

J



T

全国著名特高级教师编写

高中数学解题题典

题典

第四次修订版

JIETITIDIAN
CONGSHU

李盘喜 主编

东北师范大学出版社

T

D

TIDIAN

全国著名特高级教师编写

高中数学解题题典

主编 / 李盘喜

东北师范大学出版社 · 长春



图书在版编目 (CIP) 数据

高中数学解题题典/李盘喜主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2001.5

(解题题典丛书)

ISBN 7-5602-1726-5

I. 高… II. 李… III. 数学课—高中—解题 IV. G634.85

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 21275 号

责任编辑: 陈学涛 封面设计: 李冰彬
责任校对: 刘兆辉 责任印制: 栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号 (130024)
销售热线: 0431-5695744 5688470
传真: 0431-5695734

网址: <http://www.nnup.com>
电子邮件: sdcbbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
沈阳新华印刷厂印装

沈阳市铁西区建设中路 30 号 (110021)
2003 年 6 月第 4 次修订版 2003 年 6 月第 4 版第 2 次印刷
幅面尺寸: 148mm×210mm 印张: 36.75 字数: 1410 千
印数: 556 101—598 100 册

定价: 38.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

本书作者

主 编 编 写	李盘喜				
	于海洋	王友兰	王兴国	王红娟	汪笑梅
	刘 乙	苗 春	马永正	司元举	孙立文
	高立东	黄海燕	张英哲	张慧媛	张晓东
	张雨溪	邱文秀	祝承亮	侯玉臣	隋福林
	隋成田	温志荣	梁清华	赵 君	赵晓玲
	高长山	李 宏	李景秋	李金龙	李 敏
	李盘喜	邓 松	钱 程	师家瑞	孙淑清
	邢昌振	郭殿智	付 英	田晓峰	宋晓辉

出版说明

“小学、初高中各科解题题典”丛书自出版以来，已走过了八个年头，在竞争激烈、强手如林的图书市场中，以不可遏制之势保持着多年的畅销态势，这不能不说是教辅图书销售中的一个奇迹。尽管考试的指挥棒一再变更方向，尽管教材不断更新面孔，但《题典》丛书始终以旺盛的生命力与每一位读者携手共同成长、进步。

新的世纪，新的教学理念，新的考试方向，新的教材，作为广大师生的亲密朋友，我们不可推卸的责任仍然是为中小學生提供质量精良、内容精当的新教辅。基于此，我们对《题典》丛书作了全面的创造性的更新，进行了第四次修订。新的《题典》汲取众家所长，不受教材版本的限制，既保持了原《题典》的多方面优势，又融会了新的教育观念，结合了新的教改形势、中高考走向，更加趋于完备，它会充满活力地继续陪伴在中小學生身旁。新的《题典》具有以下特点：

一、遵循教学大纲，但不拘泥于教学大纲

丛书在编写过程中，本着“遵循教学大纲，但不拘泥于教学大纲”的原则，将小学、初中、高中各科中的知识要点以题解的形式作科学系统的归纳整理，梳理解题思路，培养学生利用已经掌握的知识解决问题和分析问题的能力。在题型设计上，转变过去较注重知识立意的方式，强调能力立意，增加应用型和能力型题型，且不人为地设置难度极大的拔高题，而是循序渐进，步步深入，把握一定的区分度，突出理解、论证、实验能力的考查，并对可能产生疑惑的问题给予科学、详尽的解析，在分析答问中注意使其有利于学生思维的扩展，给学生留有广阔的思维空间。

二、实实在在的点拨，真真正正的实用

在目前的教改形势下，真正实用的教辅书应是对知识体系

2 高中数学解答题典

的牢固掌握与培养创新精神的结合体,《题典》丛书无疑是一套具有多方优势的实用的教辅工具书。

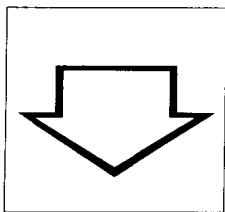
《题典》丛书囊括初高中语文、数学、英语、物理、化学、政治、地理、历史、生物,小学语文、数学各科,共三十余分册。丛书不仅对学生中共性的须掌握解决的问题予以整理、归纳、提炼,而且对部分习题的解题思路作适度、合理的延伸,以丰富学生的思维触角,扩展知识层面。对于某些学科中的重点部分,丛书又单列成册,如“初高中作文”、“初高中物理实验”、“初高中化学实验”、“文科综合题”、“理科综合题”、“高中古诗文阅读”等。丛书在题目设置上,注重典型性、实用性、灵活性,以期举一反三,触类旁通;在题型选择上,注重应用性、科学性、新颖性,以期稳中求进,开阔视野;在思路点拨上,注重可操作性、规律性,以期激发创新,拓展思维。整本书凝聚着编创人员的汗水和心血,体现着现代教育的精华。

