

中学1+1
2003全新版
宋伯涛 总主编

北京朗曼教学与研究中心教研成果

宋伯涛 总主编

本丛书英语听力部分由高考英语听力配音者

Paul Denman 和 Catherine Marsden 朗读

中学数学

Maths



初三代数同步讲解与测试

张志朝 朱占奎 主编

天津人民出版社

北京朗曼教学与研究中心资料

中学数学 1 + 1

——初三代数同步讲解与测试

主编 张志朝 朱占奎

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学 1+1·初三代数同步讲解与测试/宋伯涛总主编;张志朝、朱占奎分册主编;—天津:天津人民出版社,2003

ISBN 7-201-04393-5

I. 初… II. ①宋…②张…朱… III. 代数课—初中—教学参考资料 IV. G634.623

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 024042 号

中学数学 1+1 初三代数同步讲解与测试

主编 张志朝 朱占奎

*

天津人民出版社出版

出版人:刘晓津

(天津市张自忠路 189 号 邮政编码:300020)

网址: <http://www.tjrm.com.cn>

电子信箱: tjrmchbs@public.tpt.tj.cn

郑州市毛庄印刷厂印刷 新华书店发行

*

2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

890×1240 毫米 32 开本 10.5 印张

字数:330 千字 印数:1-30,000

定价:13.00 元

ISBN 7-201-04393-5/

再版前言

国家基础教育课程改革启动至今已近两年,义务教育《课程标准》的实施范围正在逐步扩大,新的教育理念被越来越多的教育工作者和社会人士所接受,我国基础教育事业正经历着一次深刻的变革。这个变革的核心,对于教师来说,就是改变角色定位;对于学生来说,就是变革学习方式。本着这样的精神,同时为了适应课程改革深入发展的需要,今年再版时,我们在广泛征求专家、教师、学生和家長意见的基础上,作了较大程度的修改。

本书以新数学大纲为指导,按照新教材的体系分章编写。其特点在于结合教材对各章节重点、难点、疑点及考点等逐一进行讲解,内容详尽,条理清晰,分析透彻,所选例题题型系统全面。所涉及内容主要是各单元应掌握的基础知识、知识运用、思维方法、解题方法等,其中对例题的分析处理十分到位,不仅有恰到好处思路点拨与规范解答,更重要的是解题后的说明,它是作者解题的体会和感受,是解题经验的总结。因此也可以说它是作者从解题实践中具体概括出来的精髓。在说明中,作者言简意赅地揭示巧思的思维过程;如何灵活地选用数学方法;对于可转化或引申的题目,给出其转化或引申的形式及其解法;对题中可能出现的错解予以指出等等。它将给学生以启示,帮助学生领悟作者选题的意图,使学生做到立足基础,抓住关键,突破难点,研究方法,以一题代一类,真正使学生做到举一反三,触类旁通,从而达到跳出题海、启迪思维的效果。同步测试部分根据各章节特点对基础知识、重点难点、知识应用进行针对性的巩固训练。其中选用了目前各地较为常用的题型,增加了一些体现近几年中考与高考命题方向的新题,并补充了一些与生产生活密切相关的应用题,可以说题型十分丰富,且综合性强,旨在帮助学生巩固知识,提高综合运用知识的能力。

学生在使用本书过程中,应结合教科书,努力掌握知识点的各种用法及注意事项,对某些重点难点要进行仔细的分析、研究,结合例题,做到深刻理解与牢固掌握。做同步练习时,要结合教科书及讲解内容进行独立思考,首先考虑应选择何种解题思路与策略,然后实施解题,并注意解题的规范性,解题结束后可与题解对照,弄懂弄通为什么是这个答案而不是那个答案?为什么这样解而不是那样解?还可以怎样解?怎样才对?从一个点进行发散性联想思维。课后还应对一些重点题目进行反复的再思考、再分析、再总结。有问题主动询问,及时解决。

