山东省五年制师范学校统编教材(试用本)

数　　学

（第三册）

陆书环　主编

山 东 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

数学.第3册/陆书环主编.—济南:山东大学出版社,2002.6
山东省五年制师范学校统编教材(试用本)
ISBN 7－5607－2416－7

Ⅰ.数...
Ⅱ.陆...
Ⅲ.数学－师范学校－教材
Ⅳ.O1

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第040577号

山东大学出版社出版发行
(山东省济南市山大南路27号　邮政编码:250100)
山东省新华书店经销
山东新华印刷厂印刷
787×1092毫米　1/16　14.25印张　329千字
2002年6月第1版　2002年6月第一次印刷
印数:1－9600册
定价:16.80元

前　言

山东省五年制师范学校数学教科书(试用本)是受山东省教育厅委托,根据省教育厅制定的《山东省五年制师范小学教育专业教学计划(试行)》编写的必修教材。

这套数学教科书共分六册,包括《数学》第一、二、三册,《高等数学》(文)、《高等数学》(上)、《高等数学》(下)、《小学数学教材教法与研究》。

各地在使用这套数学教科书时,可以根据具体情况,参照下表对数学课程进行安排:

学　年	周课时数		科　目
一年级	3		《数学》第一册
二年级	4		《数学》第二册
三年级	1		《小学数学教材教法与研究》
	4		《数学》第三册
四年级	文	2	《小学数学教材教法与研究》
		2	《高等数学》
	理	2	《小学数学教材教法与研究》
		6	《高等数学》(上)
五年级	文	2	2
	理	4	《高等数学》(下)

本书是山东省五年制师范学校数学教科书(试用本)《数学》第三册,内容包括复数与数集、数论初步、概率和统计、应用数学选讲。本书供五年制师范学校数学课三年级全学年使用。

本书由陆书环任主编，孙明红、臧思选、刘秋香、高荆、陈开勋、王海奇任副主编，编写人员还有济南师范学校范立珠、梁静、曲阜师范大学数学教学论研究生袁志玲、冯晓华、冯振举。

本书在编写过程中参阅了人民教育出版社的有关教材，并得到山东省教育厅师范处、山东省教学研究室、曲阜师范大学数学系、济南大学数学系、济南师范学校、青岛师范学校、曲阜师范学校、费县师范学校和山东大学出版社的大力帮助，同时曲阜师范大学数学系主任赵增勤教授对书稿作了仔细审阅，提出很多宝贵意见，谨此一并致谢。

由于编者水平所限，加之成书仓促，书中难免有错误和疏漏，欢迎有关专家和广大师生批评指正。

编 者

2002 年 6 月

目 录

第一章

复数与数集

本章我们首先学习一类新的数 —— 复数，包括复数的概念和运算、复数的几何表示、复数的三角形式及其有关运算等；其次，将在过去学习的有关数的知识的基础上，进一步对自然数集、整数集、有理数集、实数集以及复数集的性质进行研究，以使我们对数获得比较清晰、系统的认识.

1.1 复数的概念

我们知道，数的概念产生于人类的生产和生活实践中，并随着人类社会的发展而扩展.从数学自身发展的角度来看，数概念的不断扩展主要是为了满足运算封闭性的需要：除之不尽而有分数，减之不够而有负数，正有理数开方不尽而引入无理数，等等.那么，复数又是怎样产生与发展的呢?

主要是因为在实数集中，负数不能开偶次方(为什么)，致使一些看似简单的二次方程和三次方程问题也无法解答.如，一元二次方程

$$x^2 + 1 = 0 \tag{1}$$

在实数集 R 中无解，因为任何实数的平方都不等于 -1.为了能够解类似(1)这样的方程，人们引入了一个新的数 i，称它为**虚数单位**.并且规定这个数具有下面的性质：

(1) 它的平方等于 -1，即

$$\mathbf{i}^2 = -1$$

(2) 实数与它进行四则运算时，原有的加、乘运算律仍然成立.

根据上述性质，实数 b 与 i 相乘，其乘积可以写成 $b\mathrm{i}$；再将 $b\mathrm{i}$ 与实数 a 相加，其和可以写成 $a+b\mathrm{i}$.这样，数的范围又扩展了，出现了形如 $a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathrm{R})$ 的数，人们把它们叫做**复数**.其中，a 叫做复数的**实部**，b 叫做复数的**虚部**.复数通常用字母 z 表示，即 $z=a+b\mathrm{i}$.复数的这种表示形式叫做复数的**代数形式**.全体复数组成的集合叫做**复数集**，记做 C.

