以前，有 20% 可以自然净化。环保部门要求河流中工业污水含量不能大于 0.2%。两化工厂处理工业污水的成本分别为 1 000 元/万立方米和 800 元/万立方米。现在要问：在满足环保部门要求的条件下，每厂各应处理多少工业污水，使这两个工厂处理工业污水的总费用最小。

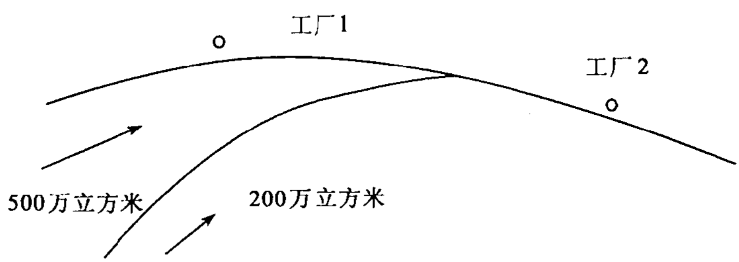

图 1-1

解：设 x_1、x_2 分别代表第一化工厂和第二化工厂处理污水的数量（万立方米）。则问题的目标函数可描述为

$$\min z=1\ 000x_1+800x_2$$

约束条件有：

第一段河流（第一化工厂至第二化工厂之间）的环保要求为

$$(2-x_1)/500\leqslant 0.2\%$$

第二段河流（第二化工厂以下河段）的环保要求为

$$(0.8(2-x_1)+(1.4-x_2))/700\leqslant 0.2\%$$

此外有

$$x_1\leqslant 2,\ x_2\leqslant 1.4$$

化简得到

$$\begin{aligned}\min z = 1\ 000x_1 &+ 800x_2\\ x_1 &\geqslant 1\\ 0.8x_1 + x_2 &\geqslant 1.6\\ x_1 &\leqslant 2\\ x_2 &\leqslant 1.4\\ x_1、x_2 &\geqslant 0\end{aligned}$$

该模型称为上述环保问题的数学模型。

二、线性规划数学模型

从上述两个例子中，我们可以总结出线性规划的数学模型的一般形式。

$$\max(\min)z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \quad \text{—— 目标函数}$$

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= (\geqslant,\leqslant)\ b_1\\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= (\geqslant,\leqslant)\ b_2 \quad \text{—— 约束条件}\\ &\cdots\cdots\\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= (\geqslant,\leqslant)\ b_m\\ x_1,x_2,\cdots,x_n &\geqslant 0\end{aligned}$$

该模型可解释为：要确定一组变量的值，使之满足一组线性等式或不等式，并使一个线性目标函数实现极大化或极小化，这类问题都称之为线性规划问题。

上述模型中，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 称为决策变量；满足约束条件的一组决策变量的值称为线性规划的一个可行解；一个线性规划所有可行解组成的集合成为线性规划的可行解集（可行域）；使目标函数取得最大值（或最小值）的可行解称为线性规划的最优解。

第二节　线性规划图解法

一、图解法步骤

图解法的步骤有：

首先，画出线性规划问题的可行域。

其次，画出两条目标函数等值线。所谓目标函数等值线就是位于该直线上的点，具有相同的目标函数值。

再次，平行移动目标函数等值线，使目标函数在可行域范围内达到最优。

二、图解法举例

例 1.3

$$\max z = 50x_1 + 100x_2$$
$$x_1 + x_2 \leqslant 300$$
$$2x_1 + x_2 \leqslant 400$$
$$x_2 \leqslant 250$$
$$x_1、x_2 \geqslant 0$$

解：首先，根据上述约束条件画出问题的可行域，如图 1-2 中由 OABCD 围成的多边形（阴影部分）；其次，画两条目标函数等值线，如图中 $50x_1 + 100x_2 = 0$ 和 $50x_1 + 100x_2 = 14\,000$。由此可知，目标函数等值线向右上移动目标函数会增加，这样在可行域中平行移动目标函数等值线，使目标函数值达到最大，即可得到最优解，如图 1-2 中的 B 点，即问题的最优解为 $x_1^* = 50$，$x_2^* = 250$，相应的最优值为 $z^* = 27\,500$，且该问题有唯一最优解。

