全国高等教育自学考试

高等数学(二)线性代数
同步练习册

2001年版

全国高等教育自学考试指导委员会/组编
姚慕生　张万国　徐诚浩/编写

大学出版社

全国高等教育自学考试

财经类专业

高等数学（二）
线性代数同步练习册

全国高等教育自学考试指导委员会组编

姚慕生　张万国　徐诚浩　编

辽宁大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学 2，线性代数、概率统计/姚慕生，徐诚浩等编．－沈阳：辽宁大学出版社，2002．1
ISBN 7－5610－4250－7

Ⅰ．高… Ⅱ．①姚… ②徐… Ⅲ．①高等数学－高等教育－自学考试－习题②线性代数－高等教育－自学考试－习题③概率论－高等教育－自学考试－习题④数理统计－高等教育－自学考试－习题 Ⅳ．013－44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2000）第 33670 号

辽宁大学出版社出版
网址:http://www.lnupress.com.cn
Email:mailer@lnupress.com.cn
（沈阳市皇姑区崇山中路 66 号　邮政编码　110036）

开本:880 毫米×1230 毫米 1/32　字数:183 千字　印张:6.25
丹东日报印刷厂印刷　印数:5001－15000 册
2002 年 1 月第 1 版　2002 年 1 月第 2 次印刷

责任编辑:李红舸　封面设计:刘桂湘
责任校对:郑　宾

本册定价:8.50 元

组编前言

近年来高等教育自学考试的蓬勃发展为多渠道培养人才以适应我国现代化建设的需要作出了很大的贡献，也为众多由于各种原因无法进人正规高等院校学习的学子们圆了大学梦。高等教学（二）是经济管理类本科段学习的一门基础课，其中包括线性代数和概率统计两部分，本书是线性代数部分的学习辅导用书。

十几年前，本书的的作者之一曾受教育部的委托，负责编写了高等数学（二）的线性代数分册。综观十几年来的自学考试，考试内容和考试题型都有了很大变化。自考教材只能提供给考生基本的知识和最基本的训练，实际考试的题型和教材上的习题有很大的不同。为了帮助考生能较好地适应这一情形，很必要有一套和教材配套的学习辅导用书。现在，辽宁大学出版社为我们提供了这样的一个好机会。

本书通过讲解大量的典型题例来加深学生对书本知识的理解。这些例题覆盖了教材的主要内容，也覆盖了历年的考试内容。考生只要认真阅读，细心领会其实质，便必能自如应试。本书叙述力求通俗易懂，深人浅出，例题的分析力求详尽。在每一章的末尾均附有习题供读者练习。本书附录中收录了近年来的自考试卷并作了详尽的分析解答。最后还附有三套模拟试卷供考生一试。

本书的编者虽然都有多年自考辅导的教学经历，但因成书比较仓促，加之我们的经验水平有限，难免有错误和不当之处，敬请读者批评指正。

目　　录

第一章　行列式

内容提要

一、行列式的定义

1. 行列式的概念

n^2 个数(或称元素)依次排成 n 行、n 列:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \tag{1}$$

称为 n 阶行列式.

2. 余子式

设 A 是一个 n 阶行列式,划去 A 的第 i 行及第 j 列,剩下的 $(n-1)^2$ 个数按原来的先后顺序组成一个 $n-1$ 阶行列式,这个行列式称为 A 的第 (i,j) 个元素的余子式,记为 M_{ij}.

3. 行列式值的定义

定义:设 A 是如(1)式所示的行列式,若 $n=1$,即 A 只含一个元素 a_{11},则定义 A 的值就等于 a_{11}. 假定对 $n-1$ 阶行列式的值已定义好,那么对任意的 i、j,A 的第 (i,j) 元素 a_{ij} 的余子式 M_{ij} 的值已经定义好,定义 A 的值为:

$$A = a_{11}M_{11} - a_{21}M_{21} + \cdots + (-1)^{i+1}a_{i1}M_{i1} + \cdots + (-1)^{n+1}a_{n1}M_{n1} \tag{2}$$

(2) 式称为行列式按第一列的展开.

4. 代数余子式

设 A 是如(1)式的 n 阶行列式，M_{ij} 是 A 的第(i,j)元素的余子式，定义 A 的第(i,j)元的代数余子式 $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$，

5. 行列式的展开

式(2)称为 A 按第一列展开，事实上 A 的值可以按任一列展开.

［**定理**］ 设 A 是如(1)式的 n 阶行列式，则对任一 $j(1\leqslant j\leqslant n)$，

$$
\begin{aligned}
A &= (-1)^{1+j}a_{1j}M_{1j}+(-1)^{2+j}a_{2j}M_{2j}+\cdots \\
&\quad +(-1)^{i+j}a_{ij}M_{ij}+\cdots+(-1)^{n+j}a_{nj}M_{nj}
\end{aligned}
\tag{4}
$$

或用代数余子式表示为：

$$
A=a_{1j}A_{1j}+a_{2j}A_{2j}+\cdots+a_{ij}A_{ij}+\cdots+a_{nj}A_{nj} \tag{5}
$$

(4),(5)两式称为行列式按第 j 列展开. 由对称性，行列式也可以按行展开.

