水力学难题分析

成都科技大学
水力学教研室
杨凌真 主编

高等教育出版社

封面设计：王 喆

ISBN 7-04-000013-X/TV·1
定 价 3.70 元

水力学难题分析

成都科技大学水力学教研室

杨凌真　主编

高等教育出版社

内 容 提 要

《水力学难题分析》的绝大部分题目选自有关高等院校一九七八年以来历届研究生入学考试的水力学试题，并参考了国内外有关水力学教材编写而成。选编计算题、证明题及思考题共250道左右。内容包括液体的主要物理性质及作用力，水静力学，水动力学的基本原理，液流型态及水头损失，有压管道中的恒定流动及非恒定流动，明渠恒定均匀流及非均匀流，堰闸出流及泄水建筑物下游的水流衔接和消能，液体运动的流场理论渗流相似原理及量纲分析等。书末并附有几套完整的研究生入学考试的水力学试题。选入本书的题目与教材中习题相比，略难一些。编者在解题过程中力图从基本原理出发，希望有助于读者巩固所学理论，也希望有助于读者提高分析、解决水力学问题的能力。本书可作为水利、土建和水动力类各专业人员教、学《水力学》课程的参考书，也可供拟报考硕士研究生者和工程技术人员参考。

水力学难题分析

成都科技大学水力学教研室

杨凌真　主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本850×1168 1/32　印张　13.5　字数　330 000

1987年11月第1版　1988年8月第1次印刷

印数00 001—2,140

ISBN 7-04-000013-X/TV·1

书号15010·0886　　定价3.70元

前　言

《水力学》是水利、土建、水动力类等专业的主要技术基础课。为帮助读者巩固所学的理论，提高运用理论分析并解决实际问题的能力，配合近年来已出版的水力学教材，特编写本书。

本书内容绝大部分选自有关高等院校自一九七八年以来历届研究生入学考试的试题，在成都科技大学水力学教研室编写的“历届研究生入学考试题解”的基础上作了较大的修改和补充，并增添了编者在教学实践中积累的资料及国内外有关的习题集中的例题。

习题编排次序基本上按照成都科技大学吴持恭主编、一九八二年出版的高等学校教材《水力学》（第二版）的顺序。

在解题过程中，力图从基本原理出发，通过分析求得解答，希望对提高读者分析、解决问题的能力能有所帮助。

为了使读者对研究生入学考试水力学试题的要求和分量有所了解，特在本书最后列举了几套完整的试题。

本书采用国际单位制。

在本书编写过程中，承河海大学，武汉水利电力学院及陕西机械学院提供了历届研究生入学考试试题，同时得到清华大学，大连工学院，西南交通大学，天津大学等院校的大力支持，在此表示诚挚的感谢。

本书由杨凌真、宋定春、刘曼霓分工执笔编写，由杨凌真主编。吴持恭教授、梁曾相教授和赵文谦副教授对送审稿作了具体修改。在编写过程中得到教研室同志的大力协助，谨此表示感谢。

限于编者水平，书中缺点和错误在所难免，希望读者提出批评和指正。

编　者

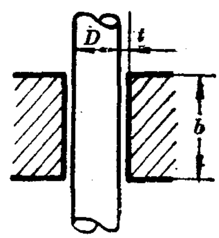
一九八六年三月

目　录

一　计算题及证明题

I、液体的主要物理性质及水静力学

1　一滑动轴承，轴的直径$D=15$cm。轴承宽度$b=25$cm，间隙$t=0.1$cm，其中充满润滑油，当轴以转速$n=180$r/min正常旋转时，已知润滑油的阻力损耗的功率为12.7W，求润滑油的粘滞系数μ为多大。



