初等材料力學

伊凡諾夫著　羅立譯

機械工業出版社

著 者 序

本書只是想對材料力學這門廣闊的科學做一個簡短的介紹。它的對象是中等技術學校的學生和想在最短時間內學會幾種强度計算方法的同志。

我是假定本書的讀者不懂得微積分，所以只用基本數學來引證公式。

為了不要增加本書的篇幅，書中只引用了不多的例題和習題來解釋理論。除此以外，還給讀者們準備了一些習題，以供自學者練習之用。希望讀者能不斷地鑽研理論和習題，使自己逐漸和這門科學熟悉起來。閱讀本書的時候，最好不要只看插圖死記公式。必須用筆在紙上把所有的圖重新畫過，所有的公式再重複演算一遍。假如照這辦法去做，那些錯綜複雜的推論自會變得清晰而明瞭。

本書再版時，曾經仔細地把全文重新校閱過。改正了初板中的錯誤和誤排的地方。修改了許多節裏的插圖和說明，並且附上習題的答案。

在這裏謹向對本書提過意見因而幫助本書改進的那些讀者致謝。

讀者對本書的希望和意見，對著者有特別珍貴的價值，謹於事先向他們致謝，並且請按照發行所的地址（莫斯科，奧爾利高夫大街3號）寄下。

H.伊凡諾夫　莫斯科　1948年4月

目　次

第一章　概　論

1 彈性體和材料力學基本問題的概念　理論力學在研究各種問題時，認爲物體受到力的作用，不管這個力的大小怎樣，物體的形狀是不改變的。這種理想的物體，可以說是絕對堅硬的。在這種被簡化了的物體性質之下，存在於實際物體中的許多有關平衡和運動的問題，也就可以得到了完滿的解決。如圖1，設在金屬線 AB 和 BC 上，掛着一盞重量爲 G 的路燈，如果我們把 G 力沿着金屬線的方向分解（用力的三角形來分解，如附圖所示），就不難把 N 力求出，可以想到這 N 力將會把金屬線拉長。

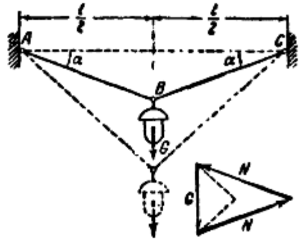

圖　1

假使我們把金屬線截斷，並在截斷的地方接上彈簧秤（測力計），可以看到所得的力和用靜力學求出來的力的大小相同。

假如我們用圖中所示的方法來懸掛路燈的時候，不可避免地要碰到下列的問題：（1）應該採用什麼材料的金屬線，（2）線的直徑應該有多大才能足够抵抗拉力。因爲經驗告訴我們，假使加在物體上的力增大到某一個定值的時候，即使分子間有着很大內聚力的材料，也會發生拉斷、壓碎或者破裂的現象。這樣，就發生了研究結構中各部分强度的問題；這問題不是由靜力學所能解決的。因爲，實際物體的各種性質中，一般力學只考慮到物體的幾何性質、質量、慣性和實際上不存在的絕對堅硬性——一種能抵抗任何大小力的作用，而形狀不變、不受損壞的性質。

在上面的例子裏，金屬線裏的力能不能求得正確，要看這條線在工作時是不是符合於絕對堅硬性的假定；也就是說，線的長度有沒有改變。如果在路燈重量的載荷下，金屬線伸長得極少，那麼線和水平線

間所夾成的 α 角，實際上可以說是沒有改變。這時候用力的多邊形方法可以求得 N 力的正確數值。如果線被拉長而下垂得很厲害（如圖中虛線所示的位置），那麼 N 力和上面所求得的就完全不同。在這種情形下，我們畫出力的多邊形求得繩中的拉力，比較把金屬線認爲是絕對堅硬時所求得的力顯然要小些。當金屬線的直徑相當大，而又是用伸長極少的材料所製成的；同時路燈的重量也不大時，這條線的工作情況和絕對堅硬物體的工作情況就很相近，用靜力學求出的結果也就和實際上的相差極少。如果路燈的重量相當大，線的直徑很小，而用的材料又是當受到不大的載荷時就會被伸長的，那麼由於金屬線傾角改變得很大，用靜力學的方法求得的結果，實際上是不準確的。我們時常聽到或者在報紙上看到建築物、橋樑和機器的損毀，常常使數百人罹難，並且還帶來了巨大的損失，因此，詳細研究關於强度的問題是十分重要的。

