

科學圖書大庫

# 大學物理學(上)

譯者 吳劍秋

徐氏基金會出版

徐氏基金會科學圖書編譯委員會  
監修人 徐銘信 發行人 王洪鎧

# 科學圖書大庫

版權所有

不許翻印

中華民國六十八年八月二十日初版

## 大學物理學(上)

基本定價 6.00

譯者 吳劍秋 台灣大學物理碩士

本書如發現裝訂錯誤或缺頁情形時，敬請「刷掛」寄回調換。謝謝惠顧。

(67)局版臺業字第1810號

出版者 臺北市徐氏基金會 臺北市郵政信箱53-2號 電話 7813686號  
發行者 臺北市徐氏基金會 郵政劃撥賬戶第15795號  
承印者 大原彩色印製企業有限公司 北市西園路2段396巷19號  
電話：8611986

## 譯 序

本書是F. W. Sears, M. W. Zemansky, 與H. D. Young 三位教授所著的“University Physics”，1976年所印行之第五版。該書自1949年（第一版）發行以來，廣受歡迎，世界各大專院校競相採用為課本，在國內之情形亦屬如是。

本書是為大學理工科系同時在修習微積分的同學而寫的；內容豐富，深入淺出。全書分為上下兩冊，上冊包括力學、熱學與聲學，下冊包括電磁學、光學與原子物理學，共計四十六章，習題達一千四百五十餘道之多！

筆者承徐氏基金會之命遂譯此書，措詞用句，力求簡潔流暢，惟以才疏學淺，疏誤之處，在所難免，尚祈讀者匡正是幸。同時，並向黃振麟教授的指點深致謝意。

吳劍秋 謹識

民國六十八年五月

# 目 錄

## 譯 序

### 第一章 向量的合成與分解

1-1 力學中的基本不可定義量	1
1-2 標準與單位	1
1-3 物理量所採用的符號	4
1-4 力	5
1-5 力的圖示法。向量	6
1-6 向量的加法。一組力的合成	7
1-7 向量之分量	9
1-8 用直角分解法求合力	11
1-9 向量差	12
1-10 關於習題的一些說明	13
習 題	14

### 第二章 一質點之平衡

2-1 引 言	16
2-2 平衡。牛頓第一定律	16
2-3 牛頓第一運動定律的討論	18
2-4 牛頓第三運動定律	20
2-5 一質點之平衡	21
2-6 摩 擦	27
習 題	32

### 第三章 平衡·力矩

3-1 力 矩	38
3-2 平衡的第二條件	39

3-3 重 心	42
3-4 力 偶	45
習 題	46

### 第四章 直線運動

4-1 運 動	53
4-2 平均速度	53
4-3 瞬時速度	54
4-4 平均加速度與瞬時加速度	56
4-5 定加速直線運動	59
4-6 根據積分法求速度與坐標	61
4-7 自由落體	63
4-8 變加速直線運動	67
4-9 分速度。相對速度	68
習 題	71

### 第五章 牛頓第二定律·引力

5-1 緒 言	79
5-2 牛頓第二定律。質量	79
5-3 單位系統	81
5-4 牛頓萬有引力定律	83
5-5 質料與重量	84
5-6 牛頓第二定律的應用	87
習 題	94

### 第六章 在一平面內的運動

6-1 在一平面內的運動	103
6-2 平均速度與瞬時速度	103

6-3	平均加速度與瞬時加速度	105
6-4	加速度的分量	105
6-5	一拋射體的運動	107
6-6	圓周運動	113
6-7	向心力	115
6-8	垂直圓面上的運動	118
6-9	衛星的運動	120
6-10	地球轉動對於 $g$ 的影響	122
	習題	124

## 第七章 功與能

7-1	功	131
7-2	變力所作的功	132
7-3	功與動能	135
7-4	重力位能	138
7-5	彈性能	144
7-6	保守力與耗散力	146
7-7	內功	146
7-8	內位能	147
7-9	功率	148
7-10	功率與速度	150
7-11	質量與能量	150
	習題	152

## 第八章 衡量與動量

8-1	衡量與動量	160
8-2	動量守恆	164
8-3	碰撞	165
8-4	非彈性碰撞	165
8-5	彈性碰撞	167
8-6	反衝	169
8-7	火箭的推進	171
8-8	普遍化	173
	習題	174