当 $b=0$ 时，复数 $z=a+0\mathrm{i}$ 就是实数 a；

当 $b\neq 0$ 时，复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 叫做**虚数**；

当 $a=0$ 且 $b\neq 0$ 时，复数 $z=b\mathrm{i}$ 叫做**纯虚数**.

例如，$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 是虚数，它的实部是 $\frac{1}{2}$，虚部是 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. 又如 $-3i$ 是纯虚数，它的实部是 0，虚部是 -3.

想一想

i 是纯虚数吗？试说出它的实部和虚部.

例 1　实数 m 取什么数值时，复数

$$z=m+1+(m-1)i$$

是(1) 实数？ (2) 虚数？ (3) 纯虚数？

分析：因为 $m\in R$，所以 $m+1$，$m-1$ 都是实数. 由复数 $z=a+bi$ 是实数、虚数和纯虚数的条件或定义可以确定 m 的取值.

解：(1) 当 $m-1=0$，即 $m=1$ 时，复数 z 是实数；

(2) 当 $m-1\neq 0$，即 $m\neq 1$ 时，复数 z 是虚数；

(3) 当 $m+1=0$，且 $m-1\neq 0$，即 $m=-1$ 时，复数 z 是纯虚数.

如果两个复数的实部和虚部分别相等，我们就说这**两个复数相等**. 这就是说，如果 a，b，c，$d\in R$，那么

$$a+bi=c+di\Leftrightarrow a=c,b=d$$

$$a+bi=0\Leftrightarrow a=b=0$$

例如，复数 $3a+bi=3-2i(a,b\in R)\Leftrightarrow a=1,b=-2$.

一般地，两个复数只能说相等或不相等，不都能比较大小. 例如 $2+7i$ 与 $3+i$ 不能比较大小，当且仅当这两个复数都是实数时，才能比较大小.

例 2　已知 $(2a-1)+(3-a)i=a-(3+b)i$，其中 $a,b\in R$，求 a 与 b.

解：根据复数相等的定义，得

$$\begin{cases}2a-1=a\\3-a=-(3+b)\end{cases}$$

解这个方程组，得 $a=1$，$b=-5$.

当两个复数的实部相等，虚部互为相反数时，我们说这两个复数互为**共轭复数**. 虚部不等于零的共轭复数也叫做**共轭虚数**. 复数 z 的共轭复数用 $\bar{z}$ 表示. 即若 $z=a+bi$，则 $\bar{z}=a-bi$. 当复数 $z=a+bi$ 的虚部 $b=0$ 时，有 $z=\bar{z}$，也就是说，任一实数的共轭复数是它本身.

例 3　已知复数 $(2x-1)+i$ 与复数 $y+(3-y)i$ 互为共轭复数，其中 $x,y\in R$，求 x 与 y.

解：复数 $y+(3-y)i$ 的共轭复数是 $y-(3-y)i$，由题意，得

$$(2x-1)+i=y-(3-y)i$$

根据复数相等的定义，得

$$\begin{cases}2x-1=y\\1=-(3-y)\end{cases}$$

所以 $x=\frac{5}{2}, y=4$.

练　习

1. 说出下列各数中,哪些是实数?哪些是虚数?哪些是纯虚数?

$-\mathrm{i}$, i^2, $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $-\frac{1-\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$,

π, $0.\dot{3}$, $\pi+\mathrm{i}$, $3-\sqrt{2}\mathrm{i}$.

2. 说出下列复数的实部与虚部:

$-2+5\mathrm{i}$, $-\sqrt{7}\mathrm{i}$, $\sqrt{2}+1+3\mathrm{i}$, 0.

3. 说出下列复数的共轭复数:

8, i, $11-2\mathrm{i}$, $x^2+(y-1)\mathrm{i}\ (x, y\in \mathrm{R})$.

4. 求适合下列方程的 x 与 $y\ (x, y\in \mathrm{R})$ 的值:

(1) $(a-2b)+(a+b)\mathrm{i}=3\mathrm{i}$;

(2) $(x+y-3)+(x-4)\mathrm{i}=0$.