從上面懸掛路燈的例子裏，明顯地說明了要正確解決强度問題，只靠靜力學和一般理論力學的知識是不够的，還需要運用物體材料性質的知識來補充才可。

當做試驗的時候，首先我們發現加在物體上的任何外力（以後叫做載荷），無論它是多麼小，都會使物體的形狀發生變化。這是因爲物體的分子受到載荷的作用，而改變了位置的結果。物體形狀的改變，和其分子位置的改變叫做變形。

我們緊壓擦字用的橡皮，或者把規尺輕微彎曲一下，就會使這兩種物體產生了變形。引起變形的載荷消除後，我們可以看到這些物體又恢復到原來的形狀。物體隨着使其變形的載荷的消失而恢復它原來的形狀，這種特性叫做彈性。

假使變形的物體，當載荷消失後能完全恢復它原來的形狀，這種變形叫做可以消失的變形通常叫做彈力變形。反之，例如規尺受到劇烈的彎曲，整個或者其中的一部分產生了永久的變形，這種變形叫做永久變形或者非彈性變形或者可塑性變形。

有很多物體如鋼、銅、木材等，在一定限度內可以認爲是完全彈性體。沒有彈性的物體叫做非彈性體。

完全非彈性體和完全彈性體，實際上是同樣地都不存在。載荷加在彈性體上，這物體就產生了變形。因爲當外力作用在一個物體上的時候，這物體分子的位置就在改變着，一直到物體內部分子之間所產生的力能和載荷平衡爲止。

如圖 2，一個長度是 l 的物體，受到沿軸線方向的 P 力作用而產生了 Δl 的絕對伸長。假使位於和物體軸線平行的一條直線上的分子 A 和 B，當物體伸長的時候被互相分開，移到圖中虛線所示的位置 A_1 和 B_1，那麼物體裏面分子之間就產生了有互相趨攏傾向的內力。

同理如圖 3，當長 l 的物體被壓縮而產生了 Δl 的絕對縮短，這時物體裏面分子之間因爲互相擠緊就產生了推拒力。

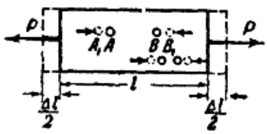

圖 2

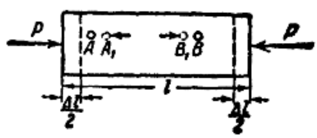

圖 3

物體沒有受到載荷的時候，內力是處於平衡的狀態，所以沒有明顯表現出來。當受到載荷的時候，物體內分子的位置就有改變。這樣，就要耗費功能以克服分子因改變位置所生的阻力。假使載荷不超過各種材料的各個不同的一定限度，這種功能就以位能的形態貯蓄在變形中。如果使物體產生變形的力減小或者物體已經完全不再受這種力的作用，那麼由於物體裏面分子間相互作用的影響，物體將恢復到原來的形狀，同時放出所貯蓄的能量。例如開鐘錶或者開留聲機的時候，使它們的發條變了形，開發條所做的功就以位能的形態貯蓄在發條裏。發條開好後，它一面張開，一面放出貯蓄的能量，這樣就推動了鐘錶和留聲機的機件。

物體因爲形狀的改變，就產生了內力，以平衡外力的作用，這種內力叫做彈力。

有時物體所受的載荷非常大，物體中分子間的位置改變很厲害，以致失去了相互間的聯繫。這時候，物體被破壞了，分裂成兩半或者破碎

成許多塊。有時物體受到很大的載荷，雖然載荷沒有大到使物體遭到如前面所述的破壞的程度，但也會產生永久的變形。總而言之，這幾種現象在建築物和機器上都是絕對不允許發生的。舉幾個很淺顯的例子，例如脚踏車鏈條鬆脫的討厭現象，和傳動皮帶在皮帶輪上發生滑動的現象，就是因爲車鏈條和皮帶受過很大的張力以後產生了永久伸長變形的結果。

