公路桥荷载横向分布简化计算

李正良
陈科昌　合编

人民交通出版社

公路桥荷载横向分布简化计算

李正良
陈科昌　合编

人民交通出版社

公路桥荷载横向分布简化计算

李正良　陈科昌　　合编

人民交通出版社出版
新华书店北京发行所发行
各 地 新 华 书 店 经 售
北京市通县曙光印刷厂印
开本：787×1092 $\frac{1}{32}$　印张：3　字数：64千
1982年12月　第1版
1982年12月　第1版　第1次印刷
印数：0001—8,500册　定价：0.50元

内 容 简 介

本书包括简支梁桥、变截面梁桥的荷载横向分布计算和横向分布影响线、荷载最大横向分布系数电算程序。书后列有横向分布影响线和横向分布系数的表格（附录I、II、III），供设计人员查用。

前　言

求算荷载横向分布系数是公路桥梁设计中的一项重要工作。为使其计算简化，便于设计中使用，我们编写此小册子，以适应我国公路桥梁设计的需要。

第一章叙述常截面简支梁桥的荷载横向分布计算。本章所介绍的“桥跨结构考虑扭转的荷载横向分布计算”既保持了现在使用的刚性横梁法计算简便的优点，又考虑了桥跨结构的扭转作用，使计算的荷载横向分布系数更符合实际。为了设计部门使用的方便，我们编制了一套结合我国实际情况的实用计算用表。其中“附录I铰接板梁桥荷载横向影响线表”克服了以往此法所用表格多、不能满足宽桥需要的缺陷。“附录III桥跨结构考虑扭转的荷载最大横向分布系数表”，仅根据参数β即可查出荷载最大横向分布系数，省去了以往计算荷载最大横向分布系数需要画影响线、摆荷载最不利位置等环节，使计算工作大为简化。

第二章主要介绍根据等刚度原理，把常截面简支梁桥的荷载横向分布方法近似地引伸用于各种体系的变截面梁桥，因此计算各种体系的变截面梁桥的荷载横向分布系数时，只要计算换算抗弯刚度和换算抗扭刚度，即可应用常截面简支梁桥的荷载横向分布系数的计算表计算荷载横向分布系数。第三章主要介绍了桥跨结构考虑扭转的荷载横向分布计算的电算程序。

本书由李正良编写第一、二章，陈科昌编写第三章。

由于我们的学识有限，本书一定存在不少缺点和错误，恳请读者批评指正。

编者

目　录

第一章　常截面简支梁桥的荷载横向分布计算…………1
第一节　按简支分布法计算…………1
第二节　按铰接法计算…………4
第三节　桥跨结构考虑扭转的荷载横向分布计算……18
第四节　整体式板桥的荷载横向分布计算…………29
简结　…………30
第二章　各种体系的变截面梁桥荷载横向分布的近似计算…………32
第一节　换算抗弯刚度的计算…………32
第二节　换算抗扭刚度的计算…………35
第三章　横向影响线和荷载最大横向分布系数电算程序…………40
第一节　程序中计算方法和一些假定…………40
第二节　计算程序…………44
附录 I　铰接板梁桥荷载横向影响线表…………51
附录 II　桥跨结构考虑扭转的荷载横向影响线表…………56
附录 III　桥跨结构考虑扭转的荷载最大横向分布系数表…………73
主要参考书目…………90

第一章 常截面简支梁桥的荷载横向分布计算

在这一章里，我们将结合我国实际介绍公路桥梁和城市道路桥梁的荷载横向分布的简化计算方法，然后说明如何利用本书提供的表，画荷载横向分布影响线和计算荷载横向分布系数。

第一节 按简支分布法计算

这个方法的出发点是把桥面板或横梁当作简支在主梁上的简支梁或带伸臂的简支梁。如图1-1a所示钢筋混凝土桥，桥面作用的两个$P/2$是双轮载重车的轮压；图1-2所示的钢筋混凝土公路桥面的横剖面是双车道加两边人行道，六根主梁，把桥面板在主梁2、3、4、5的顶上当作是由纵向缝分断的成为多跨简支梁的形式，如设几根横梁，也是这样作分段简支。这样的处理当然是近似的。