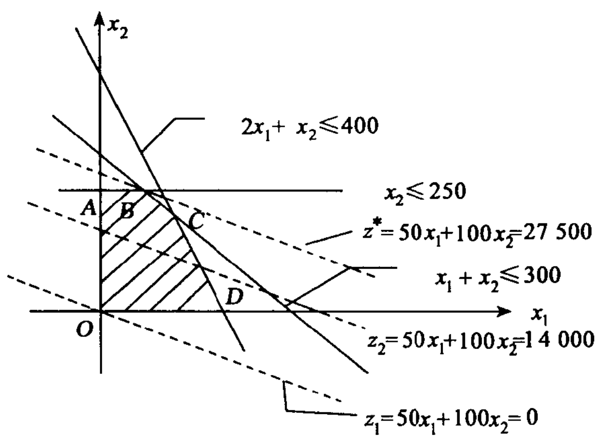

图 1-2

例 1.4

$$\max z = 50x_1 + 50x_2$$
$$x_1 + x_2 \leqslant 300$$
$$2x_1 + x_2 \leqslant 400$$
$$x_2 \leqslant 250$$

$$x_1、x_2 \geqslant 0$$

显然，该问题的约束条件与例 1.3 完全相同，因此其可行域也是图 1-2 中的阴影部分。另外，此问题仍然为极大化问题，且目标函数等值线的斜率与约束条件 $x_1+x_2\leqslant 300$ 相同，依照例 1.3 同样的方法可知，目标函数等值线与直线 $x_1+x_2=300$ 重合时，问题得到极大值。因此该问题的最优解为图 1-2 中线段 BC 上所有的点，即该问题有无穷多最优解。

例 1.5

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 2x_2 \\ x_1 - x_2 &\geqslant 1 \\ -x_1 + 2x_2 &\leqslant 0 \\ x_1、x_2 &\geqslant 0 \end{aligned}$$

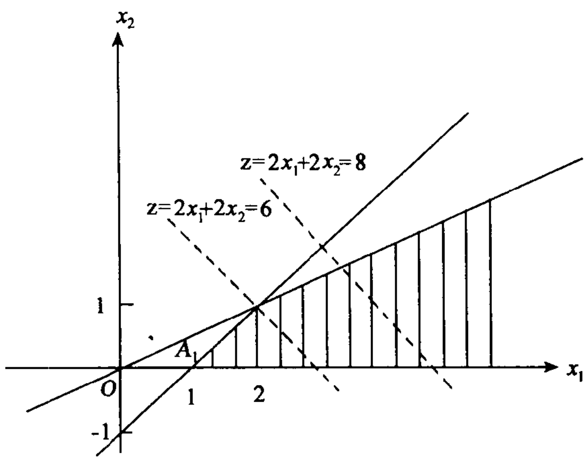

图 1-3

解：图 1-3 中的阴影部分就是该问题的可行域，显然该问题的可行域是无界的。两条虚线为目标函数等值线，它们对应的目标值分别为 2 和 4，可以看出，目标函数等值线向右移动，问题的目标值会增大。但由于可行域无界，目标函数可以增大到无穷，则称这种情况为无界解或无最优解。

若在例 1.5 中，将极大化目标函数改为极小化目标函数，即 $\min z=2x_1+2x_2$，则问题有唯一最优解(1，0)。因此，可行域无界，并不一定无最优解。

例 1.6

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + 2x_2 &\geqslant 1 \\ x_1 + x_2 &\leqslant -2 \\ x_1、x_2 &\geqslant 0 \end{aligned}$$

该问题各约束条件所描述的范围没有公共部分，即可行域为空集，也就是说该问题无可行解，也不存在最优解。

从上述几个例子中可得出如下直观结论：

(1) 可行域可以是个凸多边形，可能无界，也可能为空；

(2) 若线性规划问题的最优解存在，则它一定可以在可行域的某一个顶点上得到；

(3) 若在两个顶点上同时得到最优解，则该两点连线上的所有点都是最优解，即