三、专家、学者、一线教师携手之作

《题典》丛书的编写队伍,注重专家、学者和中小学一线特高级教师的紧密结合,以期各取所长,各展所能,优势互补,达到命题思想、能力考查、解题技巧的最佳组合。一线教师最贴近学生,最了解学生的实际需要,来自他们的提醒无疑是中肯、严谨的。

作为《题典》丛书的策划、编创人员,我们始终将“出精品,创名牌”作为出版宗旨,同时也相信,新《题典》会以更高的含金量,更丰富的信息,更深邃的内涵,使广大读者于激烈的竞争中脱颖而出,立于不败之地。我们希望能一如既往地得到广大朋友的热心支持,听到更多真诚的反馈意见,以便使之不断臻于完善。

东北师范大学出版社
第一编辑室



题典

目 录

第一章 集合与简易逻辑	1
一 集 合	1
选择题(1~32 题)	1
填空题(33~54 题)	7
解答题(55~85 题)	11
二 简单不等式的解法	23
选择题(86~105 题)	23
填空题(106~122 题)	28
解答题(123~137 题)	32
三 简易逻辑	39
选择题(138~150 题)	39
填空题(151~158 题)	42
解答题(159~168 题)	44
第二章 函 数	48
一 映射与函数	48
选择题(1~46 题)	48
填空题(47~89 题)	60
解答题(90~124 题)	69
二 函数的单调性和奇偶性	87
选择题(125~162 题)	87
填空题(163~175 题)	97
解答题(176~194 题)	100

2 高中数学解题题典

三	反函数	110
	选择题(195~204题)	110
	填空题(205~208题)	113
	解答题(209~211题)	114
四	指数与指数函数	117
	选择题(212~222题)	117
	填空题(223~226题)	119
	解答题(227~230题)	120
五	对数与对数函数	122
	选择题(231~268题)	122
	填空题(269~282题)	133
	解答题(283~313题)	136
第三章	数 列	150
一	等差数列	150
	选择题(1~12题)	150
	填空题(13~24题)	153
	解答题(25~43题)	156
二	等比数列	164
	选择题(44~52题)	164
	填空题(53~57题)	167
	解答题(58~79题)	168
三	数列的应用	180
	选择题(80~83题)	180
	填空题(84~86题)	181
	解答题(87~126题)	182
第四章	三角函数	205
一	任意角的三角函数	205
	选择题(1~43题)	205
	填空题(44~65题)	217
	解答题(66~96题)	224
二	两角和与差的三角函数	235
	选择题(97~204题)	235
	填空题(205~285题)	271
	解答题(286~384题)	297

三	三角函数的图像和性质	338
	选择题(385~464题)	338
	填空题(465~524题)	362
	解答题(525~599题)	378
第五章	平面向量	403
一	向量及其运算	403
	选择题(1~70题)	403
	填空题(71~95题)	418
	解答题(96~123题)	423
二	解斜三角形	434
	选择题(124~143题)	434
	填空题(144~150题)	440
	解答题(151~154题)	442
第六章	不等式	444
一	不等式的证明	444
	选择题(1~26题)	444
	填空题(27~31题)	451
	解答题(32~98题)	451
二	不等式的解法	479
	选择题(99~120题)	479
	填空题(121~134题)	485
	解答题(135~157题)	488
三	不等式的应用	499
	选择题(158~178题)	499
	填空题(179~188题)	504
	解答题(189~202题)	507
第七章	直线和圆的方程	515
一	直线方程	515
	选择题(1~26题)	515
	填空题(27~44题)	524
	解答题(45~63题)	529
二	圆的方程	537
	选择题(64~79题)	537
	填空题(80~96题)	542
	解答题(97~144题)	547

