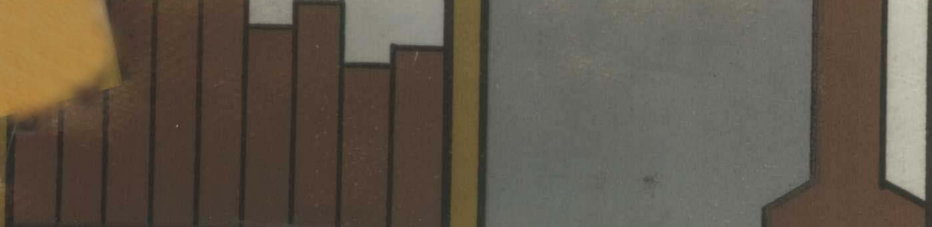
土木工程实用概率和统计

[英] G·N·Smith 著

曹炽康 张蕙英 邢秋顺 译

同济大学出版社

PROBABILITY AND STATISTICS IN CIVIL ENGINEERING



〔英〕G. N. Smith 著

土木工程实用概率和统计

曹炽康　张惠英　邢秋顺 译

同济大学出版社

内 容 提 要

本书主要介绍土木工程中常用的概率和统计理论及其在结构可靠度分析中的应用，对广大工程技术人员有很大的实用价值。本书是一本较为理想的结构可靠度分析的入门教材，书中附有大量结合土木工程应用的例题，内容简明扼要，易懂好学。部分章节附有习题和参考答案，以便读者自学检查。

责任编辑　郁　峰
封面设计　陈益平

PROBABILITY AND STATISTICS
IN CIVIL ENGINEERING
An Introduction
G. N. Smith

土木工程实用概率和统计

[英] G. N. Smith 著

曹炽康　张惠英　邢秋顺　译

同济大学出版社出版
(上海四平路1239号)
新华书店上海发行所发行
同济大学印刷厂印刷
开本：850×1168 1/32 印张：8 字数：200 千字
1989 年 7 月第 1 版　1989 年 7 月第 1 次印刷
印数：1—4,000 定价：4.80 元
ISBN 7-5608-0278-8/TU·49

前　　言

目前，我国建筑设计规范的修改，以概率为基础，这对于许多工程技术人员和以前的大专院校毕业生来说，都感到生疏，即使是80年代的大学毕业生，虽然不同程度地学过工程数学或概率论，但在解决实际问题时，往往还不能得心应手。本书是一本简明易学的好书。本书据英国Collins出版社1986年第一版译出，作者G. N. Smith是英国Heriot-Watt大学土木工程系教授，具有丰富的教学经验。在一次交谈中，清华大学土木工程系陈肇元教授向我们推荐了这本书，并希望尽快翻译出来，以迅速满足我国广大土建专业技术人员的需要。我们在1987年冬完成了全书的翻译，陈肇元先生、郁峰先生对全稿作了认真、细致的审校，同济大学工程结构研究所余安东副教授为本书作了译序，在此一并致以谢意。

本书由曹炽康（原序、第1、2、3、4章）、张惠英（第5、6、9章）、邢秋顺（第7、8章、附录）翻译，原文中存在一些错误之处，我们尽量作了更正，但限于译者的水平，错误或疏漏之处，在所难免，望读者批评指正。

译　者

1988年春节

译　序

近30年来，国际上结构安全性理论发展很快。1984年，我国颁布了《建筑结构设计统一标准》(GBJ68-84)，这标志着我国建筑结构设计理论与设计规范进入了一个新阶段，即采用以概率理论为基础的极限状态设计方法的阶段。结构在规定的时间内、在规定的条件下，完成预定功能的概率，称为结构可靠度。以结构可靠度为基础的我国建筑结构设计规范体系即将批准试行。我国广大建筑结构设计工作者、大专院校师生正面临着一个熟悉和使用新规范的任务。随着国际学术交流与经济合作的日趋扩大，我国建筑设计规范采用这种已为世界上多数发达国家所采用的理论基础也是大势所趋，这也就进一步引起了我们掌握概率和统计在土木工程中的应用的兴趣。尽管概率与统计已是大家所熟悉的学科，这方面的书籍也很多，但是深入地了解一下概率理论与可靠性理论间的关系，依然使土木工程师们深感必要。