学习《课程标准》,更新教育观念,有一个不断深入的过程;课程改革的实施,也需要不断地探索和积累。本书此次修订正是学习《课程标准》,改革教学内容和方法的一个具体的落实。希望我们的努力能给老师和同学们的教学活动带来切实而有效的帮助,虽然我们兢兢业业,勉力为之,但因水平有限,难免有错漏之处,诚望批评指正,以利再版时修改和完善。

凡需要本书以及本系列其他图书的读者可与本中心联系,联系电话:010-64925886,64925887,通信地址:北京市朝阳区亚运村邮局 89 号信箱。

宋伯涛

2003 年 6 月于北师大

目录

CONTENTS

第12章 一元二次方程

本章教材分析	1
一、一元二次方程	1
12.1 用公式解一元二次方程	1
学习目标	1
中考命题方向	1
重点难点	2
知识点讲解	2
典例剖析	5
疑难问题举例	9
错解点击	11
本节小结	11
同步测试	12
同步测试解答	13
12.2 用因式分解法解	
一元二次方程	13
学习目标	13
中考命题方向	14
重点难点	14
知识点讲解	14
典例剖析	14
疑难问题举例	15
错解点击	15
本节小结	16
同步测试	16
同步测试解答	17
12.3 一元二次方程的根的判别式	
学习目标	18

中考命题方向	18
重点难点	18
知识点讲解	18
典例剖析	19
疑难问题举例	23
错解点击	27
本节小结	27
同步测试	28
同步测试解答	29

*12.4 一元二次方程的根与系数的关系	32
学习目标	32
中考命题方向	32
重点难点	32
知识点讲解	33
典例剖析	34
疑难问题举例	42
错解点击	44
本节小结	45
同步测试	46
同步测试解答	48