第八章 圆锥曲线	573
一 椭圆	573
选择题(1~20题)	573
填空题(21~39题)	579
解答题(40~60题)	584
二 双曲线	602
选择题(61~74题)	602
填空题(75~83题)	606
解答题(84~101题)	609
三 抛物线	621
选择题(102~118题)	621
填空题(119~127题)	626
解答题(128~143题)	629
第九章 直线、平面、简单几何体	642
一 空间直线和平面	642
选择题(1~48题)	642
填空题(49~97题)	656
解答题(98~165题)	672
二 简单几何体	706
选择题(166~228题)	706
填空题(229~281题)	728
解答题(282~352题)	745
第十章 排列、组合和概率	785
一 排列与组合	785
选择题(1~36题)	785
填空题(37~80题)	793
解答题(81~131题)	801
二 二项式定理	819
选择题(132~169题)	819
填空题(170~195题)	827
解答题(196~217题)	832
三 概 率	840
选择题(218~246题)	840
填空题(247~275题)	848
解答题(276~319题)	855

第十一章 概率与统计	872
一 随机变量	872
选择题(1~20题)	872
填空题(21~30题)	878
解答题(31~71题)	881
二 统计	900
选择题(72~75题)	900
填空题(76~77题)	901
解答题(78~89题)	902
第十二章 极限	908
一 数学归纳法	908
选择题(1~7题)	908
填空题(8~11题)	909
解答题(12~46题)	910
二 数列的极限	930
选择题(47~71题)	930
填空题(72~108题)	937
解答题(109~128题)	945
三 函数的极限	952
选择题(129~145题)	952
填空题(146~180题)	957
解答题(181~198题)	964
第十三章 导数与微分	969
一 导数	969
选择题(1~93题)	969
填空题(94~123题)	988
解答题(124~147题)	993
二 微分	999
选择题(148~157题)	999
填空题(158~169题)	1001
解答题(170~178题)	1002
三 导数的应用	1004
选择题(179~207题)	1004
填空题(208~217题)	1013
解答题(218~230题)	1017

第十四章 积 分	1024
一 不定积分	1024
选择题(1~19题)	1024
填空题(20~33题)	1030
解答题(34~64题)	1032
二 定积分	1040
选择题(65~76题)	1040
填空题(77~84题)	1043
解答题(85~93题)	1045
三 积分的应用	1047
选择题(94~101题)	1047
填空题(102~109题)	1049
解答题(110~140题)	1051
第十五章 复 数	1064
一 复数及其四则运算	1064
选择题(1~31题)	1064
填空题(32~51题)	1071
解答题(52~85题)	1076
二 复数的三角形式	1088
选择题(86~113题)	1088
填空题(114~124题)	1095
解答题(125~161题)	1099
第十六章 应用题	1115

第一章 集合与简易逻辑

一 集 合

选 择 题

题 1 已知集合 $A \subseteq \{2, 3, 7\}$, 且 A 中至多有 1 个奇数, 则这样的集合共有().

- A. 2 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

答 D.

解 集合 A 可有 3 类: 第 1 类是空集; 第 2 类是 A 中不含奇数; 第 3 类是 A 中只含有 1 个奇数, 它们是 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}$.

题 2 满足条件 $\{1, 3\} \cup B = \{1, 3, 5\}$ 的所有集合 B 的个数是().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

答 D.

解 由 $\{1, 3\} \cup B = \{1, 3, 5\}$, 知 $5 \in B$, 所以 B 可能为 $\{5\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}$, 所以 B 的个数为 4, 或 $C_2^0 + C_2^1 + C_2^2 = 4$.

题 3 已知集合 $X = \{a, b\}, Y = \{b, c, d\}$, 那么 $X \cup Y$ 的非空真子集的个数为().

- A. 14 B. 15 C. 16 D. 32

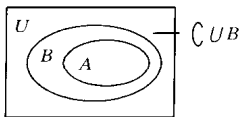
答 A.

解 由 $X \cup Y = \{a, b, c, d\}$, 知其非空真子集为 $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{b, c, d\}, \{a, c, d\}$, 所以个数为 14, 或 $2^4 - 2 = 14$.

