机器的强度計算

别列諾夫著

机械工業出版社

机器的强度計算

(持久性計算方法)

别列諾夫著

唐照千譯

机械工業出版社

1957

出版者的話

强度計算在机器設計工作中是很重要的环节。而目前这方面的参考材料很缺乏，因此本社选譯出版这本書。本書作者提出了强度計算的新理論和新計算方法，值得机械設計及研究工作者參考。本書在翻譯方面可能有不少缺点和錯誤，希望讀者能予指出，以便再版时改正。

苏联 Д. И. Беренов 著'Расчет машин на прочность'(1953年第一版)

*　　*　　*

NO. 1568

1957年10月第一版　　1957年10月第一版第一次印刷

787×1092 1/32　字数83千字　印張4　0,001—2,800册

机械工業出版社(北京东交民巷27号)出版

机械工業出版社印刷厂印刷　　新华書店發行

北京市書刊出版業营業許可証出字第008号　定价(10) 0.65元

目　次

原編者序

作为整个国民經济發展的基础的祖国机器制造業的經常發展和改进，提出了不断提高机器質量、减輕机器重量和达到一定的預定持久性的任务。

本書作者——重型机器制造厂的总設計师指出，現代的材料力学还未能作出計算机器持久性的方法。同时苏联学者在材料力学上虽有巨大成就，但对这一問題也还研究得不够。

作者在多年經驗的基础上試圖得到持久性計算法的理論基础，从而按新方式来在計算中利用大家都知道的、金屬机械試驗中所求得的諸机械性質。虽然作者所用的理論和假定尙有爭辯之处，但对其处理持久性問題上的新观念却是值得注意和作进一步的研究的。显然，在一切情况下都有必要研究持久性計算的方法，以及重新审查重复載荷和冲击載荷下材料强度的准則。

这問題的提出是具有很大价值的，因为它是根据机器制造实踐上的要求而产生的。毫無疑問，这会引起許多科学工作者和生产工作者的注意，因而为其得到正确解答創造条件。

应当認为，作者在这方面所作的努力是有助于机器持久性計算法的进一步發展和改进的。

編者

原 作 者 序

苏联共产党第十九次代表大会关于發展苏联国民經济第五个五年計划的指示决定了作为技术上新的巨大进步的基础的机器制造業的繼續增長。这一增長不仅是数量上的，而且也要是質量上的：机器制造者应当創造出更新穎的，更現代化的机器。

在十九次党代表大会的指示中提出了下列的任务："在設計新机器时，要在提高質量的前提下，力求减輕其重量。"为了順利地解决这一問題，就需要仔細的研究机器的結構，需要有更完善的以机器持久性的概念为基础的計算方法。

要造出新的巨型的机器，如掘斗容量为20公尺^{3}和轉臂达75公尺長的行走式掘土机，直徑达6.5公尺的矿井采掘設备，以及其他少見的机器，就必須繼續对改进其結構和計算方法作进一步的研究。由于斯达汉諾夫工作者的使用經驗，工作机器的生产率的不断地在增高，因此也提出了这一要求。

苏联学者的劳动大大推动了机器零件强度学的进步。然而其重要問題之一，卽关于机器和建筑結構持久性这一部分，則还研究得很不够。直到現在，材料力学还在設法解决在重复載荷下根据疲劳極限和屈服極限的不变值而定的許用应力值問題。如果我們企圖利用一不变的数值来分析变动的数值，这理論是錯誤的。

我們知道最好是用在与实际情况相同的模型上作試驗的方法来解决强度問題。但是这方法在大量生产中或許能够采用，但其对于單件生产的稀少机器就完全不能应用。

其实，任何人，甚至無經驗的人都有权提出的問題——某一机器零件能够工作多少年的問題，在目前还未得到解决。

用机器零件和建筑結構構件試驗而得的負載循环数是如此地不同，甚至对于同一部机器的各零件，当材料和許用应力相同时，也不免有一零件先破坏，而其他零件的强度儲备較高。較高的强度儲备使得机器重量增加，引起成百万吨金屬的無謂損失。