12.5 二次三项式的因式分解

(用公式法) 52

学习目标 52

中考命题方向 52

重点难点 53

知识点讲解 53

典例剖析 54

疑难问题举例 56

错解点击 57

本节小结 58

同步测试 59

同步测试解答 60

12.6 一元二次方程的应用 62

学习目标 62

中考命题方向 62

重点难点 62

知识点讲解 62

典例剖析 63

疑难问题举例 66

错解点击 67

本节小结 68

同步测试 68

同步测试解答 70

12.7 可化为一元二次方程的

分式方程 72

学习目标 72

中考命题方向 72

重点难点 72

知识点讲解 73

典例剖析 75

疑难问题举例 82

错解点击 84

本节小结 85

同步测试 85

同步测试解答 87

二、简单的二元二次方程组 92

12.8 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组 92

学习目标 92

中考命题方向 92

重点难点 92

知识点讲解 92

典例剖析 93

疑难问题举例 96

错解点击 97

本节小结 97

同步测试 98

同步测试解答 99

*12.9 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组成的方程组 101

学习目标 101

中考命题方向 102

重点难点 102

知识点讲解 102

典例剖析 102

疑难问题举例 103

本节小结 105

同步测试 105

同步测试解答 106

本章专题总结 108

本章知识结构体系 108

公式定理 108

思想方法总结 109

注意事项总结 109

解题方法指导 110

本章综合检测题	115
---------	-----

本章综合检测题解答	117
-----------	-----

第13章 函数及其图象

本章教材分析	118
--------	-----

13.1 平面直角坐标系	118
--------------	-----

学习目标	118
------	-----

中考命题方向	118
--------	-----

重点难点	118
------	-----

知识点讲解	119
-------	-----

典例剖析	120
------	-----

疑难问题举例	124
--------	-----

错解点击	125
------	-----

本节小结	126
------	-----

同步测试	126
------	-----

同步测试解答	129
--------	-----

13.2 函数	133
---------	-----

学习目标	133
------	-----

中考命题方向	133
--------	-----

重点难点	133
------	-----

知识点讲解	133
-------	-----

典例剖析	134
------	-----

疑难问题举例	137
--------	-----

错解点击	139
------	-----

本节小结	140
------	-----

同步测试	140
------	-----

同步测试解答	142
--------	-----

13.3 函数的图象	145
------------	-----

学习目标	145
------	-----

中考命题方向	145
--------	-----

重点难点	145
------	-----

知识点讲解	145
-------	-----

典例剖析	146
------	-----

疑难问题举例	149
--------	-----

错解点击	150
------	-----

本节小结	151
------	-----

同步测试	151
------	-----

同步测试解答	153
--------	-----

13.4 一次函数	155
-----------	-----

学习目标	155
------	-----

中考命题方向	155
--------	-----

重点难点	155
------	-----

知识点讲解	155
-------	-----

典例剖析	156
------	-----

疑难问题举例	157
--------	-----

错解点击	161
------	-----

本节小结	161
------	-----

同步测试	162
------	-----

同步测试解答	164
--------	-----

13.5 一次函数的图象和性质	166
-----------------	-----

学习目标	166
------	-----

中考命题方向	166
--------	-----

重点难点	167
------	-----

知识点讲解	167
-------	-----

典例剖析	168
------	-----

疑难问题举例	174
--------	-----

错解点击	180
------	-----

本节小结	182
------	-----

同步测试	182
------	-----

同步测试解答	186
--------	-----

13.6 二次函数 $y=ax^2$ 的图象	192
------------------------	-----

学习目标	192
------	-----

中考命题方向	192
--------	-----

重点难点	192
------	-----

知识点讲解	192
-------	-----

典例剖析	194
------	-----

疑难问题举例	196
--------	-----

错解点击	199
------	-----

本节小结	199
同步测试	199
同步测试解答	201
13.7 二次函数 $y=ax^2+bx+c$	
的图象	203
学习目标	203
中考命题方向	204
重点难点	204
知识点讲解	204
典例剖析	207
疑难问题举例	216
错解点击	219
本节小结	221
同步测试	222
同步测试解答	226
13.8 反比例函数及其图象	232
学习目标	232
中考命题方向	232
重点难点	233
知识点讲解	233
典例剖析	234
疑难问题举例	238
错解点击	240
本节小结	241
同步测试	242
同步测试解答	245
本章专题总结	250
本章知识结构体系	250
四种常见函数的图象	
和性质总结	250
思想方法总结	251
注意事项总结	252
解题方法指导	252
阅读小资料	266

本章综合检测题	267
本章综合检测题解答	270

第14章 统计初步

本章教材分析	272
14.1 平均数	272
学习目标	272
中考命题方向	272
重点难点	273
知识点讲解	273
典例剖析	274
疑难问题举例	275
错解点击	277
本节小结	277
同步测试	277
同步测试解答	279
14.2 众数与中位数	280
学习目标	280
中考命题方向	280
重点难点	280
知识点讲解	281
典例剖析	281
疑难问题举例	282
错解点击	283
本节小结	283
同步测试	284
同步测试解答	285
14.3 方差	286
学习目标	286
中考命题方向	286
重点难点	287
知识点讲解	287
典例剖析	288
疑难问题举例	290

错解点击	291	解题方法指导	314
本节小结	292	本章综合检测题	317
同步测试	292	本章综合检测题解答	321
同步测试解答	294		
14.4 用计算器求平均数、			
标准差与方差	296		
学习目标	296		
中考命题方向	296		
重点难点	296		
知识点讲解	296		
典例剖析	297		
本节小结	298		
同步测试	298		
同步测试解答	299		
14.5 频率分布	299		
学习目标	299		
中考命题方向	299		
重点难点	299		
知识点讲解	299		
典例剖析	300		
本节小结	304		
同步测试	304		
同步测试解答	307		
14.6 实习作业	310		
学习目标	310		
中考命题方向	310		
知识点讲解	310		
巩固练习	312		
本章专题总结	312		
本章知识结构体系	313		
公式定理	313		
思想方法总结	313		
注意事项总结	314		



