模糊集在系统分析中的应用

C. V. 尼古塔　D. A. 拉莱斯库著

王　浩　　沙　钰译

湖南科学技术出版社

模 糊 集
在系统分析中的应用

C.V.尼古塔　D.A.拉莱斯库著
汪　浩　　沙　钰译

湖南科学技术出版社

内 容 简 介

本书第一、二两章系统地阐述了模糊集的基本理论，其余五章广泛地介绍了模糊集理论在许多领域中的应用，诸如：模糊逻辑，模糊系统，模糊自动机，模糊语言，模糊拓扑，模糊集簇，以及在模糊环境中的判决等。

本书可供科研人员、工程技术人员、大学师生和数学工作者阅读。

模糊集在系统分析中的应用

C·V·尼古塔　D·A·拉莱斯库著

汪 浩　沙 钰　译

责任编辑：胡海清

*

湖南科学技术出版社出版

（长沙市展览馆路14号）

湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷二厂印刷

*

1980年11月第1版第1次印刷

字数：181,000　印张：9.125　印数：1——2,000

统一书号：13204·25　定价：0.95元

译 者 的 话

本书的罗马尼亚原文版是1974年初出版的，英译本则在1975年出版。我的中文译本是按1975年英译本译出的。

模糊集理论自扎台（L. A. Zadeh）在1965年首次提出后，立即引起了各方面的学者和科技人员的兴趣。人们围绕着这个新课题，进行探讨、研究。因此，这方面的理论性和应用性的论文象雨后春笋般地发表出来。这个理论应用范围之广，是出乎人们意料之外的。

近年来，我国也开始重视模糊数学的研究工作。译者翻译本书的目的，就在于引起系统工程人员、计算机软件人员、控制理论研究人员、科学管理人员、多值逻辑研究人员以及图象识别、生物、医学等方面的科技人员的注意，模糊集理论可能对于上述领域中的工作人员有用。

初读本书的科技工作人员，可能在第一、二章中，会遇到部分不容易理解的内容（如范畴代数、模糊理论等），可先越过不读，待应用时再回头补习。

本书在翻译过程中，得到国防科技大学孙本旺教授、

陈火旺副教授、北京师范大学汪培庄同志的热情关怀和指导。沙钰同志对译稿进行仔细推敲，提出了许多中肯的修改意见。在此，谨向上述同志表示谢意。由于译者学识有限，可能会有不少错误，请读者批评指正。

1979年6月于长沙

序

十年前，扎台（L. A. Zadeh）把“模糊”一词拿来作命名之用。科学家们用词之确切真不亚于诗人。今天，人们日益认识到，为了理解模糊性，需要一种研究模糊性的方法。我们正经历着一个过渡时期，即从一般的哲理性探讨过渡到研究系统分析的实用方法。遗憾的是，现有的大量研究成果都是零散的。有意于应用这些方法的人面临着一个难题，即从浩瀚的文献中去寻找可用的内容。本书的一个宗旨就是汇总各种论点，并用统一的观点来论述它们，以利于互相交流。本书的罗马尼亚文版于1974年年初问世以来，有关模糊模型的文献又有迅速的增长，原书中有些内容就显得过时了。借此机会，我们作了校正、澄清和更新。

我们衷心感谢在本书出版过程中所得到的一切帮助。英译本的出版是有力的鼓励。我们感谢克莱茨柯（S. Klaczko）对英译本出版的大力支持。此外，对于被我们摘引过的论文的作者敬致谢忱，他们动人的文章激

励着我们撰写本书的兴趣。

博士C. V. 尼古塔

1975年5月于布加勒斯特

目　录

引 言

长期以来，人们就意识到现实世界中存在着模糊性。但是仅在不久前才认识到需要探究一下“模糊”这个词的实质。本书研究了这个问题，并指出为什么这个概念如此有用，以致值得以它自身来命名。更确切地说，我们的目的就是阐述模糊集理论的某些概念，以及它们如何应用于系统分析。