当我們还未放弃不变的强度儲备与疲劳極限和屈服極限的关系的概念，还未通曉这些極限的概念的相对性和条件性以前，是無法决定机器和結構零件的持久性的。这本書就是試圖对机器和結構持久性的求法加以探討。

作者在研究本書所建議的方法时，遇到和克服了很大的困难，因为現有的試驗材料往往不能解决所提出的問題。在很多情况中就只能近似地确定許多数值，对很多問題作出近似的解答。

作者將非常感激地接受讀者的全部批評和意見。

作者

第一章　材料力学的基本理論

虎克定律

材料力学是研究彈性材料的，即研究产生变形的力停止作用后其变形会完全消失的材料。

一切工程上用的材料，当其变形甚小时，都可認为是彈性的。此假設虽未完全由实际情况所証实，但是却已作为材料力学的基础。

在材料力学中研究彈性体时并不考虑到其分子結構，而相反地假定彈性体的物質有均質性，且在整个物体內均匀分布。然而，甚至像鋼那样的均質体也具有晶体結構，因此，严格的說，就不能認为是均質的。其对变形的阻力在各个方向是不同的。此情形对于輾軋鋼尤为突出，此种鋼內的晶体在輾軋后按一定的方向排列，这便是縱向和橫向变形不同的原因。

当晶体并不按一定的方式作有方向性的排列时（鋼能很好地符合此要求），則可当作是均質的物体，因为晶体是如此的小，而在物体內的数量是那样地多，位置又是那样地不同，所以每一个晶体在不同方向的变形阻力的不同，并不影响其整体的变形阻力。

我們来看一下簡單的情形，当棱柱形杆上作用着沿其軸綫方向的力时（圖 1），則此力在杆的截面面积上分布的强度就称为应力。在上述情况下，应力就等于力除以杆的橫截

面面积。在較复杂的載荷情况下，此强度在横截面的不同点上可能是不同的。

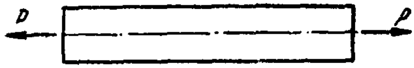

圖 1　簡單綫性拉伸圖。

变形和应力的关系以虎克定律表示，此定律是由实驗方法得出的：

$$e_x=\frac{\sigma_x}{E};\tag{1}$$

式中　e_x——伸長率(相对伸長)，　σ_x——应力，

E——拉伸时的彈性模数。

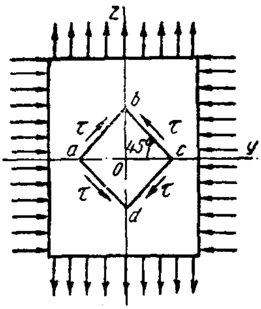

圖 2　具有横向压縮的平面拉伸。

此定律是在棱柱形杆受單向拉伸时得到的，但对于拉伸强度和压縮强度相等的材料，也可以推广到压縮情形。此定律仅在小变形，应力比起彈性模数来甚小时才正确。在某極限以內，材料能足够正确地符合虎克定律，这个極限值称为力和变形間的比例極限。

物体在任何方向变形时，其横截面同时發生变化。如果棱柱形杆在X軸綫方向的長度沿其軸綫增長，則同时在Y、Z軸綫方向的尺寸就减小，这可用下列关系表示：

$$e_y=-\mu\frac{\sigma_x}{E};\qquad e_z=-\mu\frac{\sigma_x}{E};\tag{2}$$

式中　μ——波桑系数。对于鋼，此系数約等于0.3。此关系也同样用于压縮时。

如果在取自物体的一單元体上作用着法向应力σ_x、σ_y、

σ_z, 则根据公式（1）和（2）可确定其沿 X、Y、Z 軸綫相应的合成应变:

$$e_x=\frac{1}{E}[\sigma_x-\mu(\sigma_y+\sigma_z)];\ e_y=\frac{1}{E}[\sigma_y-\mu(\sigma_x-\sigma_z)];$$

$$e_z=\frac{1}{E}[\sigma_z-\mu(\sigma_x+\sigma_y)]。\qquad (3)$$

在大多数情形下，可能产生复合作用力的現象，根据这一情况，可得到以公式（3）表示的一般形式的虎克定律，式中应力和应变間的关系由兩个对于每一种材料都为固定常数的彈性模数和波桑系数所确定。

