建筑结构的振动

王光远 著

科学出版社

内 容 简 介

本书根据建筑结构振动的实测、试验和理论研究的结果，阐述了高柔结构、各种建筑物、连续梁和多层多跨刚架的平面振动（第二编）以及各种建筑物的空间整体振动（第三编）的计算方法。书中提出的方法简便实用，并且与实践相符合。此外在第一编中简明扼要地介绍了弹性体系振动的一般规律及其计算理论；在第四编中介绍了随机荷载作用下结构反应的计算理论以及风荷载和地震荷载的若干问题。在附录中还给出了结构模型试验的相似条件以及单层厂房整体稳定性的计算方法。

本书可供工业及民用建筑、工程结构和建筑力学专业的工程技术人员、科学研究工作者和教学工作者参考。

建筑结构的振动

王光远 著

*

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1978 年 5 月第一版　开本：787×1092　1/16

1978 年 5 月第一次印刷　印张：25　插页：精 2

印数：报精 1—16,280　报平 1—14,050　字数：575,000

统一书号：15031 · 176

本社书号：1039 · 15—1

定价：精装本 3.35 元　平装本 2.55 元

序　　言

我国解放以来对建筑结构振动的研究工作十分重视．早在 1955 年的重点研究项目中就有抗地震结构的计算问题．自此以后，对各种结构和建筑物的振动进行了大量的实测、实验和理论研究工作，取得了不少成果．

在我们所参加的实测、实验和理论研究中，发现结构的振动是十分复杂的．有些结构具有明显的、不容忽视的空间整体振动的性质．有些结构在振动时，各部分之间有明显的相互制约作用，但并未形成整体振动，各主要部件在考虑了其他部件的约束作用后，仍可简化为平面体系进行计算．有些结构在空间振动中存在着平面振动的形式，而后者是前者的特例，但对结构总的振动具有重要的影响．又有些结构基本上是平面振动的形式．因此，结构的平面振动也是具有重要实际意义的振动形式．此外，各种结构在整体振动中又存在着某些部件的局部振动问题．

在我们所接触到的范围内，本书对上述问题进行了初步的总结．

近年来，国内外对建筑结构空间整体振动的研究工作都很重视，我国在这方面的工作进行得较早，也作得较多．本书在第三编中着重介绍了各种单层和多层建筑物的空间整体振动，并给出了相应的计算方法．使我们高兴的是，这些计算方法不仅比较符合实践的结果，而且都很简便实用．在单层厂房整体振动的研究过程中，与作者一起工作的有周锡元、徐祥文、肖光先、郭长城等同志．而多层建筑的空间整体振动（本书第十章）是作者与周锡元同志合写的．此外，在研究有关问题时我们还分析了国内很多单位的实测和试验结果，特别是《工业与民用建筑抗震设计规范》修订组和《砖石结构设计规范》修订组的实测资料．

前面已经提到，结构的平面振动也是具有重要实际意义的振动形式，而且平面振动计算是空间整体振动计算的基础．前者算出后，后者便迎刃而解．所以在本书第二编中给出了高柔结构、各种建筑物以及连续梁和刚架平面振动的一些切实有效和简便的计算方法，其中包括同时考虑各种因素（弯曲变形、剪切变形、地基的柔性等）时悬臂式结构的计算方法．作者对高柔结构振动的某些研究工作是和李桂青同志共同进行的．

为了便于理解本书所提出的一些计算理论，作为准备，在第一编中系统地、扼要地介绍了弹性体系自由振动和在各种荷载作用下的强迫振动的规律和计算方法．

在第四编中介绍了随机荷载作用下结构反应的计算理论，以及风荷载和地震荷载的若干问题，包括结构的空间工作系数．

电子计算机是一种强有力的计算工具．在正确认识结构真实工作情况和确定合理的计算简图后，电子计算机可以使我们解决很多过去难以解决的问题．为此，哈尔滨建筑工程学院力学教研室编制了计算各种单层和多层建筑的静力及动力空间工作的计算程序，和变截面弯剪悬臂杆的计算程序．前者对空旷多层建筑和具有不规则柱网的不等高单层厂房是特别必要的；后者可以用来计算各种高耸柔性结构和细高的多层建筑．

为适应当前工作的需要，在本书中兼顾手算和机算两种可能性提出了一些计算方法，

但以考虑手算为主.