## 第九章 轉動

9-1	緒言	180
9-2	角速度	180
9-3	角加速度	181
9-4	定角加速度轉動	182
9-5	角與線的速度與加速度之間的關係	184
9-6	轉矩與角加速度。轉動慣量	185
9-7	轉動慣量的計算	187
9-8	動能、功與功率	192
9-9	角動量	194
9-10	角動量守恆	194
9-11	角量的向量表示	197
9-12	陀螺與迴轉器	200
	習題	202

## 第十章 彈性學

10-1	應力	212
10-2	應變	215
10-3	彈性與塑性	216
10-4	彈性模量	217
10-5	力常數	221
	習題	222

## 第十一章 諧運動

11-1	緒言	226
11-2	彈性回復力	226
11-3	定義	227
11-4	簡諧運動的方程式	228
11-5	一物體懸掛在一線圈彈簧下的運動	234
11-6	單擺	236
11-7	角諧運動	237

11-8	復擺	238
11-9	振動中心	239
	習題	240

## 第十二章 流體靜力學

12-1	緒言	247
12-2	流體中的壓力	248
12-3	流體靜力學的“佯謬”	250
12-4	壓力計	250
12-5	抽水機	252
12-6	阿基米德原理	253
12-7	作用於一水壩的力	256
12-8	表面張力	257
12-9	表面膜兩面間的壓力差	260
12-10	接觸角與毛細現象	261
	習題	263

## 第十三章 流體動力學與黏滯性

13-1	緒言	268
13-2	連續性方程式	269
13-3	伯努利方程式	270
13-4	伯努利方程式的應用	272
13-5	黏滯性	277
13-6	泊肅葉定律	280
13-7	斯托克斯定律	283
13-8	雷諾耳數	284
	習題	285

## 第十四章 相對論力學

14-1	物理定律的不變性	290
14-2	同時性的相對本性	292
14-3	時間的相對性	293
14-4	長度的相對性	295
14-5	洛倫茲變換	297
14-6	動量	300

14-7	功與能	300
14-8	相對論與牛頓力學	303
	習題	304

## 第十五章 溫度與膨脹

15-1	溫度的概念	307
15-2	溫度計	309
15-3	溫標的建立	311
15-4	攝氏、蘭金與華氏溫標*	313
15-5	固體與液體的膨脹	314
15-6	熱應力	316
	習題	317

## 第十六章 熱與熱的量度

16-1	熱傳遞	321
16-2	熱量	321
16-3	熱容量	324
16-4	熱容量的測量	326
16-5	熱容量的實驗值	327
16-6	相的變化	328
16-7	例題	331
	習題	332

## 第十七章 熱的傳遞

17-1	傳導	337
17-2	球體式柱體中的徑向熱流	340
17-3	對流	340
17-4	輻射	343
17-5	斯忒藩定律	344
17-6	理想輻射體	345
	習題	346

## 第十八章 物質的熱性質

18-1	狀態方程式	350
18-2	理想氣體	350

18-3	理想氣體的PVT - 表面	354
18-4	真實物質的PVT - 表面	355
18-5	臨界點與三相點	358
18-6	溶解物質對凝固點與沸點的影響	363
18-7	濕度	363
18-8	雲室與氣泡室	364
	習題	365

## 第十九章 熱力學的定律

19-1	在熱力學中的能與功	369
19-2	體積改變中的功	369
19-3	體積改變中的熱	371
19-4	熱力學第一定律	372
19-5	絕熱過程	373
19-6	等容過程	373
19-7	等溫過程	374
19-8	等壓過程	374
19-9	節流過程	375
19-10	第一定律的微分形式	376
19-11	一理想氣體的內能	376
19-12	一理想氣體的熱容量	376
19-13	一理想氣體的絕熱過程	379
19-14	熱機	381
19-15	汽油發動機	383
19-16	狄塞耳機	384
19-17	蒸汽機	384
19-18	熱力學第二定律	385
19-19	致冷機	386
19-20	卡諾循環	387
19-21	凱氏溫標	388
19-22	絕對零度	390
19-23	嫡	390
19-24	嫡增加原理	392
19-25	能量轉換	393