1.2　复数的几何表示

1.2.1　复平面

从复数相等的定义可以看出,任何一个复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 都可以确定惟一的有序实数对 (a,b).而在平面上建立直角坐标系 Oxy 后,有序实数对 (a,b) 确定了平面上惟一的一个点 Z,它的坐标是 (a,b).于是每一个复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 对应于平面上惟一确定的点 Z;反之,平面上每一个点 $Z(a,b)$ 都对应于惟一确定的复数 $z=a+b\mathrm{i}$.因此,在平面上建立直角坐标系 Oxy 以后,复数集 C 与平面上所有的点组成的集合 S 之间有一个一一对应:

$$\mathrm{C}\longleftrightarrow \mathrm{S}$$

复数 $z=a+b\mathrm{i}\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$复平面内的点 $Z(a,b)$.于是,复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 可以用平面上的点 $Z(a,b)$ 来表示(图 1-1).建立了直角坐标系来表示复数的平面叫做复平面.

由图 1-1 可以看出:

z 是实数 $a\Leftrightarrow$ 点 $Z(a,0)$ 在 x 轴上,z 是纯虚数 $b\mathrm{i}\Leftrightarrow$ 点 $Z(0,b)$ 在 y 轴上且不是原点.因此,我们把 x 轴叫做实轴,把 y 轴(不包括原点)叫做虚轴(为什么虚轴不包括原点?).显然表示实数的点都在实轴上,表示纯虚数的点都在________(请填空)轴上.

在复平面内,如果点 Z 表示复数 z,点 $\overline{Z}$ 表示复数 $\overline{z}$,那么 Z 和 $\overline{Z}$ 关于实轴对称,如图 1-2.

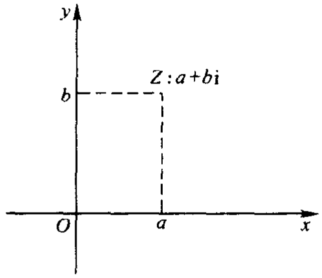

图 1-1

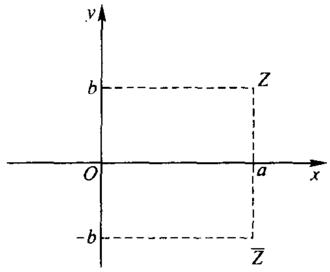

图 1-2

练　习

1. 在复平面内描出表示下列复数的点,并说出各复数的共轭复数:

(1) -1;　(2) $2i$;　(3) $3-2i$;　(4) $4+3i$.

2. 按照第 1 题的要求自编 4 ~ 6 个小题,与同学交换做出,并批改.
3. 若 P 是复平面内表示复数 $a+bi(a, b \in \mathrm{R})$ 的点,试分别指出在下列条件下 P 点的位置:

(1) $a>0, b>0$;　(2) $a<0, b>0$;

(3) $a=0, b<0$;　(4) $b>0$.

1.2.2　复数的向量表示

复数可以用向量来表示.如图 1-3,设点 Z 表示复数 $z=a+bi$,连接 OZ,并把有向线段 OZ(从点 O 指向点 Z) 看成向量,记作 $\overrightarrow{OZ}$.显然向量 $\overrightarrow{OZ}$ 是由点 Z 惟一确定的;反过来,点 Z 也可以由向量 $\overrightarrow{OZ}$ 惟一确定.因此,复数集 C 与复平面内所有以原点为起点的向量所组成的集合之间有一个一一对应(其中实数 0 与零向量对应) 关系,即

$$\boxed{\text{复数 } z=a+bi \xleftrightarrow{\text{一一对应}} \text{平面向量 } \overrightarrow{OZ}}$$

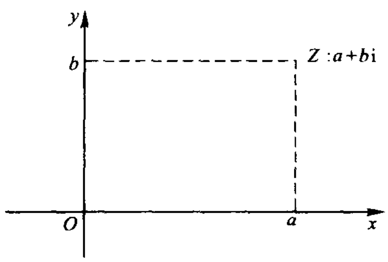

图 1-3

于是,复数 $z=a+bi$ 可以用向量 $\overrightarrow{OZ}$ 表示,其中 $\overrightarrow{OZ}$ 的坐标为 (a, b).向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的模(即有向线段 $\overrightarrow{OZ}$ 的长度) r 叫做复数 $z=a+bi$ 的**模**(**或绝对值**),记作 $|z|$ 或 $|a+bi|$.由于 $\overrightarrow{OZ}=(a, b)$,因此 $|OZ|=\sqrt{a^2+b^2}$.从而

$$\boxed{|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}}$$

由模的定义可以看出，$r \in \mathbf{R}$，且 $r \geqslant 0$. 当 $b=0$ 时，$z=a+b\mathrm{i}$ 是一个实数，它的模等于__________（请读者填空）.