这时，荷载的横向分布即各主梁的受力情况是很明显的，简支在两根主梁上的每块桥面板，把车轮轮压$P/2$按照简支梁两个支反力的分配方式分配给左右两根主梁，这两个支反力A_1,A_2的大小，只需利用简支桥面板上的静力平衡条件即可求出（图1-1b），A_1、A_2之比和它们到荷载作用点的距离成正比，A_1和A_2之和等于作用在该桥面板上的荷载。

如图1-2中边梁1受到的荷载是桥面板1-2的支承力；主

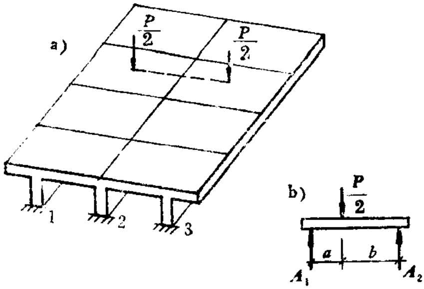


图 1-1

梁 3 受到的荷载是桥面板2-3和3-4的支承力之和。其余类推。

当要求算主梁 1 或主梁 3 所受的最大荷载时，可以利用支承力 A_1、A_3的影响线，如图1-2b、d，这是熟悉的简支梁反力影响线，不过因桥面板1-2在左端有外伸臂，故 A_1 的影响线延伸至外端。由于支承力A_1、A_2、A_3 等影响线是表示活载在桥的横向排列时，影响各主梁的受力规律，所以这种影响线叫做主梁的横向影响线。图1-2b、c、d 所示影响线表明，一根主梁的横向影响线只局限于其左右两块板的范围内。

例1 以图1-2所示的情况，计算主梁 1、2、3 在汽车荷载作用下的横向分布系数以及人群荷载作用下 1 号梁的横向分布系数。

解 在汽车荷载作用下：

1 号主梁 $$m_{1汽}=\frac{1}{2}\times\frac{60}{160}\times1.0=0.188$$

2 号主梁 $$m_{2汽}=\frac{1}{2}\times1.0=0.500$$

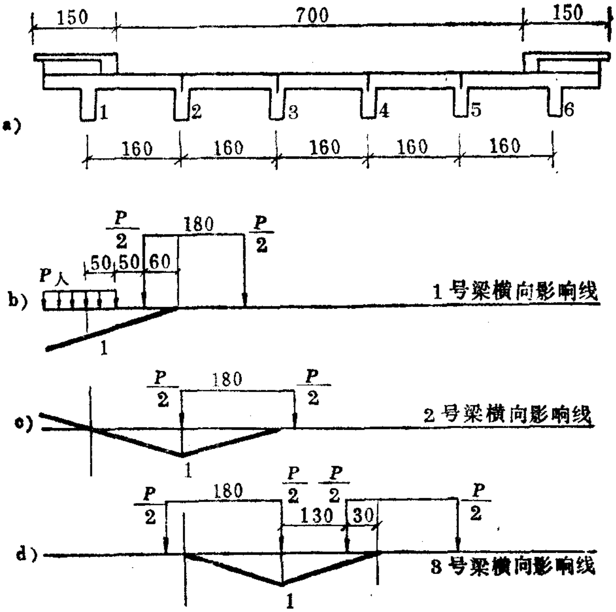


图 1-2

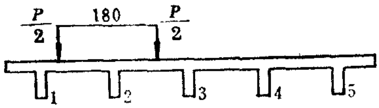
3 号主梁 $\quad m_{3汽}=\frac{1}{2}\times1.0+\frac{1}{2}\times\frac{30}{160}\times1.0$

$$=0.594$$

在人群荷载作用下：

1 号主梁 $\quad m_{1人}=\frac{110+75}{160}\times1.0=1.156$

简支分布法适用于荷载作用下在跨端时的横向分布（用于计算剪力），不论跨内有无中间横梁，由于跨端支座的端横梁虽然连续于几根主梁之间，但一个集中荷载通过端横梁传递时，主要由两个相邻的主梁支座承受，即与端横梁当作