第12章 一元二次方程

本章教材分析

本章大体分为三部分：第一部分是有关一元二次方程的基础知识；第二部分是可化为一元二次方程的分式方程；第三部分是简单的二元二次方程组。其中，主要内容是：一元二次方程的解法及其应用，一元二次方程的根的判别式，根与系数的关系，可化为一元二次方程的分式方程的解法，简单的二元二次方程组的解法，以及由这些内容所反映出来的数学思想方法。

本章的重点是：(1)一元二次方程的解法；(2)可化为一元二次方程的分式方程的解法；(3)列方程解应用题。

本章的难点是：(1)配方法；(2)列方程解应用题；(3)分式方程的增根及验根问题。

学好本章的关键是熟练掌握一元二次方程的解法，特别是公式法。

一元二次方程是中学数学的主要内容，在初中代数中占有重要的地位。本章知识的学习，在整个代数知识的学习中起着承上启下的作用。它既是对已学过的知识——实数、整式、分式、根式和一元一次方程的巩固和加深，又是为今后学习指数、对数、三角方程、不等式、函数等内容奠定基础。

一、一元二次方程

12.1 用公式解一元二次方程



学习目标

1. 知道一元二次方程的含义。
2. 初步掌握用直接开平方法解一元二次方程，会用直接开平方法解形如 $(x-a)^2=b$ ($b \geq 0$) 的方程。
3. 初步掌握用配方法解一元二次方程，会用配方法解数字系数的一元二次方程。
4. 掌握一元二次方程的求根公式的推导，能够运用求根公式解一元二次方程。



中考命题方向

1. 会判定一个方程是不是一元二次方程。



2. 能熟练地将一元二次方程化为一般形式,并准确写出其各项的系数.

3. 会推导一元二次方程的求根公式.

4. 能灵活运用公式法解一元二次方程.

5. 方程贯穿于初中数学的始终,它与实数运算、代数式的变形、函数等有关内容紧密相关.一元二次方程的知识是中考命题的重点,它贯穿于试卷的低、中、高档题之中,命题形式多种多样,如填空题、选择题、解答题等.



重点难点

重点是理解一元二次方程的概念、化任意的一元二次方程为一般形式以及用公式法解一元二次方程.

难点是对一元二次方程的一般形式的正确理解及其各项系数的确定以及配方法和求根公式的推导.



知识点讲解

1. 整式方程的概念

方程的两边都是关于未知数的整式,这样的方程叫做整式方程.

注意:这里所说的整式是关于未知数的整式.有些含字母系数的方程,尽管分母中含有字母,但只要分母中不含有未知数,这样的方程仍是整式方程,如 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 (a \neq 0)$ 就是关于 x 的整式方程.

2. 一元二次方程的概念

定义:只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程.

由一元二次方程的定义可知,只有同时满足三个条件:①整式方程;②含有一个未知数;③未知数的最高次数是2.这样的方程才是一元二次方程.否则,不是一元二次方程.

例如,方程 $2x^2 - x - 3 = 0$, $\frac{y}{4} - y^2 = 0$, $t^2 = 0$ 都是一元二次方程,而方程 $x^3 - x^2 = 1$, $x^2 - 2y - 1 = 0$, $\frac{1}{x^2} - 3 = 0$, $\sqrt{x^2 - 3x} = 2$ 都不是一元二次方程.

3. 一元二次方程的一般形式

一元二次方程的一般形式是 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$. 它的特征是:等式左边是一个关于未知数的二次多项式,等式右边是零.其中, ax^2 叫做二次项, a 叫做二次项系数; bx 叫做一次项, b 叫做一次项系数; c 叫做常数项.

注意:①“ $a \neq 0$ ”是一元二次方程一般形式的一个重要组成部分.因为,方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 只有当 $a \neq 0$ 时,才叫做一元二次方程.例如,当 $a = 0, b \neq 0$ 时,它就是一



元一次方程了,反之,如果明确指出方程 $ax^2+bx+c=0$ 是一元二次方程,那就隐含了 $a \neq 0$ 的条件.

②任何一个一元二次方程,经过整理,都可以化成一般形式.