所以，除了要正確決定機器和建築物各部分强度外，經驗證明決定物體各部分尺寸的大小和計算變形的多少也是很重要的，要使它們不超過預定的範圍。此外，當求作用在物體任何一部分上的載荷，只靠靜力學的方法不能解決的時候（例如在圖1中假定金屬線被劇烈伸長，求線中作用力的問題），決定變形的方法也是很重要的。

不論那一部門、那一職位的工程師，在粗估問題的時候，必須注意到下列三項互相有密切關係的基本問題：

（1）已知作用在建築物或機器上任何部分的載荷，要找出代表鄰近各部分對於這部分的反作用力。這個問題只用一般力學就可以解決了。但是在很多場合中，爲了解決這問題還必須考慮到本部分和鄰近部分的變形。

（2）已知某部分的載荷和反作用力，要決定這部分的形狀和大小的改變，除了必須熟知製成這部分的材料的性質以外，還要用到關於載荷在任何方式下所引起的變形的知識。

（3）已知作用在某一部分上的所有載荷，要找出這部分各個不同點上，所產生彈力的大小；特別是找出彈力達到最大值的各點。這部分的强度就可以由這個最大值來決定。

解決這類問題的科學，就是大家都知道的材料力學。這門科學的主要目的，是告訴工程師們應該怎樣決定建築物和機器各部分的尺寸，使它們能够堅固耐用。簡單地說可以引用基爾畢喬夫教授所下的定義：材料力學是研究建築物和機器各部分强度的科學。

材料力學這一門科學，一方面是利用力學的結論，從理論上構成彈性體和作用在該物體上的載荷的平衡；一方面是利用試驗來研究物體

的物理性質，以便檢査自己所作的假定和所得的結論。

材料力學的創始者是伽利略，他在‘論兩種新科學’的‘問答’中，奠立了這門科學的基礎。

2 彈力的求法 因爲彈力（內力）是受載荷作用的結果，因此，在開始決定彈力以前，必須先找出作用在這物體上的全部載荷以免造成在觀察中遺漏某力的大錯誤。

由於一些物體的許可變形非常微小，我們可以粗略地認爲它是絕對堅硬的，所以可以用靜力學的規則來解決作用在這物體上的力的問題。在圖 1 中我們就是用靜力學的規則求出金屬線中的作用力。

再舉一個例子，假定有截面爲正方形的棒，左端固定在牆中，而在棒的右端受到通過重心 P 力的作用（如圖 4），那麼這個力就會使棒伸長。現在如果有一根和上面所述完全相同的棒，但是受力情形如圖 5 所示，就是在棒的兩端都受有 P 力的作用。這 P 力和作用於一端固定在牆的棒上的 P 力相等。初學材料力學的人遇到‘那一根棒所處的情况比較危險’這樣的問題時，往往回答道：當然是第二根了。因爲他們認爲第二根受到兩力的作用，而第一根卻只受到一力的作用。如果在回答問題以前，把全部作用在第一根棒上的力都弄清楚，再應用平衡的條件，並且如普通解答問題一樣，不把物體的重力考慮進去，那麼無疑的，兩棒所處的情况是完全相同的。至於不把重力考慮進去的原因，以後再說明。

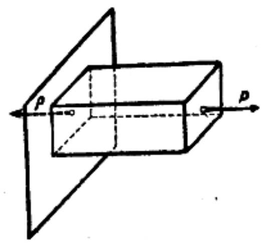

圖 4

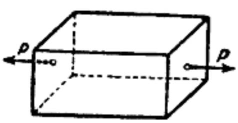

圖 5

事實上，圖 5 所示的棒，受到沿軸線❶ 方向相反的力，是處在平衡狀態的。圖 4 所示的棒當只受到加在它右端的 P 力作用時，是沒有處在

❶ 棒軸線是一根通過所有橫截面重心的線。

平衡狀態的。只有當我們把牆的反作用力也考慮進去的時候，圖 4 的棒才也是處在平衡狀態的。我們可以求得這個反作用力（如圖中用虛線所表示的）恰好和 P 力相等，它的作用方向向左。這樣同時看圖 4 和圖 5，就很容易看出兩棒所處的情況是完全相同的。