为了对单层厂房的空间工作有一个比较全面的说明，在附录Ⅱ中给出了竖向荷载作用下单层厂房整体稳定性的计算方法；此附录是作者和郭长城同志合写的.

由于不少复杂结构的静力和振动问题有赖于用模型试验解决，在附录Ⅲ中给出了结构模型试验的相似条件，供设计模型时参考.

建筑物的空间整体工作的性质是十分复杂的，国内外对此问题的研究都尚不充分；相对来说，国内作了大量的工作. 我们在此基础上提出了一个初步的计算理论，而且结构的质量刚度参数的经验公式也只是根据现有的实测资料分析统计得来的. 这一切都有待进一步的完善.

本书在写作过程中得到很多同志的帮助，特此致谢. 由于书中涉及的问题较广，限于作者水平，误谬之处在所难免，希望读者给以帮助和指正.

王　光　远

常用符号

除特殊说明者外，各符号代表意义如下：

$q(x), q(x,t), q(x,y,t)$——荷载分布集度

P, $P(t)$——集中荷载

θ——谐振荷载的圆频率

$\bar{m}(x), \bar{m}(x,y)$——质量分布集度

m——集中质量

ρ——单位体积材料的质量

J——转动惯量

F——截面面积

I——截面惯性矩

E——弹性模量

G——综合剪切模量

ν——阻尼参数$\pi\nu$——对数衰减率

$u=\cos\frac{\nu}{2}\approx 1$

$v=\sin\frac{\nu}{2}\approx\frac{\nu}{2}$

ω_j——不考虑阻尼时（第一、二编）或不考虑结构空间工作时（第三、四编）第 j 振型的自振圆频率

p_j——考虑阻尼时（第一、二编）或考虑结构空间工作时（第三、四编）第 j 振型的自振圆频率

T_j——第 j 振型的自振周期

$f_j=\frac{1}{T_j}$——第 j 振型的频率（赫）

p_{ji}——空间振型(j,i)的圆频率

η_j——振型参与系数

$X_j(x)$——振型函数（振型形式）

$\mathbf{A}_j=(a_{1j}, a_{2j}, \cdots, a_{nj})$——$n$ 自由度体系的振型向量（振型形式）

$Z_j(t)$——第 j 振型广义坐标（主坐标）

$Q_j(t)$——第 j 振型折算荷载

M_j——第 j 振型折算质量（在个别地方 M, Q 分别代表截面的弯矩和剪力）

$N_j(x)$——振型反应函数（位移或内力）

$N(x,t)$——结构反应（位移或内力）

$w, \dot{w}, \ddot{w}$——位移，速度，加速度（在个别地方N代表轴力）

$k(x, \xi)$——位移影响函数

δ_{ks}——位移影响系数（柔度系数）

c_{ks}——反力系数（刚度系数）

c——单自由度体系的反力系数（刚度系数）

U_j——与第 j 振型对应的最大位能

V_j——与第 j 振型对应的最大动能

$\bar{V}_j = V_j / p_j^2$——当 $p_j = 1$ 时与第 j 振型对应的最大动能

α——各跨等高单层厂房空间刚度参数（第三、四编）

β——建筑物的质量刚度参数（第三、四编）

μ——结构空间工作系数（第三、四编）

$g = 9.81$ 米/秒^2——重力加速度

$\{a\}$——列阵

$[a]$——矩阵及方阵

$[I]$——单位方阵

$[a]^{-1}$——方阵$[a]$的逆方阵

$[\delta]$——柔度方阵

$[c]$——刚度方阵

$[m]$——质量方阵

目　　录

第二编 工程结构的平面振动

第三编 建筑物的空间整体振动

第一编　结构动力学基础

第一章　基本概念和方法

§1.1　动荷载与静荷载

研究结构动力学的目的，在于寻求合理和实用的计算方法，以保证动荷载作用下结构的安全、经济以及合于使用，其中包括工人的健康和机械的正常工作等.

当荷载的大小、方向或着力点随时间迅速改变，在其作用下结构质点的加速度不容忽视时，称为动荷载. 与此相反，静荷载就是基本上不随时间改变或改变得很缓慢的荷载，在其作用下结构各质点均无加速度或者加速度小得可以忽略不计. 加速度能否忽略不计，是个相对的问题，因此动荷载和静荷载并无绝对的界线. 在解决实际问题时，加速度能否忽略不计，主要是看与该加速度相应的惯性力与其他外力相比是否能忽略不计来决定.