現在再看另一种变形形式——剪切变形和与其相应的切向应力。

为了确定法向应力和切向应力間的关系，我們来討論沿一軸綫拉伸而沿另一軸綫受压縮的矩形变形的特殊情形，即:

$$\sigma_y=-\sigma_z \text{ 而 } \sigma_x=0。$$

从物体中割取一單元体，此單元体局限于平面內，且在与 Y 和 Z 軸成 45° 的位置（圖 2），根据法向应力和切向应力的平衡条件，可得下列关系:

$$\tau=\frac{1}{2}(\sigma_z-\sigma_y)=\sigma_z。$$

此变形形式称为純剪切情况。在沿垂直方向伸長的同时，沿水平方向产生与之相等的縮短，而使 ab 和 bc 边間的夾角發生变化。此角度的变化可根据三角形 Oab 确定:

$$\frac{Oc}{Ob}=\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\gamma}{2}\right)=\frac{1+e_y}{1+e_z}。$$

而以 $\sigma_y=-\sigma_z$ 和 $\sigma_x=0$ 代入公式（3），可得:

$$e_z=\frac{1}{E}(\sigma_z-\mu\sigma_y)=\frac{(1+\mu)\sigma_z}{E};$$

$$e_y = -\frac{(1+\mu)\sigma_z}{E}。$$

当角度值甚小时，可以角度值代替正切数值：

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\gamma}{2}\right)=\frac{\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}-\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}}{1+\mathrm{tg}\frac{\pi}{4}\cdot\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}}=\frac{1-\frac{\gamma}{2}}{1+\frac{\gamma}{2}},$$

或 $$\gamma=\frac{2(1+\mu)\sigma_z}{E}=\frac{2(1+\mu)\tau}{E}。\qquad(4)$$

切向应力和变形角間的关系就可利用与拉伸和压縮时相同的一些常数来确定。将此关系以一个常数来表示則更为簡便，此常数以下列符号表示：

$$G=\frac{E}{2(1+\mu)}。\qquad(5)$$

因此可得簡化后的关系：

$$\gamma=\frac{\tau}{G},$$

式中　G——剪切时的彈性模数。

各力独立作用互不相关定律

各力独立作用（互不相关）定律应用于研究梁的弯曲和其他許多更复杂的情形中。如果在一梁上作用着許多集中力，則其上任何一点的撓度都可由各力單独作用产生撓度之和求得。

要求得当撓度較之跨度甚小时梁的弯曲軸綫方程式，可利用近似的曲率关系：

$$\frac{1}{\rho}=\pm\frac{d^2y}{dx^2}。$$

但曲率半徑是根据弯矩和梁的慣矩确定的：

$$\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI}。$$

如曲率是負的（如向下方凸出），則梁弯曲的微分方程式取下列形式：

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=-M。\qquad (6)$$

对于双鉸支点上的梁，載荷情况如圖3所示，代入任意截面 mm 上的弯矩值，可得：

$$EI\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{P_1C_1}{l}(l-x)-\frac{P_2C_2}{l}(l-x)-\frac{P_3(l-C_3)x}{l}。$$

然而此方程式也可用另一方法求得，即將对于同一截面各力單独作用时的弯曲微分方程式相加得到：

$$EI\frac{d^2y_1}{dx^2}=-\frac{P_1C_1(l-x)}{l};\quad EI\frac{d^2y_2}{dx^2}=-\frac{P_2C_2(l-x)}{l};$$

$$EI\frac{d^2y_3}{dx^2}=-\frac{P_3x(l-C_3)}{l};$$

式中 y_1, y_2, y_3——P_1, P_2, P_3 力产生的撓度。

上面一个方程式的解將是下面三方程式解的和。所以，梁在 P_1、P_2、P_3 力作用下的撓度就等于每个力單独作用时撓度之和。这就是各力独立作用互不相关定律，或力作用的合成定律。此定律在材料力学中的意义極为重大，且远不仅用于梁弯曲的問題。