爲了避免誤會起見，應該注意圖 2、3、4、和 5、中所示的力都是加在一點上。我們設想每一加在平面的重心上的力，它的作用都是平均分佈在整個平面上的任何一點。這樣，P 力好像是作用在這平面上許多相等而平行的力的合力。我們採用這樣的假定，就是爲了使圖形簡化。這種表示的辦法在以後研究張力和壓力的時候將會用到的。

如果把靜力學中的規則，應用到彈性體上的時候，應該注意到在有些計算中，用合力代替許多力和力的平移都是絕對不許可的，因爲這樣會改變了棒的各部分所處的情況。例如圖 6 所示，只要 P 力的方向沿棒軸線不變，它加在棒的任何地方不論是截面 $abcd$、$efgk$ 或是其他地方，從靜力學的觀點上看來是完全沒有差別的。因爲我們只是把力沿着力作用的方向平移，所以仍舊保持着平衡的狀態。然而不難看到，在某一種情形下，整個棒都伸長了，而在另一種情形下僅棒的左面部分被伸長。

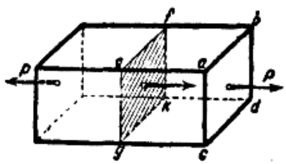

圖 6

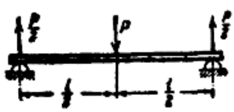

圖 7

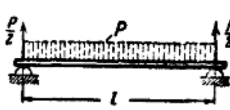

圖 8

同樣情形，當集中載荷 P 作用在棒的中點時（圖 7），棒所產生的變形，和如圖 8 所示棒受沿它的長度平均分佈的均勻載荷 P 而產生的變形是不相同的。至於兩棒支點上的反作用力，在這兩種不同情形的載荷下則是相等的。因此，在求反作用力的時候，用合力代替平均分佈的力是很正確的。

許多力作用在一根棒上，如果我們已經知道這根棒是處於平衡狀

態，或者求出了要達到平衡還缺少的力以後，應用截面法可以求出彈力的大小。截面法的能够成立是因爲：整個物體是處在平衡狀態中，所以從它中間取出任何一部分，假使這部分所受到的力，和當它還是物體組成的一部分時所受到的力相等，那麼這部分也必定是平衡的。沿着和棒的軸線垂直的平面切下（如圖9所示），我們來研究它的左面部分的平衡狀態。可以看出，該部分受到了使它向左的外力 P 的作用。假如在 mn 截面的右邊上，有一個和 P 相等方面相反的作用力加在該棒的左部分上，那麼，依照以上所述，則棒的左部分是處在平衡狀態中。這個作用力，就是棒內部分子間所生的作用力（如圖9下部所示），使棒的左部分得到了平衡。這個 mn 截面上分子間所生的作用力就是彈力，它的方向向右，大小和 P 力相等，並且通過 mn 截面的重心。

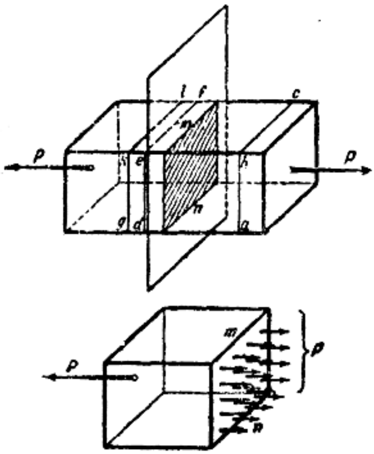

圖 9

顯然這個結論是從靜力學規則的基礎上求得的。在 mn 截面上的彈力可能有着各種不同的分配方式，但是，只要彈力的合力和 P 力相等，作用的方向是沿着棒的軸線，就都能滿足於平衡條件的。在這裏可以很明顯地看出即使在最簡單的問題裏決定作用在截面任何一部分上彈力的問題，都是靜力學不能解決的。所以我們必須用一種補充的假設，來確定彈力分佈的規則。

棒的横截面受到載荷的作用以後，仍然保持着平面的形狀，這是最簡單和最近似合理的假定（即平截面的假定）。和別的假定一樣，我們應當儘可能地把它證實。我們可以做這樣的試驗，爲了便於觀察起見，我們在一橡皮棒的側面上劃上許多條平行線，如圖9中的 abc、def、gkl 等。