在力学问题的数学处理中，把动荷载当作时间 t 的函数 $P(t)$ 或 $q(x,t)$，而把静荷载当作不随时间改变的常数 P 或 $q(x)$. 从这个观点来看，静荷载实际上只不过是动荷载的特殊情况，因此在必要时，静荷载的问题亦可按照动荷载的一般理论作为一个特殊情况来进行计算(详见§3.4).

绝对不随时间改变的荷载是没有的. 一般来说，结构自重、缓慢改变或缓慢移动的荷载都可以作为静荷载处理，也就是说不考虑它们所引起的惯性力.

在工程实践中常遇到的动荷载可分成以下几类：

(1) 谐振荷载. 在机器运转过程中，有些运动部件的惯性力对机器的支承结构(如机器基础、平台、楼板和房屋等)而言，是随时间按简谐规律变化的荷载，它也引起结构的稳态简谐振动，故称为谐振荷载；

(2) 撞击荷载，如锻锤、落锤、打桩机工作时所产生的力等；

(3) 突加荷载. 有些荷载(如吊车制动力对厂房)迅速加在结构上，然后在足够长的一段时间内(与结构基本周期相比)基本上保持不变，则可近似地作为突加荷载计算；

(4) 迅速移动的荷载，如运行中的机车对铁轨和桥梁、行驶的汽车对路面所产生的力等；

(5) 迅速运动着的流体对结构所产生的荷载，如爆炸引起的冲击波、管道中流体的运动以及风荷载等；

(6) 结构基础的运动对结构所产生的荷载，如地震、工业厂房中柱基的振动等.

研究在静荷载或动荷载作用下结构反应的计算方法的科学，分别称为结构静力学或

注：本书公式号、表号和图号采用三个数，例如式(2.4.6)表示第二章第4节(即§2.4)的第6个公式。为了简便一些，一公式号、表号和图号如在其所属的节正文中提到时则只采用最后一数字，例如式(2.4.6)在§2.4范围内只说式(6)。

结构动力学.

在研究静荷载的作用时，既然认为荷载不随时间改变，因而结构静力学的计算方法对各种静荷载都同样适用. 但在结构动力学中，由于不同的动荷载随时间改变的规律可能很不相同，从而对结构的作用也就具有很不相同的性质，因而它们的计算方法也就不同. 例如，撞击荷载、地震荷载和移动荷载对结构的影响的分析方法就很不相同，它们都构成结构动力学中独特的分枝.

但是在动荷载作用下结构也是有共性的，一般说来常常是在其原来的平衡位置附近作微幅振动. 因此，振动理论就成为结构动力学的基础. 在本编中我们将着重介绍弹性体系微幅振动的一般理论及其应用.

§ 1.2 结构振动的基本类型

按照描述结构振动的运动方程的性质的不同，结构振动可以分为线性振动与非线性振动两种. 按照结构的变形是否处于弹性阶段，其振动又可分为弹性振动与弹塑性振动. 本书只研究结构的线性弹性振动，它也是经常遇到的结构振动形式.

当然，按照不同的考虑面，结构振动还可以有其他不同的分类. 例如，按变形的性质以哪种变形为主可以分为剪切振动和弯曲振动；按振动的状态可分为稳态振动和瞬态振动等等.

本节，从结构振动的整体性考虑，我们认为可以把结构振动区分为以下几种基本类型：

1. “强”联结体系的空间整体振动

此种振动的特点，是在简谐干扰力作用下共振时结构各部分的振动具有相同的频率，而且整个结构的振动形成一个完整的空间振型. 这种频率和振型一般说来不同于结构任何单个部件的频率和振型.

一些单一的空间体系，例如壳体的振动显然属于这种类型.

对于由一系列横向平面结构被纵向部件联结而成的体系，当其联结很强时，也可以形成一个完整的空间结构，它的振动也就具有很强的空间整体性. 单层厂房和多层建筑就属于这种情况. 一般情况下，它们振动的频率和振型与单片排架的频率和振型是完全不同的. 在本书整个第三编中，我们将专门研究这种情况.

2. “弱”联结体系的空间振动

有些结构，例如各跨简支的铁路高墩栈桥(其详细情况见§ 5.6)，它们也是一系列横向平面结构(桥墩)，由纵向部件(桥面)联结两成. 在振动时，此种结构各部件之间存在相互约束作用，而且这种作用不能忽视，表现在各墩的频率(特别是沿桥轴向)与单墩的频率有很大的差别. 但是这种结构的纵向联结还不足以使整个结构形成一个完整的空间结构，表现在振动时桥的各部分具有不同的频率和不同的相位，在起振机作用下，各个桥墩也不同时达到共振状态. 故称之为“弱”联结体系的空间振动.