在任何一门学科中，模糊模型的作用究竟是什么呢？贝尔曼(R. E. Bellman)在1973年作了一个极好的回答：

“要想确切地描述任何现实的物理状态，事实上是办不到的。这是一个公认的并经过检验的事实。因此，描述（对于通讯，作决定，推而广之对于人的一切活动都是不可少的）的主要问题便是：减少必然会有的不确切性，使它达到无关紧要的程度。为了把整个问题描述得详尽，我们必须在准确和简明之间取得平衡，既减少复杂性而又不过于简单化”。

哥根 (J. A. Goguen) 在1974年说得更加明确：“描述的不确切性并不是坏事，相反，倒是件好事，它能用较少的代价传送足够的信息，并能对复杂事物作出高效率的判断和处理。也就是说，不确切性有助于提高效率。”

产生上述看法的原因，是由于系统日益复杂，不可能精确地描述它，因此产生了所谓互克性原理。这里，我们从扎台

(L. A. Zadeh)1973年的一篇论文中摘录一段话来说明：

"从本质上说，互克性原理的要旨是：当系统日益复杂，人们对它作精密而有意义的描述的能力将相应地降低，以至达到精密性和有意义(或适用性)成为两个几乎互相排斥的特征的地步。在这种意义下，对人文系统特性精密的数量化描述，对现实世界中社会的、政治的、经济的以及其它形式的问题，都不会产生多大的适用性。这里说的人或指个人或指一群人。"

近几年，在将模糊集理论应用于复杂系统的主要问题方面积累了大量资料，浏览一下各种专门性刊物，可得到鲜明印象，即模糊数学理论的应用范围很广，诸如判决、图象识别、语义学、信息检索、自动机、符号语言等，以及其他很多方面。模糊集理论不仅为不确定问题的求解提供数值手段，而且还为各方面的专家提供一种共同的基本概念。应用它，能在心理学、社会学、政治学、哲学、语言学、经济学、运筹学、管理科学以及其它方面，开拓出许多新的领域，并对今天我们所能设想的远胜于智能模拟的系统设计提供新的基础。模糊性概念，看来似乎有些不可捉摸，但它却是一个完整的和易于处理的数学概念。模糊集理论可作为处理那些不确切概念的数学模型。模糊集是隶属函数，它描述从隶属到不隶属的渐变过渡。确切地说，对集X的每个模糊子集，我们可以从所有隶属函数族$\mathscr{F}(X)$中指定一个隶属函数与之对应，从而可规定模糊子集的运算，使它满足一定的代数或拓扑结构。因此，经典数学中例如抽象代数，拓扑学等内容将作为解决模糊数学的理论和方法的工具。

编写本书，是我们确信在今天，很多科学家已经是模糊模

型的可能使用者。他们不仅要了解模糊集理论，而且要知道它的应用与界限。为此，我们将本书分成基本理论和应用两大部分。

第一、二两章介绍模糊数学的概念，并阐明模糊集与朦胧集、概率、代数或拓扑结构间的关系。我们着重讲那些与应用有直接联系的内容，所以这两章的论述并不是没有遗漏的。我们认为，读完这两章后，能使读者在各应用领域中有一个较完整的理论基础。后面各章分别阐述模糊集理论在一些领域中的应用并指出每一领域中共有的特性。我们选择了六个方面的应用，它们是：逻辑、系统、自动机、语言、判决和集簇，它们概括了当前大多数的应用。

任何应用的分类法都不可能是非常完美的，因为总会有少数处于边缘状态，它们同时可归入这个或那个领域，有时甚至要为它们开辟一个专门的领域。因此，本文内容的取舍是按其连贯性与完整性权衡取舍的。