题 4 设 U 为全集, 集合 A, B 满足 $A \subseteq B \subseteq U$, 则下列集合中, 一定为空集的是().

- A. $A \cap (\complement_U B)$ B. $B \cap (\complement_U A)$
C. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ D. $A \cap B$

答 A.



解 由文氏图(如图 1-1)知.

图 1-1

题 5 集合 $A = \{x | x \neq 1, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $B = (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$, 则 A, B 之间的关系是().

- A. $A=B$ B. $A \supseteq B$ C. $A \subsetneq B$ D. 无法判定

答 B.

解 $1 \notin B$ 且 $2 \notin B, 2 \in A, \therefore A \supseteq B$.

题 6 已知集合 $M = \left\{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x | x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则().

- A. $M=N$ B. $M \subset N$ C. $M \supset N$ D. $M \cap N = \emptyset$

答 B.

解 对集合 M 的元素 $x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(2k+1)$, 其中 $2k+1 (k \in \mathbf{Z})$ 是奇数.

对集合 N 的元素 $x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}(k+2)$, 其中 $k+2 (k \in \mathbf{Z})$ 是整数.

$\therefore M \subset N$.

题 7 集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{x | x = 4k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, 又 $a \in A, b \in B$, 则有().

- A. $a+b \in A$ B. $a+b \in B$
C. $a+b \in C$ D. $a+b$ 不属于 A, B, C 中任意 1 个

答 B.

解 因为 $a \in A$, 所以 $a = 2k_1, k_1 \in \mathbf{Z}$, 又 $b \in B$, 所以 $b = 2k_2 + 1, k_2 \in \mathbf{Z}$, 则 $a+b = 2(k_1 + k_2) + 1$, 而 $k_1 + k_2 \in \mathbf{Z}$, 所以 $a+b \in B$.

题 8 若 $X = \{x | x = 4n+1, n \in \mathbf{Z}\}$, $Y = \{y | y = 4n-3, n \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{z | z = 8n+1, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 X, Y, Q 的关系是().

- A. $X \supseteq Y \supseteq Q$ B. $X \subsetneq Y \subsetneq Q$ C. $X=Y \supseteq Q$ D. $X=Y=Q$

答 C.

解 设 $n = k+1, k \in \mathbf{Z}$, 则 $Y = \{y | y = 4k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, 所以 $X=Y$. 当 $n = 2k (n$ 是偶数) 时, $x = 8k+1 \in Q$; 当 $n = 2k-1$ 或 $n = 2k+1 (n$ 是奇数) 时, $x = 8k+5$ 或 $8k-3$. 可知集合 Q 是由集合 X 中的 n 取偶数时的元素组成的集合, 故 $X \supseteq Q$. 所以 $X=Y \supseteq Q$.

题 9 已知集合 $M = \left\{a \in \mathbf{Z} \mid \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}^*\right\}$, 则 M 是().

A. $\{-1, 2, 3, 4\}$

 B. $\{2, 3, 7, 8\}$

 C. $\{2, 3\}$

 D. $\{-1, 2, 3, 6, 7, 8, 11\}$

答 A.

解 解 因为 $a \in \mathbf{Z}$ 且 $\frac{6}{5-a} \in \mathbf{N}^*$, 所以 a 可以取 -1 , 此时 $\frac{6}{5-a} = 1 \in \mathbf{N}^*$; a 取 2 , 此时 $\frac{6}{5-a} = 2 \in \mathbf{N}^*$; a 取 3 , 此时 $\frac{6}{5-a} = 3 \in \mathbf{N}^*$; a 取 4 , 此时 $\frac{6}{5-a} = 6 \in \mathbf{N}^*$. 所以 $a = -1, 2, 3, 4$.

题 10 同时满足: ① $m \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, ② 若 $a \in m$, 则 $6-a \in m$ 的非空集合 m 有 ().

A. 16 个

B. 15 个

C. 7 个

D. 6 个

答 C.

解 由于 $a \in m$, 则 $6-a \in m$ 知, 1 和 5, 2 和 4 必同时属于 m , 故将 5 个数分为 3 部分 $(1, 5), (2, 4), (3), C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 = 2^3 - 1 = 7$.