这种类型的振动的特点是：结构各部分之间相互制约，但又未能形成一个完整的空

间结构，因而各部件的频率既不同于各部件单独存在时的频率，又不存在一个共同的频率和振型.

这种结构的振动往往可以在考虑各部件间的相互约束作用后，简化为若干个单独存在的体系进行计算.

3. 结构的平面振动

虽然从严格意义上来讲，所有结构都是空间体系，因而其振动都有一定的空间性. 但是在有些情况下却出现真正的平面振动；另外，在某些情况下有些振动可以近似地作为平面振动进行计算. 分别叙述如下：

(1) 实测和理论研究证明，有些结构(例如两端均无山墙且无横向内墙的单层厂房或多层框架，以及内墙较密的多层建筑等)在它们的空间整体振动中确实出现平面振型，其频率和振型形式与单片横向框架的频率和振型形式是相同的. 在此情况下，这些平面振型是空间振型的一部分，是空间振型的特殊情况. 凡是出现这种情况时，在振动中这些平面振型的影响居于主要地位. 详见本书第三编.

(2) 前面所讲的“弱”联结体系的空间振动，往往可以在考虑各部件间的约束作用后，简化为若干个单独存在的体系进行计算，而后者往往表现为平面振动. 详见§5.6关于各跨简支铁路高墩栈桥的振动计算.

(3) 有些结构(例如可以简化为悬臂杆的高柔结构)的振动，基本上可以简化为相互垂直的两个方向的平面振动进行计算.

此外，在单层厂房和多层建筑的空间整体振动计算中，也需要首先算出单片横向框架的平面振型的频率和振型形式. 而且后者算出后前者也就迎刃而解了.

因此，结构平面振动的计算具有重要的意义. 所以，在整个第二编中我们将专门研究高柔结构、各种建筑物以及连续梁和刚架的平面振动的计算方法问题.

4. 局部振动

在某些荷载作用下，即使对所谓“强”联结的空间结构，也还会出现结构的局部振动，其频率不同于结构整体的频率，也往往不同于单个构件的频率. 例如，机器作用下楼板和梁的竖向振动，锻锤作用下单层厂房屋架的竖向振动和墙柱系统的局部振动等都属于这种情况. 这类问题，具有重要的实际意义，但研究得还很不充分，也未受到应有的重视.

§1.3 列运动方程的基本方法(动静法)

在解决静力学问题时，需要列出和解算体系的平衡方程式. 与此相仿，在解决动力学问题时，需要列出和解算体系的运动方程. 所谓体系的运动方程乃指描述体系所有质点的运动过程的方程. 列运动方程的方法很多，但在结构动力学中最常用的是所谓“动静法”. 它可以利用静力学中列平衡方程的方法来列体系的运动方程.

为了说明动静法的实质，我们首先举个最简单的例子来解释关于惯性力的基本概念.

图1(a)所示为一单自由度体系的模型，其中竖杆代表质量可以忽略不计的任一弹性支承体系(梁、刚架、板等). c为其刚度系数(反力系数)，即使质点产生单位位移所需之

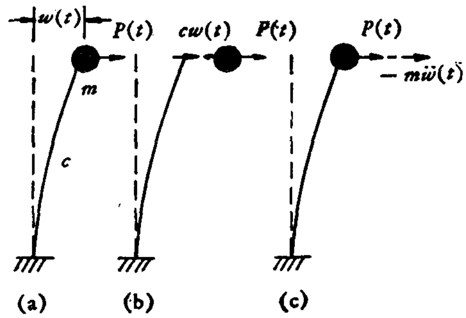

图 1.3.1

力. m 为质点的质量.