题1图

解：

轴面流速

$$v=\frac{\pi Dn}{60}=\frac{3.14\times0.15\times180}{60}$$

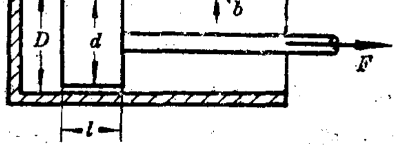
$$=1.415\ \text{m/s}$$

由于间隙t很小，轴转动时，可认为润滑油作层流运动，流速近似为直线分布，则速度梯度为

$$\frac{du}{dy}=\frac{v}{t}=\frac{1.415}{0.001}=1415\quad \text{m/s·m}$$

摩擦力　$F_\tau=\mu\dfrac{du}{dy}\cdot A=\mu\dfrac{du}{dy}\cdot\pi Db$

损耗功率　$N=F_\tau v=\mu\dfrac{du}{dy}\cdot\pi Dbv$



题2图

移项整理的粘滞系数

$$\mu=\frac{N}{\pi Dbv\frac{du}{dy}}$$

$$=\frac{12.7}{3.14\times0.15\times0.25\times1.415\times1415}$$

$$=0.054\quad N\cdot s/m^2$$

2 某活塞油缸，油缸直径$D=12$cm，活塞直径$d=11.96$cm，活塞长$l=14$cm，间隙中充满$\mu=0.065N\cdot s/m^2$的润滑油，若施于活塞的力$F=8.43$N，试计算活塞移动的速度u为若干？

解:

因为间隙之间的距离很小，只有$\frac{1}{2}(D-d)=0.02$cm，所以，可以认为是层流运动，其粘滞力服从牛顿内摩擦定律

$$F=\mu A\frac{du}{dy}$$

活塞与润滑油的接触面积为

$$A=\pi\cdot d\cdot l$$

$$\therefore\qquad F=\mu\cdot\pi\cdot d\cdot l\frac{du}{dy}$$

$$\mu\cdot\pi\cdot d\cdot l\cdot du=F\cdot dy$$

两边积分，得（因dy很小，近似认为u按直线分布）

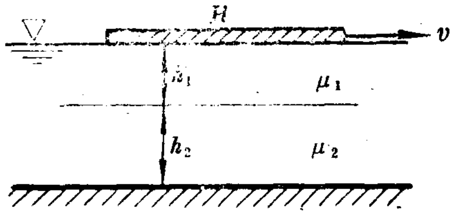
$$\mu\cdot\pi\cdot d\cdot l\cdot u=F\times\frac{1}{2}(D-d)$$

$$u=\frac{F\cdot(D-d)\times\frac{1}{2}}{\mu\cdot\pi\cdot d\cdot l}$$

$$=\frac{8.43\times0.02\times10^{-2}}{0.065\times3.14\times0.1196\times0.14}$$

$$=0.494m/s$$

3 图示液面上有一面积$A=1200cm^2$的平板H，以$v=0.5$ m/s的速度作水平移动，形成平行板间液体的层流运动，平板下液体分两层，它们的动力粘滞系数与厚度分别为$\mu_1=0.142N\cdot s/$



题 3 图

m^2，$h_1=1.0mm$；$\mu_2=0.235N\cdot s/m^2$，$h_2=1.4mm$，试绘制平板间液体的流速分布图和切应力分布图，并计算平板H上所受的内摩擦力F。

解:

平板间为层流，其切应力服从牛顿内摩擦定律，即$\tau=\mu\times\frac{du}{dy}$，表面液层速度等于平板移动速度。设在液层分界面上，流速为u，切应力为τ，因h_1，h_2很小，近似认为流速按直线分布。

上层液体的切应力 $\tau_1=\mu_1\frac{v-u}{h_1}$

下层液体的切应力 $\tau_2=\mu_2\frac{u-0}{h_2}$

因液面平板H平移带动两层液体运动，使液层分界面上所产生的切应力是相等的，故

$$\tau=\tau_1=\tau_2$$

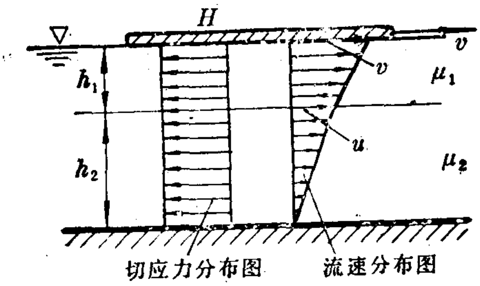
即 $$\mu_1\frac{v-u}{h_1}=\mu_2\frac{u}{h_2}$$

解得 $$u=\frac{\mu_1h_2v}{\mu_2h_1+\mu_1h_2}$$

$$=\frac{0.142\times0.0014\times0.5}{0.235\times0.001+0.142\times0.0014}$$

$$=0.23m/s$$

又因为 $$\tau=\tau_1=\mu_1\frac{v-u}{h_1}=0.142\frac{0.5-0.23}{0.001}$$



解 3 图

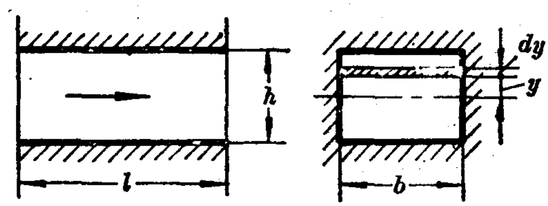
$=38.34\mathrm{N/m^2}$

由此可绘出流速分布图及切应力分布图如解 3 图所示。

平板H所受的内摩擦力

$$
\begin{aligned}
F &= \tau_1 \cdot A \\
&= 38.34 \times 1200 \times 10^{-4} \\
&= 4.6\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