题 11 已知集合 $M = \{x | x \in \mathbf{N} \text{ 且 } 8-x \in \mathbf{N}\}$, 则 M 中只含有 2 个元素的子集的个数为 ().

A. 42

B. 21

C. 15

D. 3

答 B.

解 由 $8-x \in \mathbf{N}$ 知, $1 \leq x < 8$, 又 $x \in \mathbf{N}$, $C_7^2 = 21$, 故选 B.

题 12 集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 若 $A \cap B = \{-3\}$, 则 a 的值是 ().

A. 0

B. 1

C. 2

D. -1

答 D.

解 当 B 中 $a-3 = -3$ 时, $a=0$, 则 $A = \{0, 1, -3\}$, $B = \{-3, -1, 1\}$, 则 $A \cap B \neq \{-3\}$; 当 B 中 $2a-1 = -3$ 时, $a=-1$, 则 $A = \{1, 0, -3\}$, $B = \{-4, -3, 2\}$, 知 $A \cap B = \{-3\}$, $\therefore a = -1$.

题 13 已知集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 这样 x 的不同值有 ().

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

答 C.

解 因为 $A \cup B = A$, 所以 $B \subseteq A$, 又 B 中只有 2 个元素, 故 $B \subsetneq A$, 所以 $x^2 = 3$ 或 $x^2 = x$. 当 $x^2 = 3$ 时, $x = -\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$; 当 $x^2 = x$ 时, $x = 0$ 或 1 (舍). 可见, x 的不同值有 $-\sqrt{3}, \sqrt{3}, 0$ 3 个.

题 14 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $S \subsetneq U$, $T \subsetneq U$, 若 $S \cap T = \{2\}$, $(\complement_U S) \cap T = \{4\}$, $(\complement_U S) \cap (\complement_U T) = \{1, 5\}$, 则有 ().

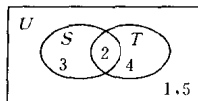
 A. $3 \in S, 3 \in T$

 B. $3 \in (\complement_U S), 3 \in T$

C. $3 \in S, 3 \in (\complement_U T)$

D. $3 \in (\complement_U S), 3 \in (\complement_U T)$

答 C.



解 由文氏图(如图 1-2)知.

图 1-2

题 15 设全集 $U = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, 集合 $M = \{0, -1, -2\}$, $N = \{0, -3, -4\}$, 那么 $(\complement_U M) \cap N$ 为().

- A. $\{0\}$ B. $\{-3, -4\}$ C. $\{-1, -2\}$ D. \emptyset

答 B.

解 因为 $(\complement_U M) = \{-3, -4\}$, 故 $(\complement_U M) \cap N = \{-3, -4\}$.

题 16 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为().

- A. $x = 3, y = -1$ B. $(3, -1)$ C. $\{3, -1\}$ D. $\{(3, -1)\}$

答 D.

$$\begin{aligned} \text{解 } M \cap N &= \{(x, y) | x + y = 2\} \cap \{(x, y) | x - y = 4\} \\ &= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases} \right\} = \{(3, -1)\}. \end{aligned}$$

题 17 设 $A = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 - px + 15 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | x^2 - 5x + q = 0\}$, 若 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$, 则 A, B 分别为().

- A. $\{3, 5\}, \{2, 3\}$ B. $\{2, 3\}, \{3, 5\}$ C. $\{2, 5\}, \{3, 5\}$ D. $\{3, 5\}, \{2, 5\}$

答 A.

解 因为 $A \cup B = \{2, 3, 5\}$, 故 $x^2 - px + 15 = 0$ 可分解为 $(x-3) \cdot (x-5) = 0$. 所以 $A = \{3, 5\}$; $x^2 - 5x + q = 0$ 可分解为 $(x-2) \cdot (x-3) = 0$, 所以 $B = \{2, 3\}$. 选 A.

题 18 已知全集为 \mathbf{R} , 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | f(x) = 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | g(x) = 0\}$, 则不等式 $f(x) \cdot g(x) \neq 0$ 的解集为().