4. 不完全的一元二次方程

我们把缺一次项或常数项的一元二次方程称为不完全的一元二次方程.一元二次方程可分类如下:

$$\begin{array}{l} \text{一元二次方程} \\ ax^2+bx+c=0 \\ (a \neq 0) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{完全的一元二次方程} \\ \quad \quad \quad ax^2+bx+c=0 \quad (b \neq 0, c \neq 0) \\ \\ \text{不完全的一元二次方程} \\ \quad \quad \quad \left\{ \begin{array}{l} ax^2+c=0 \\ \quad \quad \quad (缺一次项, b=0, c \neq 0) \\ ax^2+bx=0 \\ \quad \quad \quad (缺常数项, b \neq 0, c=0) \\ ax^2=0 \\ \quad \quad \quad (缺一次项和常数项, b=0, c=0) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

注意:一元二次方程的概念中“只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是2”这句话是对化成一般形式之后的方程而言的,例如,方程 $2x^2+2x-1=2x^2$,移项、合并同类项得 $2x-1=0$,它是一元一次方程,而不是一元二次方程.

5. 直接开平方法

用直接开平方求一元二次方程的解的方法叫做直接开平方法.例如,用直接开平方法解方程 $x^2=4$,得解为 $x=\pm 2$.用直接开平方法解一元二次方程的理论根据是平方根的定义.如果一个一元二次方程的左边是一个含有未知数的完全平方式,而右边是一个非负数,就可以用直接开平方法来解.

例如 解方程 $(x-2)^2=3$

分析:根据平方根的定义:“如果 $x^2=a$,那么 x 就是 a 的平方根”,即:若 $x^2=a$,则 $x=\pm\sqrt{a}(a \geq 0)$.

解: $\because (x-2)^2=3 \quad \therefore x-2=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x_1=2+\sqrt{3} \quad x_2=2-\sqrt{3}$

说明:(1)对于形如 $(x-a)^2=b(b \geq 0)$ 的方程,可得解为 $x=a \pm \sqrt{b}$.

(2)当 $b < 0$ 时,此方程无实数解.

6. 配方法

配方法是一种重要的数学方法,它不仅在解一元二次方程上有所应用,而且在今后的学习中也会常常遇到.

用配方法解方程是以配方为手段,以直接开平方法为基础的一种解一元二次方程的方法.

用配方法解一元二次方程的一般步骤:

(1)化二次项系数为1;



- (2) 移项,使方程左边只含二次项与一次项,右边为常数项;
- (3) 方程两边都加上一次项系数的一半的平方;
- (4) 原方程变为 $(x+m)^2=n$ 的形式;
- (5) 如果右边是非负数,就可用直接开平方法求出方程的解.

例如 用配方法解方程 $2x^2-4x+1=0$

解:方程两边都除以2,得 $x^2-2x+\frac{1}{2}=0$

$$\text{即 } x^2-2x=-\frac{1}{2}$$

配方(方程两边都加上 1^2),得

$$x^2-2x+1^2=-\frac{1}{2}+1^2, \text{即 } (x-1)^2=\frac{1}{2}$$

利用直接开平方法,解得 $x=1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x_1=1+\frac{\sqrt{2}}{2}, x_2=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

说明:为了便于配方,一定要先将二次项系数化为1.

7. 公式法

公式法是用求根公式求出一元二次方程的解的方法,它是解一元二次方程的一般方法.后面将要学习的内容,如根的判别式、根与系数的关系等,都是以求根公式为基础的.一元二次方程的求根公式是本节的重点,也是难点.