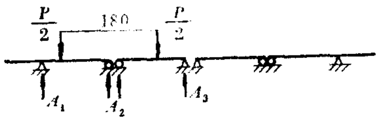


图 1-3

一段简支于主梁支座的情况（图1-3）差不多，这样计算稍偏于安全。

第二节　按铰接法计算

中小跨径的公路桥常常由预制的钢筋混凝土实心板或空心板沿桥跨互相铰接而成。预制的钢筋混凝土T形梁桥也常常为了施工的方便而不设中间横梁，仅将相邻的悬臂板边以适当的方式连接，形成纵向铰接的T形梁桥。为适应这种铰接的板或T梁结构体系的实际设计计算的需要，可用铰接法计算荷载横向分布系数。这种方法近似地也适用于无横隔梁的由I字形或箱形截面的主梁与桥道板（平板或微弯板）构成的组合梁桥，因为板跨中央的弯矩对于荷载横向分布的影响不大。

(一)用正弦级数表示梁的变形

在公路桥梁设计中，一般是通过求解主梁间的变形关系来求其荷载横向分布系数。

当荷载P作用在桥梁上时，由荷载P引起的各个主梁的挠度y、弯矩M、剪力Q之间都同其所受荷载的大小一样

的比例。则

$$\frac{y_i}{y_j}=\frac{M_i}{M_j}=\frac{Q_i}{Q_j}=\frac{P_i}{P_j}=\text{常数}$$

式中：y_i、M_i、Q_i 和 P_i ——荷载 P 使 i 号梁产生的挠度、弯矩、剪力和 i 号梁所承受的荷载；

y_j、M_j、Q_j 和 P_j —— 荷载 P 使 j 号梁产生的挠度、弯矩、剪力和 j 号梁所承受的荷载。

由于 $M=-EJy''$

$Q=-EJy'''$

所以 $$\frac{y_i}{y_j}=\frac{y_i''}{y_j''}=\frac{y_i'''}{y_j'''}=\frac{P_i}{P_j}=\text{常数}$$

要使上式成立，荷载 P 必须是沿桥为半波正弦荷载。因此需根据集中荷载所做的外功等于换算荷载外功的原则，把作用在桥跨上的集中荷载换算成沿桥跨连续分布的正弦荷载。

1.求挠度

梁平面弯曲时的变形微分方程式：

$$EJy^{IV}=q \tag{1-1}$$

假定挠度 y 与荷载单位集度 q 的近似值大约和下面的正弦级数相等。

$$y(x)=a_1\sin\frac{\pi x}{l}+a_2\sin\frac{2\pi x}{l}+\cdots\cdots+a_n\sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sin\frac{n\pi x}{l} \tag{1-2}$$

$$q(x)=q_1\sin\frac{\pi x}{l}+q_2\sin\frac{2\pi x}{l}+\cdots\cdots+q_n\sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}q_n\sin\frac{n\pi x}{l} \tag{1-3}$$

式中：a_1、a_2……a_n 和 q_1、q_2……q_n——未知常数；

l——结构的跨径。

把式(1-2)、式(1-3)代入式(1-1)得：

$$EJ\left(\frac{\pi}{l}\right)^4\sum_{n=1}^{\infty}a_n n^4\sin\frac{n\pi x}{l}=\sum_{n=1}^{\infty}q_n\sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[EJ\frac{n^4\pi^4}{l^4}a_n-q_n\right]\sin\frac{n\pi x}{l}=0$$

$$EJ\frac{n^4\pi^4}{l^4}a_n-q_n=0$$

$$a_n=\frac{q_n l^4}{EJn^4\pi^4} \qquad (1-4)$$

把式(1-4)代入式(1-2)得：

$$y=\frac{l^4}{EJ\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{q_n}{n^4}\sin\frac{n\pi x}{l} \qquad (1-5)$$

例2 有一跨度为 l 的简支梁，跨中作用一集中荷载 P（图1-4a），求跨中挠度。

解 根据集中荷载所作的外功与换算正弦荷载的外功相等的原则得（见图1-4b）

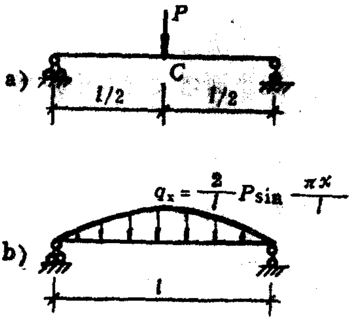


图 1-4

$$q_x=\frac{2}{l}P\sin\frac{\pi x}{l}$$

把 q_x 值代入式(1-5)得：

$$y=\frac{2Pl^3}{EJ\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}\sin\frac{\pi x}{l}\sin\frac{n\pi x}{l}$$