4 推导恒定不可压缩层流运动时，在压差p作用下，通过宽为b，长为l，高h很小的矩形缝隙流量的表达式，并证明边壁切应力$\tau_0=\dfrac{b\mu v}{h}$，式中μ为粘滞系数，v为断面平均流速（略去端部的影响）。



题 4 图

解:

（1）流量表达式

设距中心线距离y的流速为u，增加dy，流速增加du，取长度为l，宽为b，高为$2y$的流体为脱离体，如图示。根据牛顿第

二定律，$\Sigma F_x = ma_x$，由于断面沿程保持不变，$a_x = 0$，即 $\Sigma F_x = 0$

$$p_1 \times 2yb - p_2 \times 2yb - 2\tau \times bl = 0$$

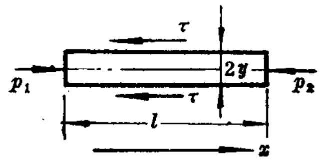
$$\tau = \frac{y}{l}(p_1 - p_2)$$

由于dy增加为正，u 的增量du为负，故 $\tau = -\mu \frac{du}{dy}$ 代入得

$$-\mu \frac{du}{dy} = \frac{y}{l}(p_1 - p_2) = \frac{y}{l} p$$

$$du = -\frac{p}{l\mu} y dy$$

$$u = -\frac{p}{2l\mu} y^2 + c$$



解 4 图

在边壁 $y = \frac{1}{2}h$，$u = 0$ 代入得 $c = \frac{p}{2\mu l} \frac{h^2}{4}$

$$u = \frac{p}{2\mu l}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right)$$

$$Q = \int_A u dA$$

$$= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{p}{2\mu l}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) b dy$$

$$= \frac{pb}{2\mu l}\left(\frac{h^3}{8} - \frac{h^3}{24} + \frac{h^3}{8} - \frac{h^3}{24}\right)$$

$$= \frac{pbh^3}{12\mu l}$$

（2）证明边壁切应力 $\tau_0 = \frac{b\mu v}{h}$

断面平均流速 $v = \frac{Q}{A} = \dfrac{\frac{pbh^3}{12\mu l}}{bh} = \frac{ph^2}{12\mu l}$

$$p = \frac{12\mu l v}{h^2}$$

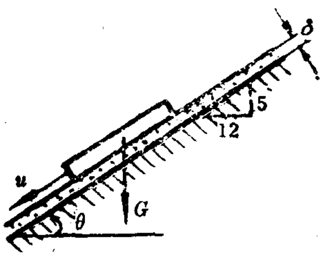
在边壁$y=h/2$，切应力

$$\tau_0=\frac{p}{l}y=\frac{ph}{2l}$$

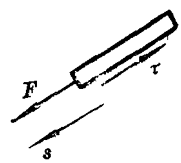
$$=\frac{h}{2l}\cdot\frac{12\mu lv}{h^2}$$

$$=\frac{b\mu v}{h}$$

5 一底面积为$40\times45\text{cm}^2$，高为1 cm的木块，质量为5 kg，沿着涂有润滑油的斜面向下作等速运动，如图所示，已知木块运动速度$u=1\text{ m/s}$，油层厚度$\delta=1\text{ mm}$，由木块所带动的油层的运动速度呈直线分布，求油的粘滞系数。



题 5 图



解 5 图

解:

木块向下作等速运动，s方向的加速度$a_s=0$，它带动的油层运动速度呈直线分布$\frac{du}{dy}=\frac{u}{\delta}$，取如图示的控制体，产生等速向下的作用力$F$．根据牛顿第二定律$\Sigma F_s=ma_s=0$

$$F-\tau A=0$$

$$\tau=\frac{F}{A}$$

式中 $\tau=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{u}{\delta}$

$$F=mg\sin\theta$$

$$\theta=\text{arctg}\frac{5}{12}=22.62°$$

代入上式可得

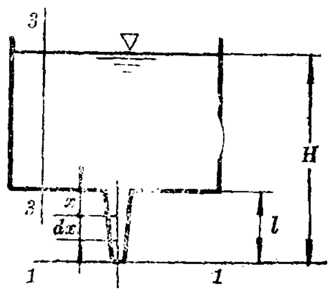
$$\mu\frac{u}{\delta}=\frac{mg\sin\theta}{A}$$