本书原著者G. N. Smith在把与土木工程有关的概率统计理论介绍给读者的同时，力图对可靠性理论，特别是我国设计统一标准也采用的二阶矩法尽可能通俗地加以叙述，这对我们还是颇有参考价值的。尽管著者所用的规范和工程背景与我国不尽相同，但我们正处于完善和发展我国土木工程的可靠性理论与规范体系之时，借鉴国外的理论工作与实践经验，是十分必要的。

余安东

1988年2月于同济大学

原 序

直到最近，在土建设计中，还一直采用一个单独的数，即安全因素F来表示结构构件承受某种荷载、或其变形不超过某一规定值的能力。

这个方法的缺点是：安全因素只是一个由确定的方法得到的数，未考虑设计参数中任何内在的变异性，因而有时出现所计算的安全因素实际上大于1.0，但结构却发生了破坏的情况，也许就不必感到意外了。

Lumb(1970)在论及岩土工程时，对这种情况作了概括："传统的安全因素概念其严重的不足在于，它未能直接考虑土壤强度的实际变异性，因此，某一通用的安全因素值，对于各种土壤未必具有同样的意义。要么将通用的安全因素值取得很大，大到足以排除任何实际的破坏危险。否则，要对不同类型土壤的不同设计进行比较，甚至对同一种土壤的不同设计进行比较，都不是容易的。"

安全因素值远不是一个常数，实际上是一个随机变量，它的变异性是由所施加的荷载及结构强度参数的变异性带来的。

若将结构失效定义为事件F的值等于或小于1.0，则这一事件的概率就是失效概率P_f。

在英国，在土木工程中考虑非定性设计方面首先迈出重要的一步是在1972年，当时英国标准局(British Standards Institution)颁布了设计规范CP110《结构混凝土的应用》，该规范采用了极限设计的原则，并通过引入特征值而间接地应用了概率理论。

1972年以来，对于改变设计方法的压力，始终没有削弱过。大多数欧洲的结构设计规范，都已拟出草案，并提倡采用极限设计方法。极有可能的是，这些规范或者将列出由概率理论定出的

部分安全因素的值；或者将采用可靠度指数。可靠度指数的应用在土木工程和结构工程设计中被认为是代替部分安全因素的应用的一个有效方法。伴随着这种变化，对于土木工程领域的顾问、学生、教师和研究工作者来说，至少得熟悉这些发展情况以及涉及到的新术语。

本书旨在对与土木工程有关的统计学和概率理论的最重要方面，提供一个简明的概括，在这个范围内，本书是完整的，读者在阅读本书时，无需参考其他书籍。

本书前三章讨论统计学的基础及其在概率论中的应用，每章之后均附有习题，希望这将有助于理解每一章的主题，对于已熟悉这些统计概率内容的读者来说，可以直接从第四章开始阅读本书。可靠度分析理论的讨论从第四章开始。

作者谨向对帮助和鼓励完成本书的同事们表示感谢，特别对Heriot-Watt大学土木工程系的M. A. Paul博士和Cro thorne道路研究试验室的R. T. Murray博士深表谢忱。

G.N.Smith

目　　录

第一章

概率论基础

集合和事件

对事件及其发生概率的研究，必然将我们引向集合的概念。

在一组测量数据中，得出的平均值就是来自全部测量值集合的一个事件。

所以，一个集合就是研究对象的全体，通常用大写字母，例如 A，B，C 等等来表示（事件也用大写字母表示）。而组成集合的单个元素，则通常用小写字母 a，b，c，…表示。例如，对于集合 A：

$$A = a_1, a_2, a \quad a_1$$

因为元素的排列次序并不影响该集合，所以 A 也可写为：

$$A = a_3, a_4, a_1, a_2$$

符号 $a_1 \in A$ 表示 a_1 是集合 A 中的一个元素。

在大多数土木工程问题中，用列出其中所有元素的方法来定义一个集合，例如，列出某一试验中的所有测量数据。然而，有时要列出一个集合中的全部元素则是不可能的。例如虽然我们知道从某一地层中可以采集到无限个土壤样本，可是我们却不可能对其一一列举。