例 1 求复数 $z_1=3+4\mathrm{i}$ 及 $z_2=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ 的模，并且比较它们的模的大小.

解：$|z_1|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$$|z_2|=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=1$$

因为 $5>1$，所以 $|z_1|>|z_2|$.

例 2 设 $z=1-\sqrt{2}\mathrm{i}$，求 $|z|$ 与 $|\bar{z}|$，并比较它们的大小.

解：$\bar{z}=1+\sqrt{2}\mathrm{i}$

$$|z|=\sqrt{1^2+(-\sqrt{2})^2}=3$$

$$|\bar{z}|=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=3$$

由此，知

$$|z|=|\bar{z}|$$

想一想

任意的复数 z 与它的共轭复数 $\bar{z}$ 的模相等，为什么？

例 3 设复数 z 在复平面上用点 Z 表示，满足下列条件的点 Z 的集合是什么图形？

(1) $|z|=4$； (2) $2<|z|<4$.

解：(1) 复数 z 的模等于 4，即点 Z 与原点的距离等于 4，所以满足条件 $|z|=4$ 的点 Z 的集合是以原点为圆心，以 4 为半径的圆（图 1-4）.

(2) 满足条件 $2<|z|<4$ 的点 Z 的集合是以原点为圆心，以 2 及 4 为半径的两圆所夹的圆环，但不包括圆环的边界（图 1-5）.

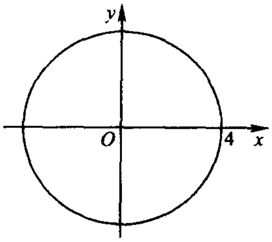

图 1-4

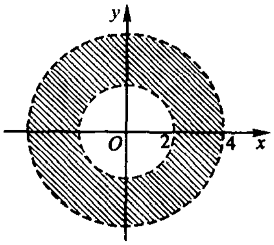

图 1-5

注意：(2) 中，满足不等式 $2<|z|$ 的点 Z 的集合是圆 $|z|=2$ ________（选择填空：内部，外部）所有的点组成的集合；满足不等式 $|z|<4$ 的点 Z 的集合是__________（仿上填空！）所有点组成的集合. 这两个集合的交集，就是满足条件 $2<|z|<4$ 的点 Z 的集合.

练 习

1. 写出下列复数对应的复平面上的向量的坐标：

(1) $z_1 = 1 + 3i$;　　(2) $z_2 = -2 + 5i$;

(3) $z_3 = 4$;　　(4) $z_4 = -2i$;

(5) $z_5 = (\sqrt{2} - 1) - i$;　　(6) $z_6 = \sqrt{3} + (1 + i)$.

2. 求下列复数及其共轭复数的模：

(1) $z_1 = -1 + i$;　　(2) $z_2 = -2$;

(3) $z_3 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i$;　　(4) $z_4 = i$.

3. 设复数 z 对应于复平面上的点 Z，分别满足下列条件的点 Z 的集合是什么图形？

(1) $|z| = 3$;　　(2) $1 < |z| \leqslant 2$.

4. 画出第 1 题中 $z_1 \sim z_4$ 对应的向量.

习 题 一

1. 填空：

(1) 设复数 $z = (m^2 - 3m - 4) + (m^2 - 5m - 6)i\ (m \in \mathbf{R})$，则当 $m =$ ________ 时，z 为实数；当 $m =$ ________ 时，z 为纯虚数.

(2) 已知复数 $(3x + 2y) + (5x - y)i\ (x, y \in \mathbf{R})$ 是 $9 + 2i$ 的共轭复数，则有 $x =$ ________，$y =$ ________.

2. 求适合下列各方程的实数 x 与 y 的值.

(1) $(x + 2y) + (7x + 2y)i = -8 + 4i$;

(2) $(x + y) - xyi = -5 + 24i$;

(3) $(3x - y) + 2yi = (2x + 3) + (y - 1)i$;

(4) $(x^2 + y^2) + xi = 3yi$.