$$\mu=\frac{mg\delta\sin\theta}{Au}$$

$$=\frac{5\times9.8\times1\times10^{-3}\times\sin22.62^{\circ}}{40\times45\times10^{-4}\times1}$$

$$=0.105\text{N}\cdot\text{s/m}^2$$

6 容器中的粘性液体自小管流出，水头保持不变，管内为层流，小管断面沿程线性变化，进口直径为2.9mm，出口断面直径为2.8mm，小管长为20mm，已知$H=103$mm 在400s内液体流出量为200cm³，试确定液体粘滞系数的大小。



题 6 图

解:

经过管道的流量

$$Q=\frac{200\times10^3}{400}=500\text{mm}^3/\text{s}$$

管道出口流速

$$v_1=\frac{Q}{\frac{1}{4}\pi d_1^2}=\frac{500}{\frac{1}{4}\times3.14\times2.8^2}$$

$$=81.2\text{mm/s}$$

管道进口流速

$$v_2=\frac{Q}{\frac{1}{4}\pi d_2^2}=\frac{500}{\frac{1}{4}\times3.14\times2.9^2}=75.7\text{mm/s}$$

设管道出口直径为d_1，进口直径为d_2，距管道进口为$x$mm的距离，直径为d。根据小管断面沿流程线性变化，可得

$$d=d_2-2kx$$

式中 $k=\dfrac{d_2-d_1}{2l}=\dfrac{2.9-2.8}{2\times20}=0.0025$

以1-1断面为基准面，写3-3、1-1断面的能量方程

$$H=\frac{\alpha v_1^2}{2g}+h_w$$

$$h_w=H-\frac{\alpha v_1^2}{2g}$$

$$=103-\frac{1\times 81.2^2}{2\times 9.8\times 10^3}$$

$$=102.66\text{mm}$$

$$h_j=\zeta\frac{v_2^2}{2g}=0.5\times\frac{75.7^2}{2\times 9.8\times 10^3}=0.146\text{mm}$$

$$h_f=h_w-h_j=102.66-0.146\approx 103\text{mm}$$

根据沿程水头损失达西公式，dx管段

$$dh_f=\lambda\frac{dx}{d}\frac{v^2}{2g}$$

管中是层流，$\lambda=\frac{64}{\text{Re}}=\frac{64\nu}{vd}$代入上式

$$dh_f=\frac{64\nu}{vd}\frac{dx}{d}\frac{v^2}{2g}=\frac{32\nu}{d^2}\frac{v}{g}dx$$

$$=\frac{32}{d^2}\frac{\nu}{g}\frac{Q}{\frac{1}{4}\pi d^2}dx$$

$$=\frac{128\nu Q}{\pi g d^4}dx$$

$$h_f=\frac{128\nu Q}{\pi g}\int_0^l\frac{dx}{(d_2-2Kx)^4}$$

$$=\frac{128\nu Q}{\pi g}\cdot\frac{1}{6K}\left[\frac{1}{(d_2-2Kl)^3}-\frac{1}{d_2{}^3}\right]$$

$$=\frac{128\times\nu\times 500}{3.14\times 9.8\times 10^3}\times\frac{1}{6\times 0.0025}$$

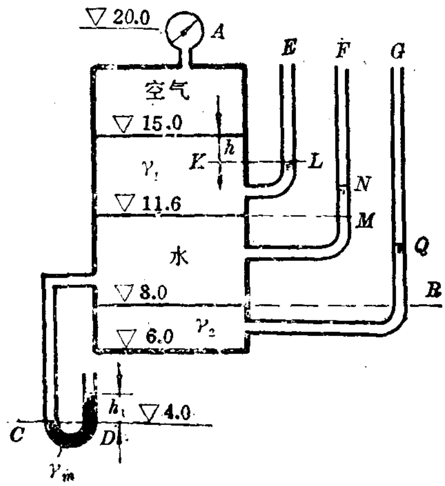
$$\times\left[\frac{1}{(2.9-2\times 0.0025\times 20)^3}-\frac{1}{2.9^3}\right]$$

$$=0.631\nu$$

$$\nu=\frac{h_f}{0.631}=\frac{102.51}{0.631}$$

$$=162.4\mathrm{mm^2/s}$$
$$=1.62\mathrm{cm^2/s}$$

7　由真空表A中测得真空值为17200N/m^2，各高程如图示，空气重量忽略不计。$\gamma_1=6860\mathrm{N/m^3}$，$\gamma_2=15680\mathrm{N/m^3}$，试求测压管$E$、$F$、$G$内液面的高程及U形测压管中水银上升的高差$h_1$的大小。