第三章讨论模糊逻辑和模糊公式的最小化。

第四章专门论述系统。建立模糊系统的完整理论是一项十分困难的任务，本章只是一个开端。

第五章论述模糊自动机和模糊语言，它们都可视为系统，所以很自然地第五章是上一章的应用。

第六章专门对模糊环境中的判决问题进行综合研究，并对可用于管理科学一些技术进行了研究。

最后第七章联系自动分类、图象识别、信息处理等，讨论了集簇问题。这是重要的一章，因为分类问题最早引起人们对

研究模糊数学的兴趣，同时又为模糊数学的进一步发展开辟了许多新的可能途径。

本书不打算写成一本初等教程。假使读者在其所从事工作的领域中真正了解到模糊数学的重要性，或者读者是数学研究工作者，本书提供的模糊数学的应用，对他们来说，同时具有应用的重要性和数学的吸引力。不管怎样，本书对想了解模糊数学研究新趋向的一般读者，和希望了解模糊理论在他所从事工作的领域中能起何种作用的科学工作者，都有一定的参考价值。

当然，由于本书的目的是向读者提供模糊数学的基本理论及其在各方面的应用，读者会感到，有些章节显得比较深奥而另一些则显得比较初浅。这是一本综合性著作所难免的。书中尽管有些内容是引自许多学者的著作，但所阐述的很多概念还是十分新颖的。

本书中表达数学推理的方式是严格而精细的，采用了叙述命题和给出证明的方式。

我们认为一开始就有必要提醒读者，任何人如果只想从书中寻找特殊的实例，那肯定会感到失望。这种想法看起来似乎是可行的，但却显得目光短浅。基本概念，例如模糊集的概念，是比较难于理解的，要弄懂它就需下一定的功夫。但一经掌握了基本概念，对实际应用问题的研究就十分方便。

可以准确地预言，在今后十年内模糊集的代数理论将在应用科学中起越来越重要的作用。还可以预言，人们对如何论述模糊概念的知识也将日益增长。从而本书中所概述的模糊模型

将日臻完善并获得更为广泛的应用。当然，研究领域也有待进一步开辟。

最后，我们希望本书能同时引起从事研究模糊理论应用和关心模糊理论发展的两部分人的注意。

第一章　模糊集，L-集，朦胧集

本章主要阐述与研究模糊性有关的一些概念。为此，我们努力做到给出严格而精密的定义。而这里所论述的内容多数是代数的性质。我们首先感兴趣的是模糊函数理论，它是许多应用中不可缺少的(犹如面包和奶油)。它提供许多常见概念的抽象形式，例如相似性。我们的意图是定义和刻划经常遇到的各种类型的模糊函数。

考察不确切性的方法不止一种。第一种方法是，将模糊集直接定义为函数，或者间接地定义为有序对的集。第二种方法是将集对定义为朦胧集.我们将指明这些不同的观点是等价的。

然后我们讨论模糊集和概率。最后，我们强调必需建立更一般的方法。引入范畴 Set(L)。它在模糊集理论中的用处将在后续各章中显示出来。这个概念不仅在研究模糊系统时显得重要，同时它还起主导作用。这样，我们不仅能够刻划模糊集，而且还能够刻划它们的变换。

1—1.　模糊子集的格

本节研究模糊集的基本理论，为此引入若干广泛使用于本书的基础数学概念。

我们假定读者毋庸特别解释便能应用下述记号，诸如：$\subseteq$ 表示"…是…的子集"，记号$\{x|p(x)\}$表示"使$p(x)$为真的那些x所成的集"．我们记α：$A\to B$是指"α是从A到B内的映射"，有时也称映射为函数，即对于A的每个元素相应地有唯一的一个B中的元素与之对应。

鉴于多种原因，为了数学上方便起见，我们把所考虑的事物限制在一个特殊的集中，这个集称为基本集。

设X是基本集，我们记$\mathscr{P}(X)$为X的所有子集的族。$\mathscr{P}(X)=\{A|A\subseteq X\}$，约定$\varnothing$，$X\in\mathscr{P}(X)$。

如果X是有限集且有n个元素，$n\in N$，$n\geqslant 0$，则$\mathscr{P}(X)$也是有限的且有2^n个元素。

在往后的论述中我们将发现一个十分有用的特殊的函数，这就是子集的特征函数。

设$A\in\mathscr{P}(X)$，则必存在一个定义在X上的函数如下：

$$\chi_A:X\longrightarrow\{0,\ 1\},$$

$$\chi_A(x)=\begin{cases}1, & 若x\in A,\\ 0, & 若x\notin A.\end{cases}$$

容易证明$\mathscr{P}(X)$与特征函数全体所成之族$Ch(X)=\{\chi\mid\chi:X\to\{0,\ 1\}\}$是同构的(作为集而论)。事实上，有两个映射：