然後在這棒上加力(如圖中所示)，這時我們可以看到因爲棒伸長的結果,使這些平行線間的距離增加了,但是它的本身還是保持着直線。這種現象只有當直線上各點所受的彈力相等時才可能發生。否則受力大的地方變形也大,直線就要彎曲了。因爲沒有任何理由可以設想棒的內部所發生的彈力的分佈,和棒表面上各點彈力的分佈有什麽不同,所以可以認爲棒內部在所研究的截面上,彈力是密集地(就是作用於截面上的每一點)而且均匀地分佈着。

假使被伸長的棒是用細長而直的纖維所構成的,這時候,棒中所有的纖維必定受到同等的載荷,產生同樣大小的伸長。如果其結果不是這樣,那麽這個截面就要彎曲了。

加在棒上的載荷愈大,那麽在橫截面上的彈力也愈大。因此,可以說:彈力和載荷相等。

3 應力 爲了使我們可以很方便地判斷物體受伸張載荷後所產生彈力的大小,我們把作用在橫截面上的彈力分佈在這截面的面積上,也就是構成了如下的關係

$$\frac{\text{彈力}}{\text{橫截面積}}。$$

這關係使在各種伸長的情形中，彈力可以不論截面積的大小和形狀以及張力的大小如何,而有了互相比較的可能。例如有兩根棒,一根是圓形的棒,它的橫截面積是2平方公分,承受重1000公斤的載荷;另一根是正方形的,橫截面積是3平方公分,載荷是3000公斤。在前一根棒中,每平方公分橫截面積上，產生500公斤的彈力，而第二根棒的彈力是每平方公分1000公斤。所以第二根棒比第一根棒所受的力要大。假使兩棒的材料相同，那麽我們可以相信，第二根棒一定比第一根棒先壞。

單位橫截面積上所有的彈力的大小叫做應力

$$\frac{\text{彈力}}{\text{橫截面積}}=\text{應力}。$$

我們以P代表張力,其大小以公斤來表示;以F代表橫截面積,其大小以平方公分來表示,但有時也有用平方公厘來表示的。

應力在伸張的情况下，其方向顯然和 P 力平行。也就是說其作用方向是垂直於截面；照數學上的說法，就是和截面成法線方向，所以叫做法線方向應力，用希臘字母 σ（音'西格瑪'）來表示。

在伸張狀况下，法線方向的應力可以寫成

$$\sigma=\frac{P}{F}\text{公斤}/\text{公分}^2\ (\text{公斤}/\text{公厘}^2)。\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(1)$$

顯然，在任意一截面上，公斤/公厘^2 表示的應力，總比公斤/公分^{2}表示的應力小 100 倍，所以應力 1000 公斤/公分^2 和應力 10 公斤/公厘^2 相等。

當應力還沒有達到該材料已知的極限值時，物體是不會破損的。物體開始破壞時的應力叫做極限强度用 $\sigma_{пч}$ 來表示。

顯然在建築中，絕對不可以把應力取得和極限强度相近或者相等，因爲在平常對作用力的計算可能不十分準確；應力取得和極限强度相近，就不能保障建築物的安全。實際上，應力的只選用其極限强度的幾分之一，這個叫做許用應力，我們用$[\sigma_p]$來表示。

$$[\sigma_p]=\frac{\sigma_{пч}}{k}。\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(2)$$

k 數，叫做安全係數，安全係數的選擇方法在§ 32 中說明。

例 1 橫截面積 $F=4$ 平方公分的鋼條受張力 $P=4$ 公噸；假定製成這鋼條的鋼料的極限强度爲 $\sigma_{пч}=4000$ 公斤/公分^2，試求這鋼條工作時的安全係數。

解 先求出鋼條的許用應力。因爲公式（1）中的 σ 在本題情况下和許可應力一樣，所以可用$[\sigma_p]$來表示。

$$[\sigma_p]=\frac{P}{F}=\frac{4000}{4}=1000\ \text{公斤}/\text{公分}^2。$$

（注意：公式中的力是用公斤做單位，本題中所給的條件中是用公噸做單位）。

代入公式（2）得

$$k=\frac{\sigma_{пч}}{[\sigma]}=\frac{4000}{1000}=4。$$

所以，這鋼條工作時的安全係數是 4。

第二章 伸張和壓縮的基本公式

4 基本公式 如果有一根棒，它的長是 l，横截面積是 F(圖10)。我們沿它的軸心方向加以張力，假定所加的力是均匀地分配在截面上，也就是說棒的縱向纖維受到均等的載荷，而且得到了同樣的變形。棒原來的長度是 l，受到張力的作用以後，長度增加了 Δl，而横截面積就减小了。