一元二次方程求根公式的推导过程:

用配方法解一般形式的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$

解: $\because a\neq 0, \therefore$ 方程的两边都除以 a ,得

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$\text{移项,得 } x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

$$\text{配方,得 } x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\text{即 } \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$\because a\neq 0 \quad \therefore 4a^2>0$$

$$\therefore \text{当 } b^2-4ac\geq 0 \text{ 时, } \frac{b^2-4ac}{4a^2} \text{ 是非负数.}$$

根据平方根的定义,得

$$x+\frac{b}{2a}=\frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$



由此可见,一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的根是由方程的系数 a, b, c 确定的. 因此,在解一元二次方程时,先把方程化为一般形式,确定 a, b, c 的值. 然后在 $b^2-4ac \geq 0$ 的前提下,把各项系数 a, b, c 的值代入公式:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geq 0)$$

就可以求得方程的根,我们把方框里的式子叫做一元二次方程的求根公式. 用求根公式解一元二次方程的方法叫做公式法.

例如 用公式法解方程 $x^2-x-3=0$

解: $\because a=1, b=-1, c=-3,$

$$b^2-4ac=(-1)^2-4 \times 1 \times (-3)=13>0$$

$$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{13}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, x_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

说明:(1)此求根公式为一元二次方程的求根公式,只有当能确认方程是一元二次方程时,方可使用.

(2)“ $b^2-4ac \geq 0$ ”是一元二次方程求根公式的重要组成部分,是公式成立的前提条件.

用公式法解一元二次方程的一般步骤:

①把一元二次方程化为一般形式. ②确定 a, b, c 的值. ③求出 b^2-4ac 的值(或代数式). ④若 $b^2-4ac \geq 0$, 则把 a, b, c 及 b^2-4ac 的值代入求根公式, 求出 x_1 和 x_2 ; 若 $b^2-4ac < 0$, 则方程无实数解.



典例剖析

例 1 方程 $(m-5)(m-3)x^{m-2} + (m-3)x + 5 = 0$

(1) m 为何值时,此方程为一元二次方程;

(2) m 为何值时,此方程为一元一次方程.

分析:形如 $ax^2+bx+c=0$ 的方程,当 $n=2$ 且 $a \neq 0$ 时为一元二次方程;当 $a=0$ 且 $b \neq 0$ 时为一元一次方程.

解:(1)当 $m-2=2$ 时 $m=4$, 这时 $(m-5)(m-3) \neq 0$,

$\therefore$ 当 $m=4$ 时,此方程为一元二次方程.

(2)当 $(m-5)(m-3)=0, m-2>0, m-2$ 为自然数,且 $m-3 \neq 0$ 时,方程为一元一次方程.

由 $(m-5)(m-3)=0$ 得 $m=5$ 或 $m=3$, 又因为 $m \neq 3$,

$\therefore$ 当 $m=5$ 时,此方程为一元一次方程.

例 2 判断下列方程,是一元二次方程的在题后的括号内打“ $\checkmark$ ”,不是一元二次



的在题后括号内打“×”。

A. $(x+2)(x-2)=(x+1)^2$ ()

B. $3x^2 + \frac{x}{4} - 3 = 0$ ()

C. $x^2 - 2x^2 - 5 = 0$ ()

D. $3x^2 - \frac{4}{x} + 6 = 0$ ()

分析: A 经过整理后化为 $2x+5=0$, 它是一元一次方程。

B 是整式方程, 只有一个未知数, 并且未知数的最高次数为 2, 这是一元二次方程。

C 的未知数的最高次为 3, 不是一元二次方程。

D 不是整式方程, 也就不是一元二次方程。

解: A(×), B(√), C(×), D(×)。

例 3 在下列方程中, 一定是关于 x 的一元二次方程的是 ()

A. $ax^2 + bx + c = 0$

B. $k^2x + 5k - 6 = 0$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}x^3 - \frac{\sqrt{2}}{4}x - \frac{1}{2} = 0$

D. $(m^2+3)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$

分析: 所谓“关于 x 的方程”, 就是指方程中只有 x 是未知数, 而其他字母都是字母系数, 可看作已知数。根据一元二次方程的定义或一般形式分析可知: A 不一定是一元二次方程, 因为 $a=0$ 时, 它不是一元二次方程; B 中未知数最高次数为 1, B 不是一元二次方程; C 中未知数最高次数为 3, C 也不是; D 符合一元二次方程的一般形式特点, 且二次项系数 m^2+3 一定不等于零, 所以 D 是一元二次方程。