题 7 图

解：

因空气容重较小，故真空表读数可代表高程为15.0处的压强，$p_A=-17200\mathrm{N/m^2}$。

因$K-L$为等压面，故K点压强也为大气压强，即$p_K=p_a$

又∵　　$$p_K=p_A+\gamma_1 h$$

故　　$$p_a=p_A+\gamma_1 h$$

$$h=\frac{p_a-p_A}{\gamma_1}=\frac{17200}{6860}=2.5\mathrm{m}$$

所以测压管E内液面高程为$15-2.5=12.5\mathrm{m}$

M点的压强为

$$p_M=p_A+(15.0-11.6)\cdot\gamma_1$$

由测压管F可看出　　$p_M=\gamma\cdot h_{MN}$

故 $$\gamma h_{MN}=p_A+3.4\gamma_1$$

$$9800h_{MN}=-17200+3.4\times6860$$

$$h_{MN}=\frac{6124}{9800}=0.62\text{m}$$

所以测压管F内液面高程为

$$11.6+0.62=12.22\text{m}$$

R点的压强为

$$p_R=p_M+\gamma(11.6-8.0)=\gamma_2 h_{QR}$$

故 $$\gamma_2 h_{QR}=p_M+\gamma(11.6-8.0)$$

$$15680h_{QR}=6124+9800\times3.6=41404$$

$$h_{QR}=2.64\text{m}$$

故测压管G内液面高程为

$$8+2.64=10.64\text{m}$$

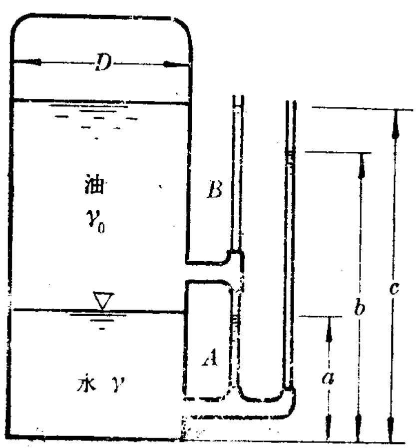
U形测压管内CD面为等压面，故有

$$\gamma_m h_1=p_R+\gamma(8.0-4.0)$$

$$13.6\times9800h_1=41404+9800\times4$$

$$h_1=0.605\text{m}$$

8 在直径$D=0.4$m的圆柱形澄清液体的桶中，油与沉淀的



题 8 图

水之间的分界面借玻璃管A来确定，油的上表面借玻璃管B来确定。试计算：（1）假若$a=0.5$m，$b=1.6$m，桶内的水和油各为若干（油的比重为0.84）？（2）假若$a=0.2$m，$c=1.4$m，$b=1.2$m，油的单位体积的重量为多少？

解：

（1）计算桶内的水和油各为多少重量

水的体积 $$V_W=\frac{\pi D^2}{4}\cdot a$$

水的重量 $$G_W=\gamma\cdot\frac{\pi D^2}{4}\cdot a$$

油的体积 $$V_0=\frac{\pi D^2}{4}(c-a)$$

油的重量 $$G_0=\gamma_0\cdot\frac{\pi D^2}{4}(c-a)$$

容器内底面处的压强

$$p=\gamma\cdot b$$

或 $$p=\gamma_0\cdot(c-a)+\gamma\cdot a$$

即 $$\gamma\cdot b=\gamma_0\cdot(c-a)+\gamma\cdot a$$

整理得

$$c=a+\frac{\gamma(b-a)}{\gamma_0}$$

油的重量

$$G_0=\gamma_0\cdot\frac{\pi D^2}{4}\cdot\left[a+\frac{\gamma(b-a)}{\gamma_0}-a\right]$$

$$=\frac{\pi D^2}{4}\cdot\gamma\cdot(b-a)$$

$$=\frac{3.14\times0.4^2}{4}\times9800\times(1.6-0.5)$$

$$=1354\text{N}$$

水的重量

$$G_W=\gamma\cdot\frac{\pi D^2}{4}\cdot a=9800\times\frac{3.14\times0.4^2}{4}\times0.5$$