在这种情况下，虽然整个集合不能全部列出，但是这一集合的性质却是可以表达出来的。例如，在 2 到 100 之间的一切偶数的集合，可以表达为：

$$B = [b; b \text{ 是 2 到 100 之间的偶数}]$$

这里符号“；”表示“令”或“使得”。

显然，集合 B 也可表达为：

$$B = [2, 4, 6, 8, \cdots, 98, 100]$$

全　　集

一个集合中所有可能的元素构成一个全集，或称之为样本空间，用希腊字母 Ω 或大写字母 S 表示。

图 1.1 即为一个样本空间，它的每一个事件，是投掷两枚骰子时可能得到的点数。

样本空间，如图 1.1 中所示的全部 36 个元素，表示了一个必然事件，在此情况下，这事件是“一定有某一点数”。

样本空间以外的事件便是不可能事件，例如对于图 1.1，事件(7，1)即是一个不可能事件。

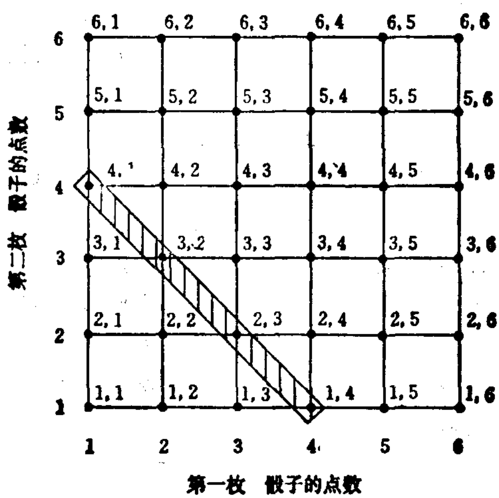


图 1.1　两枚骰子点数的样本空间

子　　集

设 B 是由全集 A 中取出的一些元素组成的集合，则 B 称为 A 的子集，可表达为：

$$B \subset A \quad 或 \quad A \supset B$$

即B包含在A内或A包含着B。

在图1.1中，子集[(4,1)，(3,2)，(2,3)，(1,4)]表示点数之和为5的各种情况，得到5点这一事件不是一个简单事件，因为可以以4种不同的方式出现。

简单事件

一个只可能出现一次的事件称为简单事件，例如在掷2枚骰子时，得到一对"1"就是一个简单事件，也称基本事件。

复合事件

可以两种以上的方式出现的事件称复合事件。

并 集（A∪B）

两个集合A和B的并，是含有A以及B中一切元素的集合。

交 集（A∩B）

两个集合A和B的交，是含有A和B中全部共同元素的集合。

例1.1

对一砂积地层作一组贯入试验，测得的锤击计数N值在1到

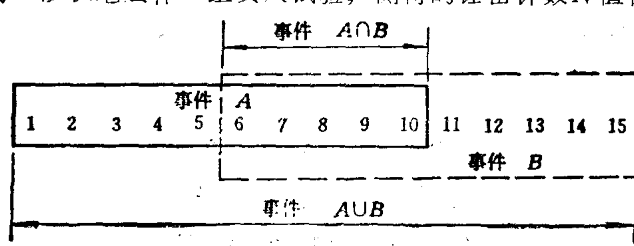


图1.2 集合的并和交

15 之间。表示所有可能的 N 值的样本空间是一组数字，即 1，2，…，14，15，如图 1.2 所示。

如果事件 A 为 $1 \leqslant N \leqslant 10$，事件 B 为 $6 \leqslant N \leqslant 15$，则 A 和 B 的并集 $(A \cup B)$ 是事件 $1 \leqslant N \leqslant 15$，而 A 和 B 的交集 $(A \cap B)$ 是事件 $6 \leqslant N \leqslant 10$。

补　　集

若 B 是 A 的子集，则 $A \supset B$*，而集合 $(A - B)$ 称为 B 相对于 A 的补集，用符号 $\bar{B}_A$ 表示。

若 S 是整个的样本空间，则 $(S - B)$ 称为 B 的补集，用符号 $\bar{B}$ 表示。

$A \cup B$ 的补集记作 $\overline{A \cup B}$。

差　　集

在 A 中而不在 B 中的元素组成的集合是 $(A \cap \bar{B})$。这个集合常称为 A 和 B 的差集，因为 $(A \cap \bar{B})$ 在元素个数上与 $(A - B)$ 相等。

例 1.2

一个总样本空间为集合(1，2，3，4，5，6，7，8，9，10)。若 A 为(1，2，4，5，8，9)，B 为(3，5，6，7，8)，证明 $(A \cap \bar{B})$ 与 $(A - B)$ 相等。