设质点 m 受到动荷载 $P(t)$ 而作微幅振动[图 1(a)]. 这样,对质点 m, $P(t)$ 是主动力, $cw(t)$ 是支承杆给它的约束反力[图 1(b)], 在二者作用下质点有加速度 $\ddot{w}(t)$(w 上的圆点代表对时间 t 取导,以下同). 列运动方程时假定加速度为正,即与位移正的方向一致,这样,根据牛顿第二定律,得运动方程

$$P(t)-cw(t)=m\ddot{w}(t) \tag{1.3.1}$$

这表明,在任一瞬间 $m\ddot{w}(t)$ 在数值上都等于质点所受的主动力和约束反力的合力. 因此,如果我们想像地在质点上加一与此合力相等相反之力 $-m\ddot{w}(t)$, 则质点 m 将处于假想的平衡状态[图 1(c)],其假想的平衡方程为

$$P(t)-m\ddot{w}(t)-cw(t)=0 \tag{1.3.2}$$

式(1)与(2)是相同的. 后面这个方法称为动静法,而方程(2)称为动力平衡方程. 这个假想的力 $-m\ddot{w}(t)$ 称为质点 m 所受的惯性力. 所以此法亦称为惯性力法. 显然对于质点 m 而言,惯性力是个假想的力,所谓动力平衡方程实际上就是运动方程. 它表明质点 m 的运动 $w(t)$ 所必须满足的条件,也就是说它规定了该质点运动的过程. 这里它表现为一个微分方程,当然还应补充以运动的初始条件才能得出运动的确定过程.

还应注意,虽然图 1(c) 中的惯性力 $-m\ddot{w}$ 对质点 m 是假想的力,但支承杆的变形 $w(t)$ 及其内力 $cw(t)$ 却都是真实的. 而这个真实的变形和相应的内力却可以根据假想的惯性力而满足假想的平衡状态. 但也不要误解,动静法实际上只是简化了列运动方程的方法,它并未也不可能把动力学问题真正转化为静力学问题,因为这里惯性力 $-m\ddot{w}(t)$ 是与待求的未知函数 $w(t)$ 相关联的,它不是个已知的荷载.

总之,动静法(或惯性力法)就是把结构所受真实的动荷载和真实的约束反力与假想的各质点的惯性力(作为假想的荷载)共同组成一个平衡力系,这样就可以利用列平衡方程的方法列出结构的运动方程.

显然,动静法对多质点体系也是适用的. 对比较复杂的体系,动静法就更能显示其优越性. 因为结合动静法,即可利用静力学中我们已经熟悉了的各种简便方法列出体系的运动方程.

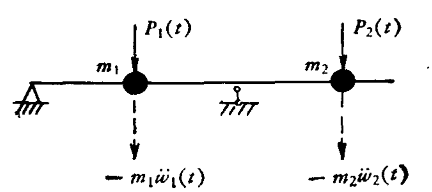

图 1.3.2

例如,利用位移影响系数 δ_{ks}(m_s 处的单位力在 m_k 处引起的位移)和叠加原理,立即可以写出图 2 所示体系的两个质点的运动方程:

$$\left.\begin{aligned} w_1(t)&=[P_1(t)-m_1\ddot{w}_1(t)]\delta_{11}+[P_2(t)-m_2\ddot{w}_2(t)]\delta_{12} \\ w_2(t)&=[P_1(t)-m_1\ddot{w}_1(t)]\delta_{21}+[P_2(t)-m_2\ddot{w}_2(t)]\delta_{22} \end{aligned}\right\} \tag{1.3.3}$$

当 $P_1(t)\equiv 0$, $P_2(t)\equiv 0$ 时,此方程即为此体系自由振动的微分方程.

再如,利用材料力学中梁的平衡微分方程

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI_x\frac{d^2w}{dx^2}\right)=q(x) \tag{1.3.4}$$

立即可以写出图 3 所示水平地震 $w_0(t)$ 作用下柔性悬臂杆(以弯曲变形为主) 的运动微分方程

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI_x\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right]=-\bar{m}_x\left[\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 w_0(t)}{\partial t^2}\right] \tag{1.3.5}$$

其中 $\bar{m}_x$ 及 EI_x 分别为高度 x 处的质量分布集度和抗弯刚度,而图 3(c)中的

$$S(x,t)=-\bar{m}_x\left[\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 w_0(t)}{\partial t^2}\right] \tag{1.3.6}$$

就是假想的惯性力,也就是抗震结构计算中要研究的地震荷载.