跨中$\left(x=\frac{l}{2}\right)$挠度为

$$y_{\frac{l}{2}}=\frac{2Pl^3}{EJ\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}\sin\frac{n\pi}{2}$$

若假定 $P=1$，并取级数第一项，则

$$y_{\frac{l}{2}}=\frac{2l^3}{EJ\pi^4}=\frac{l^3}{48.7EJ}$$

2.求扭转角

薄壁杆件扭转时变形微分方程式：

$$EJ_{\omega}\theta^{IV}-GJ_{T}\theta''=m(x) \tag{1-6}$$

假定扭转角 θ 与扭转荷载 $m(x)$ 的近似值大约和下面的正弦级数相等。

$$\theta(x)=b_1\sin\frac{\pi x}{l}+b_2\sin\frac{2\pi x}{l}+\cdots\cdots+b_n\sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin\frac{n\pi x}{l} \tag{1-7}$$

$$m(x)=m_1\sin\frac{\pi x}{l}+m_2\sin\frac{2\pi x}{l}+\cdots\cdots+m_n\sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}m_n\sin\frac{n\pi x}{l} \tag{1-8}$$

把式(1-7)、式(1-8)代入式(1-6)得：

$$EJ_{\omega}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4\sum_{n=1}^{\infty}b_n n^4\sin\frac{n\pi x}{l}+GJ_T\left(\frac{\pi}{l}\right)^2\sum_{n=1}^{\infty}b_n n^2\sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}m_n\sin\frac{n\pi x}{l}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[EJ_{\omega}\frac{n^4\pi^4}{l^4}b_n+GJ_T\frac{n^2\pi^2}{l^2}b_n-m_n\right]\sin\frac{n\pi x}{l}=0$$

$$EJ_{\omega}\frac{n^4\pi^4}{l^4}b_n+GJ_T\frac{n^2\pi^2}{l^2}b_n-m_n=0$$

$$b_n = \frac{l^4 m_n}{EJ_\omega n^4\pi^4\left(1+\frac{GJ_T}{EJ_\omega}\cdot\frac{l^2}{n^2\pi^2}\right)}$$

令
$$k=\sqrt{\frac{GJ_T}{EJ_\omega}}$$

则
$$b_n = \frac{m_n l^4}{EJ_\omega n^4\pi^4\left(1+k^2\frac{l^2}{n^2\pi^2}\right)} \tag{1-9}$$

把式(1-9)代入式(1-7)得：

$$\theta(x) = \frac{l^4}{EJ_\omega\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{m_n}{n^4\left(1+k^2\cdot\frac{l^2}{n^2\pi^2}\right)}\sin\frac{n\pi x}{l} \tag{1-10}$$

杆件扭转时，若不考虑弯扭力矩 M_ω 的影响($J_\omega=0$)，则式(1-6)变为：

$$GJ_T\theta'' = -m(x) \tag{1-11}$$

设
$$\theta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n\sin\frac{n\pi x}{l} \tag{1-12}$$

$$m(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} m_n\sin\frac{n\pi x}{l} \tag{1-13}$$

把式(1-12)，式(1-13)代入式(1-11)得：

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[GJ_T\frac{n^2\pi^2}{l^2}b_n - m_n\right]\sin\frac{n\pi x}{l} = 0$$

$$GJ_T\frac{n^2\pi^2}{l^2}b_n - m_n = 0$$

$$b_n = \frac{m_n l^2}{GJ_T n^2\pi^2} \tag{1-14}$$

把式(1-14)代入式(1-12)得：

$$\theta(x)=\frac{l^2}{GJ_T\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{m_n}{n^2}\sin\frac{n\pi x}{l} \qquad (1\text{-}15)$$