解：

$$\bar{B} = 1,\ 2,\ 4,\ 9,\ 10$$

因此　　$(A \cap \bar{B}) = (1,\ 2,\ 4,\ 9)$

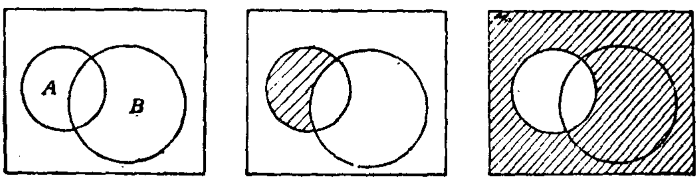
而　　$(A - B) = (1,\ 2,\ 4,\ 9)$

注意：这里$(A-B)$的含义与矢量代数中不同，在矢量代数中，$(A-B)$为$(1, 2, -3, 4, -6, -7, 9)$。

文 氏 图

一个全集或一个样本空间S及其子集可以用文氏图形来表示。

全集S用一个矩形表示，其子集处于其中，如图1.3*a*所示。图1.3*b*中的阴影面积是差集$(A-B)$，图1.3*c*中的阴影面积表示$\bar{A}$，即A的补集。



a)　　b)　　c)

图 1.3 文 氏 图

集合和事件的代数运算

图1.1表示，如果一个事件可以由不同途径来实现，则这一事件就是所有可能事件集合的一个子集。由此可见，能应用于集合的代数运算，同样也可用于事件。

如果A和B是事件，则在集合论中，下列符号表示：

(1) $A\cup B=$“A发生，或B发生，或两者同时发生”的事件

(2) $A\cap B=$“A与B同时发生”的事件

(3) $\bar{A}=$“A不发生”的事件

(4) $A\cap\bar{B}=$“A发生，但B不发生”的事件$=(A-B)$

图1.4的文氏图表示了各种集合运算。

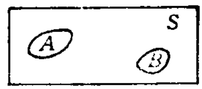
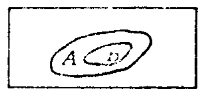
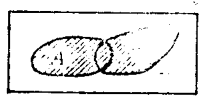
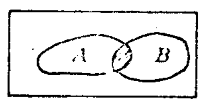
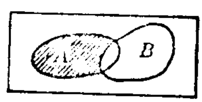
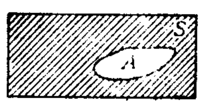
说　明	数学表达式	文氏图
互斥事件A和B （无共同元素）	$A \cap B = 0$	
B是A的子集 （B的任何元素均含在A里）	$B \subset A$	
A与B的并集 （其元素或在A内或在B内）	$A \cup B$	
A与B的交集 （其元素都是A和B共有的）	$A \cap B$	
A与B的差集 （在A内，但不在B内的元素）	$A - B$	
补集$\overline{A}$ （不属于A的元素）	$\overline{A} = S - A$	

图1.4　集合运算

集合代数中最重要的一些定理列出如下，它们可通过分析相应的文氏图来加以描述。

交换律：　$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

结合律：　$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$

分配律：　$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

　　　　　$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

互补定律：　$A-B=A\cap\bar{B}$

德莫根定律：　$\bar{A}\cup\bar{B}=\overline{A\cap B}$

　　　　　$\bar{A}\cap\bar{B}=\overline{A\cup B}$

例 1.3

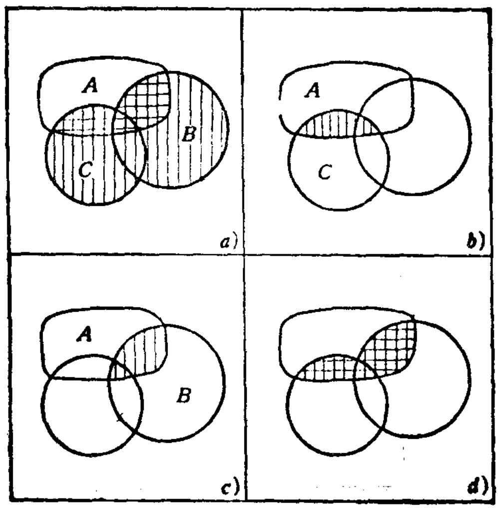


图 1.5　(例 1.3)

应用文氏图，试证明分配律：

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)。$$

解：

3个集合A，B，C示于图1.5。

在图1.5a中，B和C的并集，即$(B\cup C)$用竖线表示，而$(B\cup C)$和A的交集，即$A\cap(B\cup C)$，则用附加水平线表示。

图1.5b和1.5c分别表示A和C的交集以及A和B的交集，