［**定理**］ 设 A 是如(1)式的 n 阶行列式，则对任一 $i(1\leqslant i\leqslant n)$，

$$
\begin{aligned}
A &= (-1)^{i+1}a_{i1}M_{i1}+(-1)^{i+2}a_{i2}M_{i2}+\cdots \\
&\quad +(-1)^{i+j}a_{ij}M_{ij}+\cdots+(-1)^{i+n}a_{in}M_{in}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

或用代数余子式表示为：

$$
A=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\cdots+a_{ij}A_{ij}+\cdots+a_{in}A_{in} \tag{7}
$$

二、行列式的性质及行列式的计算

1. 行列式的性质

性质 1　行列式转置后的值不变，即 $A'=A$.

性质 2　以某个常数 c 乘以行列式的某一行(或某一列)，所得到的行列式的值等于原行列式值的 c 倍.

性质 3　行列式的两行(或两列)对换，行列式的值改变符号.

性质 4　如果一个行列式的某两行(或某两列)成比例，则行列式的值等于零.

性质 5　若行列式的某一行(或某一列)元素 $a_{ij}=b_{ij}+c_{ij}$，则该行列式可分解为两个行列式之和，其中一个行列式的相应行(或列)的元素为 b_{ij}，另一个行列式的相应行(或列)的元素为 c_{ij}，用式子来表示就是：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{i1}+c_{i1} & b_{i2}+c_{i2} & \cdots & b_{in}+c_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

(对列也有类似等式成立).

性质 6　将行列式的某一行(或某一列)乘以常数 c 以后加到另外一行(或列)上去,行列式的值不变.

行列式的性质是行列式计算的重要基础,读者务必熟练掌握.

2. 行列式的计算

如果用定义来计算行列式,除了极少量的行列式可以比较容易算出外,大多数行列式的计算十分繁琐.行列式的计算主要是运用它的性质来进行计算.

三、克莱姆法则

克莱姆法则适用于计算含有 n 个未知数,n 个方程式的线性方程组.

1. 线性方程组

线性方程组的一般形式为:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{n2}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \tag{8}$$

其中:$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是未知数.$a_{ij}(i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,n)$ 是常数,称为各未知数的系数.$b_1,b_2,\cdots,b_n$,也是常数,称为常数项.(8) 式称为 n 个未知数,n 个方程式的线性方程组的标准式.

2. 克莱姆法则

现设有如(8)式的线性方程组，(8)式中各未知数的系数按式中的顺序排列组成一个 n 阶行列式，记为 A：

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

A 称为线性方程组(8)的系数行列式.

将常数项 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 依次置换 A 的第一列元素，便得到一个行列式：

$$A_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_n & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

再将 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 依次置换 A 的第二列元素，得到行列式 A_2：

$$A_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & b_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

不断这样做下去，即用 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 依次置换 A 的第三列，第四列，$\cdots$，第 n 列，便得到 $A_3,A_4,\cdots,A_n$.

【定理1】（克莱姆法则）. 设有 n 个未知数，n 个方程式的线性方程组如(8)式所示，若它的系数行列式 A 的值不等于零，则该方程组有且只有一组解：

$$x_1=\frac{A_1}{A},\quad x_2=\frac{A_2}{A},\quad \cdots,x_n=\frac{A_n}{A}.$$

四、需要记住的行列式的值

1. 对角行列式

对角行列式的值等于对角线上元素之积，即：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

2. 上(下)三角行列式

上三角行列式或下三角行列式的值都等于主对角线上元素的积：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

3. 2 阶行列式

2 阶行列式的计算特别简单：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

即对角元素相乘再相减.

4. 范德蒙行列式：

$$V_n = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ 1 & x_{n-1} & x_{n-1}^2 & \cdots & x_{n-1}^{n-1} \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1\leqslant j<i\leqslant n}^{n} (x_i - x_j).$$

注：由范德蒙行列式值的表达式知若 $x_i(i = 1,\cdots,n)$ 两两互不相同，则它的值必不等于零. 而只要某个 $x_i = x_j(i \neq j)$，则其值等于零.

5. 分块行列式

$$\begin{vmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{vmatrix} = |A||B|.$$

注：这个结论在教材中没有，但请读者记住，在某些场合很有用.

本章基本要求和考点

一、基本要求

1. 掌握行列式，余子式和代数余子式的概念，记住行列式的展开式.

2. 掌握行列式的性质并能熟练运用.