解: 选择 D。

说明: 一元二次方程必须具备三个条件, 缺一不可。在判断一个方程是否为一元二次方程时, 应先进行整理, 化为一般形式的方程后再进行判断。

例 4 写出一元二次方程 $(1-3x)(x+3)=2x^2+1$ 中的二次项系数, 一次项系数及常数项。

分析: 要确定二次项系数, 一次项系数和常数项, 必须先把一元二次方程化为一般形式。因为各项名称都是在方程为一般形式的前提下定义的。

解: 去括号, 得 $x-3x^2+3-9x=2x^2+1$

移项、合并同类项, 得方程的一般形式:

$$5x^2+8x-2=0$$

方程的二次项系数是 5, 一次项系数是 8, 常数项是 -2。

说明: ①不要漏写各项系数的符号, 如方程 $5x^2+8x-2=0$ 中, 常数项是 -2, 而不是 2; ②如果一般形式中二次项系数是负数, 可以把方程两边都乘以 -1, 使二次项系数变为正数。这样做, 对以后将要学习的解一元二次方程有利, 能够减少计算上的错误。

例 5 若 $px^2-3x+p^2-p=0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 ()

A. $p \neq 1$

B. $p \neq 0$ 且 $p \neq 1$



C. $p \neq 0$

D. p 为一切实数

分析与**解**:观察方程 $px^2 - 3x + p^2 - p = 0$, 已经满足两个条件: ①是关于 x 的整式方程; ②方程中含有一个未知数(就是 x), 若想让它满足一元二次方程定义中的第三个条件, 未知数的最高次数是 2, 只需二次项系数 $p \neq 0$ 即可, 故选 C.

例 6 方程 $2(x+2)+8=3x(x-1)$ 的一般式是 _____, 二次项系数是 _____, 一次项是 _____, 常数项是 _____.

分析: 因为所给方程不是一般形式, 所以应先去括号、移项、合并同类项, 将方程化为一般形式, 然后再作答.

解: 将原方程整理成一般形式为 $3x^2 - 5x - 12 = 0$

二次项系数为 3, 一次项为 $-5x$, 常数项为 -12 .

说明: (1) 要写出一元二次方程各项的系数, 需先将方程化为一般形式.

(2) 如果一元二次方程的一般形式中二次项系数是负数, 应在方程两边都乘以 -1 , 使二次项系数变为正数.

(3) 写常数项及一次项时要注意带上此项前面的“ $-$ ”号.

例 7 用直接开平方法解下列方程:

(1) $25x^2 - \sqrt{144} = 0$

(2) $2(7x-1)^2 = 36$

分析: 用直接开方法解方程, 先要把方程化为 $(x-a)^2 = b (b \geq 0)$ 的形式, 再根据平方根的定义求解.

解: (1) 移项, 得 $25x^2 = 12$

两边同除以 25, 得 $x^2 = \frac{12}{25}$

$$x = \pm \sqrt{\frac{12}{25}}, \text{ 即 } x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$\therefore x_1 = \frac{2\sqrt{3}}{5}, x_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{5}$$

(2) 方程两边都除以 2, 得 $(7x-1)^2 = 18$

$$7x-1 = \pm \sqrt{18}, \text{ 即 } 7x-1 = \pm 3\sqrt{2}$$

$$\therefore 7x = 1 \pm 3\sqrt{2}, x = \frac{1 \pm 3\sqrt{2}}{7}$$

$$\therefore x_1 = \frac{1+3\sqrt{2}}{7}, x_2 = \frac{1-3\sqrt{2}}{7}$$

例 8 用配方法解方程 $2x^2 - \sqrt{2}x - 30 = 0$

分析: 因为二次项系数不为 1, 所以要先将方程各项同时除以二次项系数后, 再配方.

解: 方程两边同除以 2, 并移项, 得

$$x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x = 15$$