習題	394
----	-----

## 第二十章 物質的分子性質

20-1	物質的分子學說	399
20-2	阿伏伽德羅數	400
20-3	物質的性質	403
20-4	理想氣體動力論	403
20-5	氣體的摩爾熱容量	407
20-6	分子速度的測量	408
20-7	晶體	409
20-8	晶體的熱容量	411
	習題	413

## 第二十一章 行進波

21-1	緒言	415
21-2	週期波	416
21-3	行進波的數學表示	417
21-4	橫波的速率	420
21-5	縱波的速率	422
21-6	縱波的絕熱特性	424
21-7	水波	426
	習題	428

## 第二十二章 振動性

22-1	一弦線的邊界條件	432
22-2	一弦線中的駐波	434
22-3	固定的兩端間的弦線振動	435
22-4	共振	437
22-5	縱波的干涉	438
22-6	縱向駐波	439
22-7	風琴管的振動	440
22-8	桿與片的振動	441
	習題	442

## 第二十三章 聲學現象

23-1	聲波	445
------	----	-----

# 第一章 向量之合成與分解

## 1-1 力學中的基本不可定義量

物理學被稱之為量度或測量的科學。英國的克爾文爵士 ( Lord Kelvin, 1824 ~ 1907 ) 曾講過這樣的話：“我常說，當你對所述及的事物能夠量度，且能以數字表達出來，則你對它已有所知曉；倘若你不能以數字將其表出，那麼你的知識就顯得貧乏而不充分了；充其量，此或可視之為知識之開端，但就你的思想而言，則尚未踏上科學的台階。”

對於一個物理量的定義，必須提供一套能以其它物理量計算此量的法則；同時，那些其它的物理量還必須是可以被測量的。例如，當我們將“動量”定義為“質量”與“速度”的乘積時，則對於動量之計算法則，便已經被包括在此一定義之中，剩下的就是如何去測量質量與速度了。我們知道，速度是用長度與時間兩者來定義的，但對於長度與時間的本身，則再也無法找到一些更簡單更基本的物理量去定義它。故而，我們說，長度與時間是兩個在力學中無法下定義的物理量。事實上，我們都知道，力學中的任何物理量，均可以只用那三個無法下定義的物理量（即最基本的三個）將其表出，除了上述二者之外，第三者可以選取“質量”或“力”都行！我們將選用質量作為力學中第三個無法下定義的物理量。

在幾何學裡面，基本上無法下定義的量是“點”，數學家只要求習者，在他自己的腦海中所建立有關點的圖案，能夠和幾何學對於點所敘述的概念相符合便可，並不非要你把它想像成一個什麼樣子的東西。在物理學中，物理量並不會像“點”那樣的抽象難懂，全世界的物理學家在會議桌上，曾共同協訂出對於那些無法下定義的物理量之量度法則，而這些量度法則，就用來作為它們的定義，這種方式的定義，又稱之為“操作型定義” ( Operational definition ) 。

## 1-2 標準與單位

一個國際性的度量衡委員會，曾制訂了一套有關力學中那些無法下定義的物理量之量度法則。該委員會的主要任務之一，便是對每一個這樣無法下定義的物理量，決定一個標準。作為一個標準，它可能是一個實物，其某些主要的特性必須耐久不變。故而在 1889 年，就曾採用一根用鉑-鈦合金製造的米尺棒，作為長度的標準，這是因為此一合金的化學結構與組織非常的穩定。然而，它在收藏與使用上亦有其不便之處，因為作為世界標準而言，各國



都得照此仿造一個，每到一定時期之後，還得將那些複製品與最原先的那個世界標準加以比較，檢查是否有所變化與不符。在1960年10月14日，度量衡委員會改採氪-86原子所發射橙紅色光波的波長來制訂長度的標準。在複製方面來說，這麼一種標準遠比前者來得便利與精確。