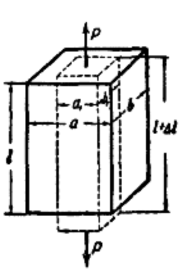

圖 10

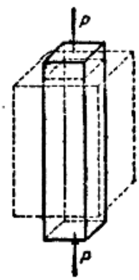

圖 11

如果所有之力的方向相反(如圖11)，同時棒的長度和它的横截面大小比較起來顯得很短，那麼棒就會被壓縮，原長 l 減小了 Δl，而横截面積就增加了。

當棒的長度和它的横截面大小比較起來顯得很長的時候(如圖12)，壓縮力就會使棒發生如圖 12 虛線所示的彎曲，而不是把它壓縮，這種情形將在本書最後幾章說明。

長度增加的量就是絕對伸長量減小的量，就是絕對縮短量，它和長度的比叫做張應變或壓應變，我們用 ε 來表示它。

$$\frac{\Delta l}{l}=\varepsilon。\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

圖 12

應變是無名數。

由公式(1)我們知道物體伸長時受到的應力 $\sigma=\frac{P}{F}$，根據這個公式，也可求得壓應力。因爲第三節所討論的同樣適用於物體受到壓縮時的情形（作一壓縮力的圖就可以知道)。

科學家虎克(1676年)發現了一個正確的定律，就是‘當

應力沒有達到一定的限度以前，應力和應變成正比例，如果用算式寫出就是

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

把公式（1）和（3）中的 σ 和 ε 代入（4）式

$$\frac{P}{F} = E \cdot \frac{\Delta l}{l},$$

從上式我們可以求得

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F}, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

就是說：物體的伸長和張力、長度成正比；和它的橫截面積及 E 值成反比。

如果載荷 P 增大至2倍、3倍等，那麼絕對伸長也同樣地增大了2倍3倍等。因爲公式（5）是虎克定律公式（4）的結果，所以可以說，在這個定律應用範圍內，伸長和載荷是成正比的。

從數學的觀點來看，伸長和壓縮在應力和變形上僅是符號的差別，所以關於壓縮方面，只在必要時（如述及物理現象方面時），才作必要的說明。

5 彈性模數 由公式（5）可以知道在其他因素一定的時候，E 值越大，伸長（或縮短）就越小。E 值就是表示材料抵抗變形的能力，也就是材料的剛性。它又叫做第一種彈性模數。

由公式（4）看到，σ 的單位是 公斤/公分^2 或 公斤/公厘^2，ε 是無名數，所以 E 的單位也是 公斤/公分^2 或 公斤/公厘^2。彈性模數可由試驗求得，從公式（5）得

$$E = \frac{P \cdot l}{\Delta l \cdot F}。$$

這樣，把用試驗方法求出的等號右面的值，代入上式就可以求得 E 值。鋼的彈性模數在伸張和壓縮時是相等的。

例 2 有一鋼棒，橫截面積是20公厘×10公厘，受4公噸的張力後，伸長0.2公厘，棒長是20公分，求這個材料的彈性模數。

解 把已知的橫截面積 $F = 20 \times 10 = 200$ 公厘^2 $= 2$ 公分^2，拉力 $P = 4$ 公噸 $= 4000$ 公斤，長 $l = 20$ 公分，伸長 $\Delta l = 0.2$ 公厘 $= 0.02$ 公分，

代入公式(5)求得

$$E=\frac{P\cdot l}{\Delta l\cdot F}=\frac{4000\times 20}{0.02\times 2}=2000000\ 公斤/公分^2。$$

由於大多數材料的 E 值都是很大的（數百萬或數十萬 公斤/公分²）所以可用 10 的方幕來表示，上例就可以寫成

$$E=2000000\ 公斤/公分^2=2\times 10^6\ 公斤/公分^2。$$

各種材料的 E 值都不一樣。嚴格地說來，甚至同樣材料也不完全一樣。

在實際上遇到的大部分問題中，可以採用下列比較近似的 E 值：

碳鋼…………$2\times 10^6\sim 2.2\times 10^6$ 公斤/公分²。 銅………………1×10^6 公斤/公分²。
木材………………………1×10^5 公斤/公分²。 橡皮……………… 10公斤/公分²。