- A. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ B. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup (\complement_{\mathbf{R}} B)$
C. $(B \cap \complement_{\mathbf{R}} A) \cup (A \cap \complement_{\mathbf{R}} B)$ D. $(B \cup \complement_{\mathbf{R}} A) \cup (A \cup \complement_{\mathbf{R}} B)$

答 A.

解 因为 $f(x) \cdot g(x) \neq 0$, 所以 $f(x) \neq 0$ 且 $g(x) \neq 0$, 故选 A.

题 19 设实数集 \mathbf{R} 为全集, 集合 $P = \{x | f(x) = 0\}$, $Q = \{x | g(x) = 0\}$, $H = \{x | h(x) = 0\}$, 则方程 $\frac{f^2(x) + g^2(x)}{h(x)} = 0$ 的解集是().

- A. $P \cap Q \cap (\complement_{\mathbf{R}} H)$ B. $P \cap Q$ C. $P \cap Q \cap H$ D. $P \cap Q \cup H$

答 A.

解 由 $f^2(x)+g^2(x)=0$ 知, $f(x)=0$ 与 $g(x)=0$ 同时成立, 且 $h(x) \neq 0$, 故选 A.

题 20 已知 $U = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $A = \{x \in U \mid -1 < x < 3\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $C = \{x \mid -1 \leq x < 3\}$, 则有 ().

A. $\complement_U A = B$ B. $\complement_U B = C$ C. $\complement_U A \supseteq C$ D. $A \supseteq C$

答 A.

解 因为 $\complement_U A = \{-1, 3\}$, 且 $B = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-3)(x+1) = 0\} = \{-1, 3\}$, 故 $\complement_U A = B$.

题 21 设集合 $M = \{y \mid y = x^2 - 4x + 3, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{y \mid y = x - 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N$ 是 ().

A. $\{y \mid y = -1 \text{ 或 } 0\}$ B. $\{x \mid x = 0 \text{ 或 } x = 1\}$ C. $\{(0, -1), (1, 0)\}$ D. $\{y \mid y \geq -1\}$

答 D.

解 设集合 $M = \{y \mid y = (x-2)^2 - 1, x \in \mathbf{R}\} = \{y \mid y \geq -1\}$, $N = \{y \mid y \in \mathbf{R}\}$, 故 $M \cap N = \{y \mid y \geq -1\}$.

题 22 若函数 $y = \lg \frac{f(x)}{g(x)}$ 的定义域为集合 A, $y = \lg f(x)$ 的定义域为集合 B, $y = \lg g(x)$ 的定义域是集合 C, 则 A, B, C 之间的关系是 ().

A. $A = (B \cap C)$ B. $A \supseteq B \supseteq C$ C. $A \supseteq (B \cap C)$ D. $A \supseteq (B \cup C)$

答 C.

解 因为 A 中含有两种情况 $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$, 而 B 中只有 $f(x) > 0$, C 中只有 $g(x) > 0$, 则 $B \cap C$ 中含 $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ 一种情况, 故 $A \supseteq (B \cap C)$.

题 23 集合 $A = \left\{x \mid x = \cos \frac{n\pi}{3}, n \in \mathbf{Z}\right\}$ 和 $B = \left\{x \mid x = \sin \frac{2m-3}{6}\pi, m \in \mathbf{Z}\right\}$ 之间满足关系 ().

A. $A \subseteq B$ B. $A \supseteq B$ C. $A = B$ D. $A \neq B$

答 C.

解 设 $x \in B$, 则 $x = \sin \frac{2m-3}{6}\pi = \sin \left(\frac{m}{3}\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \frac{m}{3}\pi$. 设 $m = n + 3$, 则 $x = -\cos \frac{n+3}{3}\pi = -\cos \left(\frac{n\pi}{3} + \pi\right) = \cos \frac{n\pi}{3}$, $\therefore x \in A$, 即 $B \subseteq A$, 反之设 $y \in A$ 可证得 $y \in B$, 即 $A \subseteq B$, 所以 $A = B$.

题 24 设全集 $U = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $M = \left\{(x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = 1\right\}$, $N = \{(x, y) \mid y-3 = x-2\}$, 那么 $(\complement_U M) \cap N$ 是 ().

A. \emptyset B. $\{2, 3\}$ C. $\{(x, y) \mid y-3 \neq x-2\}$ D. $\{(2, 3)\}$

答 D.