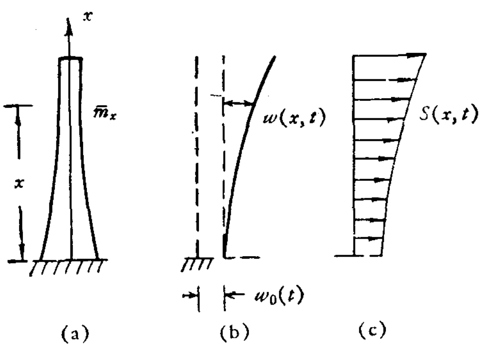

图 1.3.3

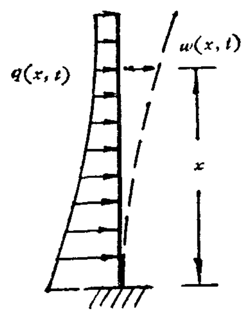

图 1.3.4

读者试证明,上述水平地震问题可转化为图 4 所示荷载

$$q(x,t)=-\bar{m}_x\frac{d^2 w_0(t)}{dt^2} \tag{1.3.7}$$

作用下的强迫振动问题(地面不动)来研究.

§ 1.4 弹性体系振动的积分方程

上节利用动静法给出了几种弹性体系振动的微分方程. 本节仍然利用动静法给出弹性体系振动的积分方程. 后者具有较大的代表性.

图 1 所示代表任一小挠度弹性体系,x 及 ξ 分别代表 体 系上两个点的位置, 此体系所占的有限区域为 Ω,$d\xi$ 为 Ω的区域元. 区域 Ω 可以是一段直线(直杆)、曲线(曲杆), 折线(刚架)、有限平面 (板)、有限曲面(壳)等.

为简单计,兹假定体系上每个点只能沿一定方向位移,且该点所受力也沿着该点位移的方向. 体系的刚度分布可以用该体系的位移影响函数 $k(x,\xi)$充分表现出来. $k(x,\xi)$就是在 ξ 处作用的单位力在 x 处引起的位移,显然它是在区域 Ω 内的有限的连续函数. 根据位移互等定理,则有

$$k(x,\xi)=k(\xi,x) \tag{1.4.1}$$

即影响函 数$k(x,\xi)$ 对变量 x 和 ξ 为对称的函数. 其物理意义为: ξ 处的单 位力在 x 处引起的位移,等于 x 处的单位力在 ξ 处引起的位移.

在静荷载 $q(\xi)$ 作用下[图 1(a)],荷载元 $q(\xi)d\xi$ 在 x 处引起的位移为

$$dw(x)=k(x,\xi)q(\xi)d\xi$$

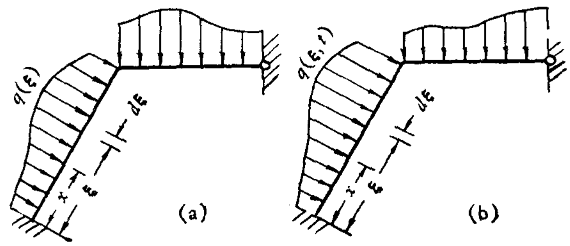

图 1.4.1

因此，根据叠加原理，x 处总的位移为

$$w(x)=\int_{\Omega}k(x,\xi)q(\xi)\,d\xi \tag{1.4.2}$$

这就是用积分形式表示的弹性体系位移的表达式．如已知荷载 $q(\xi)$ 和影响函数 $k(x,\xi)$，则上式就是一个普通的积分问题．如已知挠度曲线 $w(x)$ 而反求荷载 $q(\xi)$ 时，由于积分号内有未知函数，上式就成为具有对称核 $k(x,\xi)$ 的线性的积分方程．

为了下一章的应用，这里顺便给出在静荷载 $q(x)$ 作用下弹性体系位能的表达式：

$$\begin{aligned}U&=\frac{1}{2}\int_{\Omega}w(x)q(x)\,dx\\&=\frac{1}{2}\int_{\Omega}\int_{\Omega}k(x,\xi)q(\xi)q(x)\,d\xi\,dx\end{aligned} \tag{1.4.3}$$

这个公式利用式(2)不难予以证明．

在动荷载 $q(\xi,t)$ 作用下［图 1(b)］，体系的位移是坐标 x 和时间 t 的函数 $w(x,t)$．根据动静法，考虑了惯性力 $-\bar{m}(\xi)\ddot{w}(\xi,t)$ 以后，可按列静力平衡方程的方法列出运动方程．因此，与式(2)相仿，可以得出弹性体系振动的积分方程

$$w(x,t)=\int_{\Omega}k(x,\xi)[q(\xi,t)-\bar{m}(\xi)\ddot{w}(\xi,t)]\,d\xi \tag{1.4.4}$$