3. 已知复数 $6 - 8i$, $1 + i$, 9, $\sqrt{2}i$.

(1) 在复平面内描出表示这些复数的点；

(2) 在复平面内描出表示这些复数的共轭复数的向量.

4. 比较复数 $z_1 = -5 + 12i$ 与 $z_2 = -6 - 5\sqrt{3}i$ 的模的大小.

5. 实数 m 取什么值时，复数 $z = (m^2 - 8m + 15) + (m^2 - 5m - 14)i$ 对应的点分别位于第一、三、四象限？

6. 设复数 z 对应复平面上的点 Z，则分别满足下列条件的点 Z 的集合是什么图形？

(1) $|z| = 2$;　　(2) $|z| > 2$;

(3) $|z| \leqslant 2$;　　(4) $2 \leqslant |z| < 3$.

7. 设向量 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ 分别与复数 $4 + 7i$, $-2 + 9i$ 对应，求与向量 $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{BO}$ 对应的复数.

8. 若 $|z| = 2 + z + 4i$，求复数 z.

1.3 复数的运算

1.3.1 复数的加法与减法

在复数集 C 中可以定义加法运算如下:

设 $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ 是任意两个复数,则它们的和 $z_1 + z_2$ 规定为

$$\boxed{(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i}$$

请用自己的语言表述这个法则.

显然,两个复数的和仍是一个复数.并且容易验证,复数的加法满足下列运算法则:对于任意复数 z_1, z_2, z_3, z,有

(i) $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$ (交换律)

(ii) $(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$ (结合律)

(iii) $z + 0 = 0 + z = z$

(iv) 设 $z = a + bi$,令 $-z = (-a) + (-b)i$,则

$$z + (-z) = (-z) + z = 0$$

我们把 $-z$ 叫做 z 的**相反数**.

试把相反数与相反向量作比较.

复数的减法是加法的逆运算.复数的减法定义如下:对于任意复数 z_1, z_2,规定

$$z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$$

于是,设 $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$,那么

$$\boxed{(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i}$$

试用自己的语言简明扼要地表述这个法则.并回答:两个复数的差仍是复数吗?

从上面可以看出,两个复数相加减就是把实部与实部、虚部与虚部分别相加减.

例 1 已知 $z_1 = 2 + 5i, z_2 = -1 + i$,求 $z_1 + z_2, z_1 - z_2$.

解:
$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (2 + 5i) + (-1 + i) \\ &= (2 - 1) + (5 + 1)i \\ &= 1 + 6i \\ z_1 - z_2 &= (2 + 5i) - (-1 + i) \\ &= [2 - (-1)] + (5 - 1)i \\ &= 3 + 4i \end{aligned}$$

例 2 已知 $z_1 = 3i, z_2 = 1 - i, z_3 = -2 + 5i$,求 $z_1 + z_2 - z_3$.

解: $z_1 + z_2 - z_3$

$= 3i + (1 - i) - (-2 + 5i)$

$$= [0+1-(-2)] + [3+(-1)-5]\mathrm{i}$$
$$= 3-3\mathrm{i}$$

现在我们来研究复数加减法的几何意义.

设复数 $z_1 = a + b\mathrm{i}$ 对应于向量$\overrightarrow{OZ_1}$,复数 $z_2 = c + d\mathrm{i}$ 对应于向量$\overrightarrow{OZ_2}$,则有

$$z_1 + z_2 = (a+b\mathrm{i}) + (c+d\mathrm{i}) = (a+c) + (b+d)\mathrm{i}$$

于是 $z_1 + z_2$ 对应于坐标为$(a+c, b+d)$的向量.由于$\overrightarrow{OZ_1}$的坐标为(a, b),$\overrightarrow{OZ_2}$的坐标为(c, d),因此$\overrightarrow{OZ_1}+\overrightarrow{OZ_2}$的坐标为$(a+c, b+d)$.从而 $z_1 + z_2$ 对应于向量$\overrightarrow{OZ_1}+\overrightarrow{OZ_2}$.这表明:复数的加法可以按照向量加法的法则来进行.即:

如果复数 z_1 对应于向量$\overrightarrow{OZ_1}$,复数 z_2 对应于向量$\overrightarrow{OZ_2}$,那么 $z_1 + z_2$ 对应于$\overrightarrow{OZ_1}+\overrightarrow{OZ_2}$.