6 比例限度 應力漸漸增大，超過某一限度後應力和所對應的應變就不再適合虎克定律了，這個限度叫做比例限度。用 $\sigma_{пц}$ 來表示。這個限度不但要隨各種材料的性質而不同，而且要隨材料加工的情況而不同，有的材料比例限度很高，例如軟鋼約為 2000 公斤/公分²，其他如鑄鐵、銅則較低。例如鑄鐵在應力還不很大時，就開始不符合虎克定律了。在比例限度以內，應變是非常小的，如碳鋼片 $\sigma 1_{пц}=1800$ 公斤/公分² 時，$\varepsilon=0.0008$，也就是說比鋼片長度的千分之一還小。

材料在其比例限度以內的變形是彈性變形，當外力除去後，變形也就消失了。

7 伸張和壓縮時橫截面積的變化 在第4節內已經講到，棒在伸長時橫截面積要減小，而在壓縮時則增大。如圖 10 所示，a 縮小到 a_1，而 b 縮小到 b_1，則垂直於應力方向的應變是

$$\varepsilon_1=\frac{a-a_1}{a}=\frac{b-b_1}{b},$$

也就是垂直方向尺寸減縮的量對其原來尺寸之比。顯然，垂直方向的應變是平行於應力方向的應變的一部分，就是

$$\varepsilon_1=\mu\cdot\varepsilon, \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

此中 μ 叫做白松比。根據上述公式，同樣可求出壓縮時垂直於應力方向的應變。從試驗求得的數種常用材料的 μ 值如下：

軟木 ……………………………0.0，　鋼……………………………0.25，
橡皮……………………………0.47，　石蠟……………………………0.50。

因爲棒受張力時橫截面縮小，所以要精確地解決某一問題時，不是應該計算一下橫截面的減小量，以及（面積縮小）後棒內的應力嗎？

設有一橫截面積 1 公分 × 1 公分的方棒，加以張力一直到比例限度爲止。我們知道鋼在受到如此大的張力時應變 $\varepsilon = 0.0008$。鋼的白松比是 0.25。從公式（6）可求得

$$\varepsilon_1 = 0.25 \times 0.0008 = 0.0002。$$

棒的橫截面積每邊原爲 1 公分，現在變成

$$1 - 0.0002 = 0.9998 \text{ 公分，}$$

就是減縮了 $^2/_{10000}$ 公分或 $^2/_{1000}$ 公厘，其減縮後的面積是

$$(1-0.0002)^2 = 1 - 2 \times 0.0002 + 0.0002^2 \approx 1 - 0.0004 \text{公分}^2，$$

因此面積減小了 0.0004 公分^2 或 0.04 公厘^2。

這樣看來，減縮的面積和原來的面積 100 平方公厘比起來是很小很小的。實際上，橫截面積可以認爲是沒有變化。壓縮時也是這樣。我們在計算應力時，如假定面積不變，雖有錯誤，但實際上沒有多大影響。

8 棒本身重量對伸張時應力的影響　設有一棒長是 l，橫截面積是 F，垂直懸掛如圖 13 所示。它受本身重量而生伸張。上端固定處受着最大的應力，所以該處截面叫做危險截面。事實上，該處要受着整個棒的重量，而在棒的中間任何截面如 mn 處，則僅受這個截面以下部分的重量的作用。

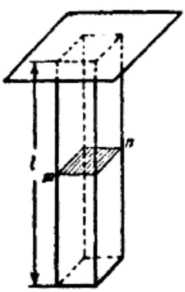

圖 13

材料的單位體積重量，也就是每立方公分有若干公斤以 γ 表示之。所以棒的重量

$$G = Fl\gamma,$$

因此，在最上端的橫截面上所受的應力

$$\sigma = \frac{G}{F} = \frac{Fl\gamma}{F},$$

或　$$\sigma = l \cdot \gamma。 \qquad \cdots\cdots（7）$$

顯然，這個應力和橫截面積的大小是無關的，因爲假使棒的橫截面