因为在积分号下包含有未知函数 $w(\xi,t)$ 的导数 $\ddot{w}(\xi,t)$，所以这是一个积分微分方程．

当 $q(\xi,t)\equiv 0$ 时，体系的振动即为自由振动．所以，由式(4)可以直接得出弹性体系自由振动的积分方程

$$w(x,t)=-\int_{\Omega}k(x,\xi)\ddot{w}(\xi,t)\bar{m}(\xi)\,d\xi \tag{1.4.5}$$

它是一个线性齐次的积分微分方程．

集中力和集中质量是分布力和分布质量的特殊情况，利用 δ 脉冲函数，可以直接从式(4)及(5)导出有限质点系强迫振动及自由振动的微分方程组．

在推导式(4)时，只引入叠加的条件，而对体系的荷载和位移的方向（轴向、横向或扭转）以及体系变形的性质（拉压、弯曲或剪切）并未作其他限制．所以式(4)是不考虑阻尼时体系线性振动的具有很大代表性的表达式．因此，利用积分方程理论研究式(4)，可以得出弹性体系振动的具有很大概括性的一般规律．但在研究具体某种结构的振动问题时，利用微分形式的运动方程则较为方便．

§ 1.5 材料的动力性质

在动荷载作用下，材料的动力性质与其静力性质有些不同，到目前为止对前者研究得还很不充分. 本节将分动力刚度、动力强度、结点强度三部分扼要地介绍材料动力性质的一些主要的特点.

以简单拉伸实验为例，l 为试件原长，Δl 为在荷载作用下的伸长，则应变为

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}$$

而应变速度为

$$\dot{\varepsilon}=\frac{d\varepsilon}{dt}$$

材料的应力应变曲线与应变速度有很大关系. 例如，图 1 中实线表明延性材料变形速度很小(静力的)时的标准应力应变曲线，而虚线表明变形速度较大时的曲线.

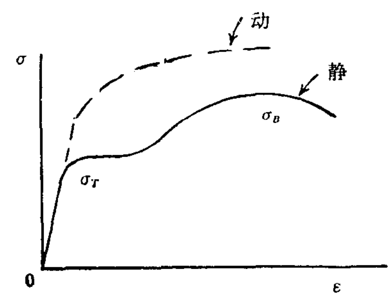

图 1.5.1

动力刚度 在弹性范围内，描述材料刚度的主要参数是弹性模量 $E(=\sigma/\varepsilon)$. 动力的弹性模量$E_{动}$可以从动力的 σ-ε 曲线量出，也可根据该种材料作成的简单试件的实测自振频率反算求出.

很多实验结果表明，金属材料和木材的变形速度在很大范围内变化时，弹性模量 E 实际上保持不变，因而在动力计算中可以近似采用静力弹性模量 $E_{静}$ 作为动力弹性模量 $E_{动}$ 使用. 然而，橡皮、塑料等材料的 $E_{静}$ 和 $E_{动}$ 却有较显著的差别.

经验表明，计算钢筋混凝土构件微幅振动的动力刚度时，一般可按整个截面参加工作来计算(混凝土受压亦受拉，只采用受压的弹性模量)；如正向和反向的刚度不同时，可以近似地取其平均值.

在计算建筑物的振动时，由于它们是多种材料组成的，而且结构异常复杂，各种部件(如内外墙等)和结点对刚度的影响也不够明确，所以建筑物的刚度很难用计算的办法求出. 我们认为现实可行而又比较合理的办法是：首先根据科学实践的结果研究建筑物的合理而又简便的计算简图，然后根据建筑物自振频率和自振形式的大量实测结果，一方面验证计算简图，另一方面反算出采用这种计算简图时各种结构刚度参数的经验值或经验公式. 本书就是这样作的.

动力强度 随着应变速度的提高，材料的屈服应力 σ_T 和强度极限 σ_B 一般也有所提高.

关于屈服应力 σ_T，一些试验结果表明：

(1) 变形速度愈大，σ_T 提高得愈多；

(2) 具有较长屈服阶段（静力 σ-ε 图中接近水平的部分）的延性材料，σ_T 提高得特别多. 例如软钢提高较多，而无屈服阶段的金属(如铝、铜及某些钢材)一般无显著变化；

(3) 对不同钢材，静力 σ_T 愈小者，动力 σ_T 提高的比例愈大，而高强度合金钢就提高