Φ：$\mathscr{P}(X)\to Ch(X)$，Ψ：$Ch(X)\to\mathscr{P}(X)$，它们分别定义为

$$\Phi(A)=\chi_A,\quad \Psi(\chi)=\{x\in X|\chi(x)=1\},$$

$$\Phi\circ\Psi=1_{Ch(X)},\quad \Psi\circ\Phi=1_{\mathscr{P}(X)}.$$

(我们用1_M表示恒等映射$1_M:M\to M$，$1_M(x)=x$。)

所以，$\mathscr{P}(\mathbf{X})\simeq Ch(\mathbf{X})$。

显然，$\mathscr{P}(\mathbf{X})$关于并($\cup$)、交($\cap$)和余(C)运算构成布尔代数，这些运算定义如下：

$$\mathbf{A}\cup\mathbf{B}=\{x\in\mathbf{X}\mid x\in\mathbf{A}\text{或}x\in\mathbf{B}\},$$

$$\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=\{x\in\mathbf{X}\mid x\in\mathbf{A}\text{且}x\in\mathbf{B}\},$$

$$C\mathbf{A}=\{x\in\mathbf{X}\mid x\notin\mathbf{A}\},\quad \mathbf{A},\ \mathbf{B}\in\mathscr{P}(\mathbf{X}).$$

所谓构成布尔代数是指下述八个恒等式成立：

1) $\mathbf{A}\cup\mathbf{B}=\mathbf{B}\cup\mathbf{A},\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=\mathbf{B}\cap\mathbf{A}$(交换律)；

2) $(\mathbf{A}\cup\mathbf{B})\cup\mathbf{C}=\mathbf{A}\cup(\mathbf{B}\cup\mathbf{C})$,

$(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})\cap\mathbf{C}=\mathbf{A}\cap(\mathbf{B}\cap\mathbf{C})$(结合律)；

3) $\mathbf{A}\cup\mathbf{A}=\mathbf{A}$, $\mathbf{A}\cap\mathbf{A}=\mathbf{A}$ (等幂律)；

4) $\mathbf{A}\cup(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})=\mathbf{A}$, $\mathbf{A}\cap(\mathbf{A}\cup\mathbf{B})=\mathbf{A}$ (吸收律)；

5) $\mathbf{A}\cup(\mathbf{B}\cap\mathbf{C})=(\mathbf{A}\cup\mathbf{B})\cap(\mathbf{A}\cup\mathbf{C})$,

$\mathbf{A}\cap(\mathbf{B}\cup\mathbf{C})=(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})\cup(\mathbf{A}\cap\mathbf{C})$ (分配律)；

6) $\mathbf{A}\cup\varnothing=\mathbf{A}$, $\mathbf{A}\cap\varnothing=\varnothing$,

$\mathbf{A}\cup\mathbf{X}=\mathbf{X}$, $\mathbf{A}\cap\mathbf{X}=\mathbf{A}$；

7) $\mathbf{A}\cup C\mathbf{A}=\mathbf{X}$, $\mathbf{A}\cap C\mathbf{A}=\varnothing$；

8) $C(C\mathbf{A})=\mathbf{A}$, $C\varnothing=\mathbf{X}$, $C\mathbf{X}=\varnothing$。

我们也可以在特征函数族$Ch(\mathbf{X})$上规定布尔代数结构，只要采用运算$\vee$、$\wedge$、$-$如下：

$$(\chi\vee\chi')(x)=max(\chi(x),\ \chi'(x)),$$

$$(\chi\wedge\chi')(x)=min(\chi(x),\ \chi'(x)),$$

$$\overline{\chi}(x)=1-\chi(x),\quad \chi,\ \chi'\in Ch(\mathbf{X}).$$

同样容易验证相应的公设1)—8)是成立的。