3. 会熟练进行数字行列式计算和简单的文字行列式计算.

4. 熟记克莱姆法则并会用它来求解线性方程组.

二、考点分析

本章内容在历年考试中出现概率为 6.7(即 6.7%，以下同). 各考点出现概率如下：

行列式计算 1.8；

行列式性质 2.4；

余子式和代数余子式 0.3；

克莱姆法则 2.2.

读者需注意，本章内容比较基本，是以后各章的基础. 虽然直接考试内容不多，但考试中间接出现的概率是比较大的. 比如特征值的计算，正定矩阵的判定等都要用到行列式. 因此读者必须掌握好这一章的内容.

例题分析和精讲

一、数字行列式的计算

对数字行列式，最常用的方法是降阶法，即利用行列式的性质 6 把行列式的某一行（或某一列）中除某个元素以外的其它项变为零，再展开，便可把行列式降阶. 不断地运用这一方法，可将行列式降至低阶（比如 2 阶），便可求出行列式的值. 正确地运用行列式的性质计算数字行

列式是求解许多问题的基础,读者务必熟练地加以掌握.由于在教材中已有较多论述,限于篇幅我们在此不再详述.

二、低阶文字行列式的计算

低阶文字行列式的计算通常利用行列式的性质进行计算.对此类行列式的计算特别要注意观察,发现解题的突破口.

[**例 1**] (单选题)当 $\lambda=$(　　)时,行列式

$$\begin{vmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{vmatrix}=0.$$

①-1　②1　③2　④0

[**解**] 由行列式性质知当 $\lambda=1$ 时行列式各行相同,值为零,因此选(②).

[**例 2**] 计算行列式

$$\begin{vmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 & a_1b_4 \\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3 & a_2b_4 \\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3 & a_3b_4 \\ a_4b_1 & a_4b_2 & a_4b_3 & a_4b_4 \end{vmatrix}$$

[**解**] 观察行列式可以发现上述行列式的第一第二行元素成比例,因此行列式值为零.

[**例 3**] 计算行列式的值

$$\begin{vmatrix} a & b & c & 1 \\ b & c & a & 1 \\ c & a & b & 1 \\ \dfrac{a+c}{2} & \dfrac{b+c}{2} & \dfrac{a+b}{2} & 1 \end{vmatrix}$$

[**解**] 由观察知道该行列式的第四行等于第二,三行的和的二分之一,将第二行加到第三行上,结果使所得行列式的第三第四行成比例,因此行列式值等于零.

[例 4]　计算行列式的值

$$\begin{vmatrix} 0 & x & y & z \\ x & 0 & z & y \\ y & z & 0 & x \\ z & y & x & 0 \end{vmatrix}$$

[解]　从观察看出行列式每一行的和相同，因此将第二第三第四列都加到第一列上去便可以提出一个因子$(x+y+z)$，于是原式等于

$$(x+y+z)\begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ 1 & 0 & z & y \\ 1 & z & 0 & x \\ 1 & y & x & 0 \end{vmatrix}$$

$$=(x+y+z)\begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ 0 & -x & z-y & y-z \\ 0 & z-x & -y & x-z \\ 0 & y-x & x-y & -z \end{vmatrix}$$

$$=(x+y+z)\begin{vmatrix} -x & z-y & y-z \\ z-x & -y & x-z \\ y-x & x-y & -z \end{vmatrix}$$

$$=(x+y+z)\begin{vmatrix} -x-y+z & z-y & y-z \\ -x-y+z & -y & x-z \\ 0 & x-y & -z \end{vmatrix}$$

$$=(x+y+z)(-x-y+z)\begin{vmatrix} 1 & z-y & y-z \\ 1 & -y & x-z \\ 0 & x-y & -z \end{vmatrix}$$

$$=(x+y+z)(-x-y+z)\begin{vmatrix} 1 & z-y & y-z \\ 0 & -z & x-y \\ 0 & x-y & -z \end{vmatrix}$$

$$=(x+y+z)(-x-y+z)\begin{vmatrix} -z & x-y \\ x-y & -z \end{vmatrix}$$

$$=(x+y+z)(z-x-y)(z+x-y)(z-x+y).$$

[例 5]　求行列式的值

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

［**解**］ 将第二列加到第一列，将第三列加到第二列，将第四列加到第三列，得：

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & x & x-1 \\ 0 & x & x & -1 \\ x & x & 0 & -1 \\ x & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & x & x-1 \\ 0 & x & x & -1 \\ 0 & x & 0 & 0 \\ x & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -x\begin{vmatrix} 0 & x & x-1 \\ x & x & -1 \\ x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -x^2\begin{vmatrix} x & x-1 \\ x & -1 \end{vmatrix} = x^4.$$