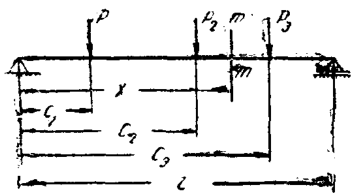

圖3　若干集中力作用下的梁的載荷情况。

确定应力的静力学方法

材料力学將零件中产生的应力情况当作零件强度的主要特性。不論載荷作用方式如何，应力都是当作静止載荷作用时那样来計算的。如果考虑到任何机器中的旋轉軸，在弯曲

情况下工作时，则在其表面的任何一点上在机器每一轉中將产生从最大到最小的不断变化着的应力。从材料力学的观点看来，在同样的载荷下，旋轉軸的弯曲和同样截面的圓形固定杆的弯曲之間并無任何区别。因两种情形中，計算的理論都是以变形物体絕对彈性的概念为基础的。所謂絕对彈性，就是指物体的性能在載荷消失后能完全恢复到其原来的形狀。

在上述两种情形中，材料力学都用同样的方法来求最大的应力，但对每一种情形确定不同的許用应力極限，对其中之一，是根据屈服極限确定，而对另一种，则根据疲劳極限确定。因此，一旦有必要研究作用在物体上大量的多次往复載荷时，絕对彈性体的基本概念就与实际情况發生抵触。

在工作的机器零件中，应力变化的規律常比上面討論的旋轉軸的情况更为复杂，但对其变化的动力学关系，在材料力学中并不去注意，只要計算出应力的最大值和最小值，而不注意应力增加的速度。

一般所研究的机器零件中的动应力，在材料力学中，应了解作非动力学变化的应力，而主要的是由慣性力所产生的应力，此慣性力在大部分情况下純粹是靜力情形，即其大小在机器有載运轉时是不变的，此可用研究等速旋轉的飞輪輪緣中应力的情况作为例子。在冲击或突加載荷时的应力計算方法目前研究得还不够，故暫时还不能在实际上应用。

大家都知道，所有这些計算都是把力学基本原理之一——达倫培尔（Даламбер）原理作为基础的，此原理可以把动力学問題归納成靜力学問題。在力学中，达倫培尔原理表述如下：物質体系內各点的慣性力与已知的力和相应的反作用力相互平衡。因此，引入假想的慣性力就可將动力学問題

像如靜力学問題那样求解。

从上面的説明可十分清楚地看出，达倫培尔原理是討論作用在物体上的外力平衡問題，而完全沒有接触到与作用在物体內的应力有关的內力。因此，在現代材料力学中全部动应力的章节所討論的不是在变动載荷作用下物体內应力变化的动力学，而是將作用在物体上的动力学情况的外力导成純粹的靜力学情况，然后，用靜力学方法确定物体不同截面內的应力。

在絕对剛体的动力学中，此原理能給出極有成效的結果，然而在研究材料力学中的彈性体时，此假設就不能經常获得正确的結論。实际上，从一簡單例子——一端固定不动的垂直杆，在其凸緣上自 h 高度落下一重量 P（圖 4），就可看出，杆的变形与其在載荷 P 作用下的靜載荷將有显著的不同。

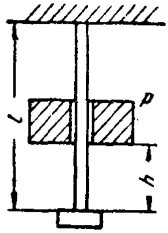

圖 4　杆的冲击拉伸圖。

如果使杆的变形在虎克定律有效的范圍內發生，則杆在重量 P 作用下的靜伸長为：

$$\delta_{\text{ст}}=\frac{Pl}{EF},$$

式中　l——杆的長度，

E——材料的彈性模数，

F——杆截面的面积。

在重量 P 冲击下，同一杆的变形，当重量的速度未变为零以前，將等于 $h+\delta$。

因此，重物所作功就等于 $P\ (h+\delta)$。如果杆的質量比重物的質量小，而且在冲击时对能量的消耗可忽略，則可認为，冲击时重物所作功完全轉变为杆的变形位能。于是，为