由于复数的减法是通过复数的加法来定义的,向量的减法也是通过向量的加法来定义的,因此,由上述结论立即得到:

如果复数 z_1 对应于向量$\overrightarrow{OZ_1}$,复数 z_2 对应于向量$\overrightarrow{OZ_2}$,那么 $z_1 - z_2$ 对应于向量$\overrightarrow{OZ_1}-\overrightarrow{OZ_2}$.

综上所述,复数的加减法可以按照向量的加减法的法则来进行.

例3 根据复数的几何意义及向量表示,求复平面内两点间的距离公式.

解:如图 1-6,设复平面内的任意两点 Z_1, Z_2 分别表示复数 $z_1 = x_1 + y_1\mathrm{i}, z_2 = x_2 + y_2\mathrm{i}$,那么$\overrightarrow{Z_1Z_2}$就是与复数 $z_2 - z_1$ 对应的向量.如果用 d 表示点 Z_1, Z_2 之间的距离,那么 d 就是向量$\overrightarrow{Z_1Z_2}$的模,即复数 $z_2 - z_1$ 的模,所以

$$d = |z_2 - z_1|$$

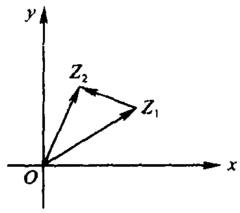

图 1-6

这就是复平面内两点间的距离公式.而

$$d = |z_2 - z_1| = |(x_2 + y_2\mathrm{i}) - (x_1 + y_1\mathrm{i})|$$
$$= |(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)\mathrm{i}|$$
$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

这与以前我们学习的两点间的距离公式是一致的.

例4 根据复数的几何意义及向量表示,求复平面内的圆的方程.

解:如图 1-7,设圆心为 P,点 P 与复数 $p = a + b\mathrm{i}$ 对应,圆的半径为 r,圆上任意一点 Z 与复数 $z = x + y\mathrm{i}$ 对应,那么

$$|z - p| = r$$

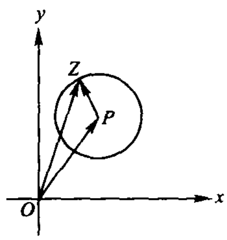

图 1-7

这就是复平面内的圆的方程.特别地,当点 P 在原点时,圆的方程就成了 $|z| = r$.

试一试

你能把圆的方程$|z-p|=r$化成用实数表示的一般形式$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$吗?

练　习

1. 证明复数的加法满足交换律和结合律.
2. 分别用代数及几何方法计算:

   (1) $(2+4i)+(3-4i)$;　　(2) $-5i+(i-1)$;

   (3) $(2-i)+(-5+3i)$;　　(4) $(2i-1)-(3-i)$;

   (5) $6i-(3+2i)$;　　(6) $(-3+2i)-(4-5i)$.
3. 设$z=a+bi$,求$z+\overline{z}$与$z-\overline{z}$.
4. 计算:

   (1) $(1-2i)+(-3+5i)-(2-7i)$;

   (2) $(8-5i)-(2+3i)+4i$.

1.3.2　复数的乘法与乘方

在复数集C中还可以定义乘法运算如下:

设$z_1=a+bi, z_2=c+di$是任意两个复数,则它们的积z_1z_2规定为:

$$\boxed{(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i}$$

请读者把此公式与这两个多项式相乘的结果作比较,看有什么发现?

设k为任意实数,你能求出kz_1吗?

根据复数乘法的定义可以验证,复数的乘法满足下列运算法则:对于任意复数z_1,z_2,z_3,z,有

(i) $z_1z_2=z_2z_1$　(交换律)

(ii) $(z_1z_2)z_3=z_1(z_2z_3)$　(结合律)

(iii) $1\cdot z=z\cdot 1=z$

(iv) $z_1(z_2+z_3)=z_1z_2+z_1z_3$　(分配律)

$(z_1+z_2)z_3=z_1z_3+z_2z_3$　(分配律)

例1　求共轭复数$a+bi$与$a-bi$的积.

解:$(a+bi)(a-bi)=a^2-(bi)^2=a^2-b^2i^2$

$=a^2+b^2$

从例1可以知道,复数z与其共轭复数$\overline{z}$的乘积是一个实数,这个实数等于复数z(或$\overline{z}$)的模的平方,即

$$z\cdot\overline{z}=|z|^2=|\overline{z}|^2$$