［**例 6**］ 计算下列行列式的值

$$\begin{vmatrix} x_1^3 & x_1^2y_1 & x_1y_1^2 & y_1^3 \\ x_2^3 & x_2^2y_2 & x_2y_2^2 & y_2^3 \\ x_3^3 & x_3^2y_3 & x_3y_3^2 & y_3^3 \\ x_4^3 & x_4^2y_4 & x_4y_4^2 & y_4^3 \end{vmatrix}$$

［**解**］ 这个行列式看上去比较复杂，但是可以利用范德蒙行列式来计算. 若在第一行提出因子 x_1^3，第二行提出 x_2^3，第三行提出 x_3^3，第四行提出 x_4^3，则原式等于

$$(x_1x_2x_3x_4)^3\begin{vmatrix} 1 & \frac{y_1}{x_1} & (\frac{y_1}{x_1})^2 & (\frac{y_1}{x_1})^3 \\ 1 & \frac{y_2}{x_2} & (\frac{y_2}{x_2})^2 & (\frac{y_2}{x_2})^3 \\ 1 & \frac{y_3}{x_3} & (\frac{y_3}{x_3})^2 & (\frac{y_3}{x_3})^3 \\ 1 & \frac{y_4}{x_4} & (\frac{y_4}{x_4})^2 & (\frac{y_4}{x_4})^3 \end{vmatrix}$$

上面的行列式是一个范德蒙行列式，利用它的展开式直接得到原式的值为：

$$(x_1x_2x_3x_4)^3\left(\frac{y_4}{x_4}-\frac{y_1}{x_1}\right)\left(\frac{y_4}{x_4}-\frac{y_2}{x_2}\right)\left(\frac{y_4}{x_4}-\frac{y_3}{x_3}\right)\left(\frac{y_3}{x_3}-\frac{y_1}{x_1}\right)$$
$$\left(\frac{y_3}{x_3}-\frac{y_2}{x_2}\right)\left(\frac{y_2}{x_2}-\frac{y_1}{x_1}\right)$$

三、n 阶行列式的计算

n 阶行列式的计算比较复杂，需要仔细的观察和分析，下面我们通过举例来介绍几种常用的方法：

1. 按行或列展开法

［**例 7**］ （单选题）下列行列式的值为（　　）

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

①$(-1)^{n^2}$　②$(-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)}$　③$(-1)^{\frac{1}{2}n(n+1)}$　④1

［**解**］ 设原行列式为 A_n，按第一行展开得：$A_n=(-1)^{n+1}A_{n-1}$，再对 A_{n-1} 按第一列展开，依次递推得 $A_n=(-1)^k$，其中 $k=(n+1)+n+\cdots+2=\frac{1}{2}n(n+3)$. 显然 ①④ 都是不对的. 由于$\frac{1}{2}n(n+3)-\frac{1}{2}n(n-1)=2n$ 是一个偶数，从而$(-1)^k=(-1)^{\frac{1}{2}n(n-1)}$. 因此（②）是正确的选择. 而$\frac{1}{2}n(n+3)-\frac{1}{2}n(n+1)=n$ 无法肯定是一个偶数，因此（③）不是正确的选择.

2. 利用行列式性质

［**例 8**］ 已知 n 阶行列式

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$b_1,b_2,\cdots,b_n$ 为常数，若 A 的值为 c，求下列行列式 B 的值：

$$B = \begin{vmatrix} a_{11}b_1^2 & a_{12}b_1b_2 & \cdots & a_{1n}b_1b_n \\ a_{21}b_2b_1 & a_{22}b_2^2 & \cdots & a_{2n}b_2b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1}b_nb_1 & a_{n2}b_nb_2 & \cdots & a_{nn}b_n^2 \end{vmatrix}$$

［解］ 仔细观察 A,B 的异同就可以发现如将 B 的各行各列依次提出公因子 $b_1,b_2,\cdots,b_n$，余下的行列式就是 A，因此

$$B = b_1^2b_2^2\cdots b_n^2c.$$

3. 将行列式化为上三角（或下三角）行列式.

［**例 9**］ 计算 n 阶行列式：

$$A = \begin{vmatrix} x & a & a & \cdots & a \\ a & x & a & \cdots & a \\ a & a & x & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

［解］ 通过观察知道行列式各行和相同，于是从第二列开始将每一列都加到第一列上去，再从第一列提出公因子 $x+(n-1)a$ 得：

$$A = [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ 1 & x & a & \cdots & a \\ 1 & a & x & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

再从第二行起每一行减去第一行得

$$A = [x+(n-1)a]\begin{vmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ 0 & x-a & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x-a & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x-a \end{vmatrix}$$

利用上三角行列式的展开得：

$$A = [x+(n-1)a](x-a)^{n-1}.$$

4. 利用递推法.

［**例 10**］ 用递推法证明 n 阶行列式：