了确定杆的变形δ，可求出下列方程式：

$$\frac{\delta^2 EF}{2l}=P(h+\delta),$$

式中 $\frac{\delta^2 EF}{2l}=P'\frac{\delta}{2}$ ❶——杆在变形数值为δ时的位能。

由此： $\delta^2=\frac{2Pl}{EF}(h+\delta)$，然 $\frac{Pl}{EF}=\delta_{\text{ст}}$。

因而， $\delta=\delta_{\text{ст}}+\sqrt{\delta_{\text{ст}}^2+2\delta_{\text{ст}}h}$。

如重物下落的高度 $h=0$，则 $\delta=2\delta_{\text{ст}}$，即突加載荷产生的伸長較同样大小的靜載荷所产生的伸長大二倍。

因此，如果像靜載荷作用的情况那样进行突加載荷作用下杆的計算，則所求得的变形，以及应力將只有实有变形和应力的二分之一。

在近代，通常將材料中的应力分为下列类型：靜应力，变动应力和冲击应力。与此应力类型相应，定出計算零件的三种不同的方式：靜載荷計算，疲劳計算和冲击計算，然而，对冲击計算的方法还几乎完全沒有研究。

确定作用在零件中的应力的各别零件分割法

以研究杆件系統的理論为基础的建筑力学，对于所有以許多單独的構件用鉸鏈或剛性連接所組成的系統，早已求得經过詳細研究的計算方法。精确地計及了系統中單独構件間相互作用的靜不定系統計算方法的广泛应用和發展，不能不使許用应力的显著提高成为可能，自然这是由于計算方法更精确化了的原故。

---

❶ 原書正文中为 $P'\frac{\delta}{2}$，但在勘誤表中改为 $P\frac{\delta}{2}$，校者認为原来的 $P'\frac{\delta}{2}$ 是正确的，因其中 P' 为彈性力，而不是重物重量。——校注

于是，建筑上金屬結構的許用应力規范只是在最近十年內就增大了20%。与此同时，机器制造業中的許用应力規范不但未增加，实际上反而由于要考虑并不正确的应用疲劳極限，增高了并且不正确地应用了应力集中系数，考慮了金屬材料質量的影响，大型零件的金屬性質与其由小尺寸試样求得的性質間的差別，以及許多情况中的其他影响，甚至要降低許用应力。

有一些学派各自發展自己的确定許用应力方法。其中有些采用过分复杂的公式，对于必須計算得不只是正确，而还要足够快的工程师来說，实际上是完全不适用的；有些是建議連乘上許多系数，每一个系数几乎完全由設計师任意选取，而所根据的只是其直覚和胆量。这种实际情形，时常会使設計师根据着新的改进了的公式和方法而开始使零件中的許用应力較小于以前对同一零件按簡化計算方案而得的应力。然而，从机構組合中分割出的机器零件的計算，不可能确定在考虑动載荷的情况下零件中所产生的应力。

例如，在軋鋼机的軋輥軋上被輾压的鋼板时，軋輥的傳动机構系統全部产生減速現象。同时，傳动零件中的应力增大，因为它吸收了軋輥因突加載荷而轉动減緩时傳动的旋轉質量所放出的能量。十分明显，应力并不是在構件系統中全部構件內成比例地增大，而是根据構件的剛性、構件的長度、齿輪傳动的傳动数和其他因素而定。

汽車車輪駛过障碍物时，將影响到压气筒、車軸、彈簧和其他許多机件，但現有的理論不可能确定动力系統中每一个零件內的应力，而迫使对每一零件只可个別地作加上一些动力系数的靜載荷計算。