例3 有一跨度为l的简支梁，跨中作用一扭矩（图1-5a），求跨中扭转角（不考虑弯扭力矩的影响）。

解 根据集中荷载所作的外功与换算正弦荷载的外功相等的原则（见图1-5b）得：

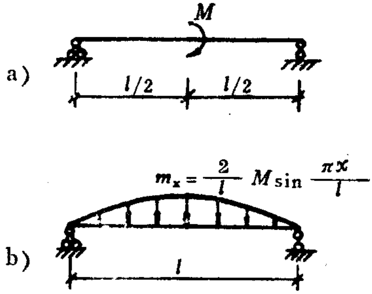


图 1-5

$$m_x=\frac{2}{l}M\sin\frac{\pi x}{l}$$

把m_x值代入式(1-15)得：

$$\theta(x)=\frac{2l}{GJ_T\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{M}{n^2}\sin\frac{\pi x}{l}\sin\frac{n\pi x}{l}$$

跨中扭转角$\left(x=\frac{l}{2}\right)$为

$$\theta_{\frac{l}{2}}=\frac{2l}{GJ_T\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{M}{n^2}\sin\frac{n\pi}{2}$$

（二）铰接法基本原理

1.基本假定

（1）构件处于弹性工作阶段。

（2）假定上部结构为若干个块件组成，接缝铰只承受竖向剪力，即忽略水平剪力及法向力的作用；按铰接点产生相等的竖向变形的原则（变形协调条件）确定各个块件的横向分布系数。

（3）在支点处，构件的扭转角永远等于零，即构件支承截面不会发生绕其纵轴的转动。

（4）构件为等截面的；组成上部结构的构件均为具有相同断面形状、尺寸和刚度的规则构件。

2.荷载横向分布系数

单位荷载 $P=1$ 作用在中间块件 N_{10} 时（图1-6）：

$$M_1=\eta_1\frac{b}{2}$$

$$M_2=(2\eta_1+\eta_2)\frac{b}{2}$$

$$M_3=(2\eta_1+2\eta_2+\eta_3)\frac{b}{2}$$

$$M_4=(2\eta_1+2\eta_2+2\eta_3+\eta_4)\frac{b}{2}$$

$$M_5=(2\eta_1+2\eta_2+2\eta_3+2\eta_4+\eta_5)\frac{b}{2}$$

$$M_6=(2\eta_1+2\eta_2+2\eta_3+2\eta_4+2\eta_5+\eta_6)\frac{b}{2}$$

$$M_7=(2\eta_1+2\eta_2+2\eta_3+2\eta_4+2\eta_5+2\eta_6+\eta_7)\frac{b}{2}$$

$$M_8=(2\eta_1+2\eta_2+2\eta_3+2\eta_4+2\eta_5+2\eta_6+2\eta_7+\eta_8)\frac{b}{2}$$

$$M_9=(2\eta_1+2\eta_2+2\eta_3+2\eta_4+2\eta_5+2\eta_6+2\eta_7+2\eta_8+\eta_9)\frac{b}{2}$$

$$M_{10}=0$$

根据横向影响线的基本原理可知，求第 i 号梁的荷载横向分布影响线问题归结为求第 i 号梁上作用荷载 $P=1$ 时，各

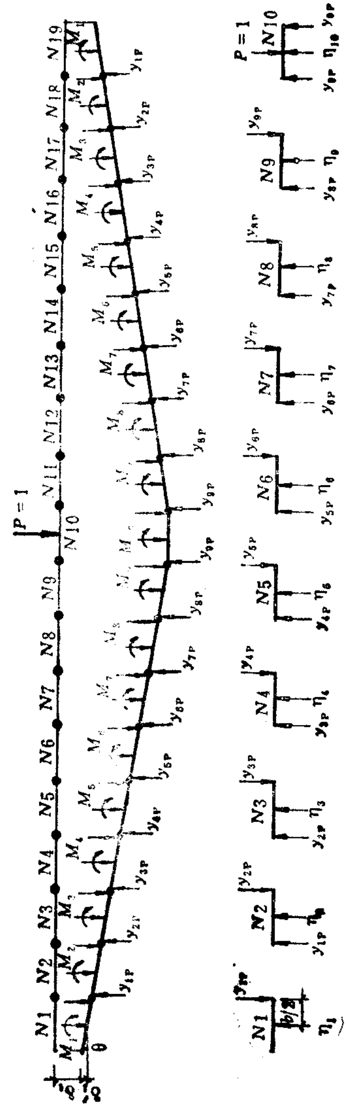

P = 1
N1
N2
N3
N4
N5
N6
N7
N8
N9
N10
N11
N12
N13
N14
N15
N16
N17
N18
N19

图 1-6