質量的標準則是一個鉑·銻合金的圓柱體，其大小我們稱之為一千克，存放在巴黎附近的Sèvres國際度量衡局。

至於時間的標準，在1960年以前，係就一年之中，取太陽每相鄰兩次經過我們頭頂的時間間隔，加以計算其總平均值，所得之結果稱為平均太陽日。自1960年至1967年期間，則改用一種稱為1900回歸年(Tropical year 1900)的標準，此即太陽自天空中的某一確定點，稱之為春分點(Vernal equinox)者，在出發後於1900年返回至此點的這段時間。在1967年10月，又改採銫-133原子在輻射過程中，其內部某兩條超精細能階間的躍遷週期來制訂時間的標準。

表 1-1 標準與單位 (1969)

	標 準	測量裝置	單 位
長 度	$Kr^{86}$ 橙紅色光波波長	光學干涉儀	1 米 = 1,650,763.73 倍 波長
質 量	鉑·銻合金圓柱體， 1 千克	等臂天平	1 千克
時 間	$Cs^{133}$ 原子內某兩能階 間的躍遷週期	原 子 鐘	1 秒 = 9,192,631,770 倍銫週期

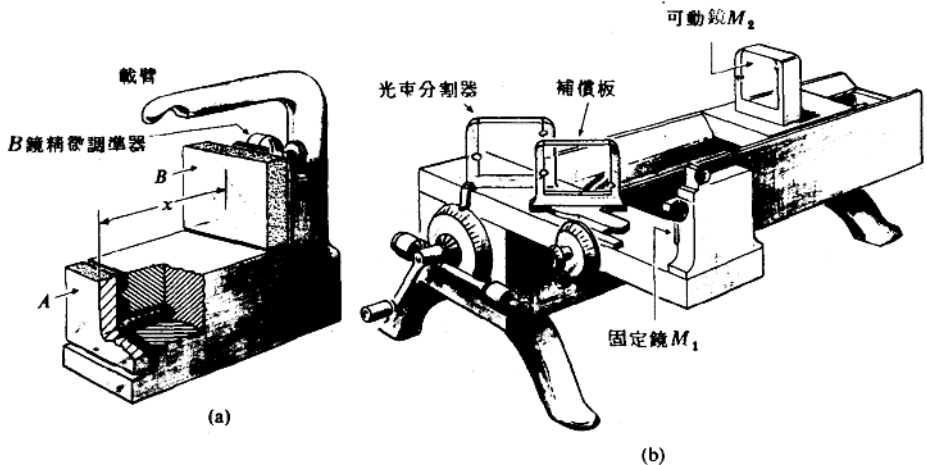


圖 1-1 利用光波波長來表達距離  $x$  的測量裝置，(a) 標準具；(b) 邁契遜干涉儀。

有關上述三種標準的資料摘錄在表 1-1 中。

某一標準選定之後，下一步驟乃是採用一套裝置與方法，將某一未知量與此標準加以比較之。例如，我們現在來看看圖 1-1 中的情形。圖 1-1 (a) 所示者為一標準具，圖 1-1 (b) 是一邁契遜干涉儀 (Michelson interferometer)；我們的目的是，欲求出 (a) 圖中 A、B 兩鏡間的距離  $x$ ，究竟相當於多少倍氬-86 橙紅色光波的波長。首先，使干涉儀中那塊可動鏡  $M_2$  與標準具中的鏡 A 位置重合，然後，此一可動鏡將慢慢移動，直至其位置與鏡 B 重合時為止；在此移動過程時，我們在望遠鏡中將可觀察到有橙黑相間的干涉條紋，陸續地通過望遠鏡中的十字線，並可計算其條數；根據光學原理，每通過一完全的干涉條紋，即表示鏡  $M_2$  剛好移動了半個波長。而一米的長度，在此種方式的定義下則為：

1 米 = 1,650,763.73 倍氬-86 橙紅色光波的波長。

米制單位系統，通常是在科學與工業技術方面用得較多，某些有關的長度單位為（以米作為基本單位表出）：

1 埃 (angstrom unit) =  $1 \text{ \AA} = 10^{-10}$  米 (光譜學家所採用)，

1 毫微米 =  $10^{-9}$  米 (光學儀器設計者所採用)

1 微米 =  $10^{-6}$  米 (生物學中常採用)

1 毫米 =  $10^{-3}$  米

1 厘米 =  $10^{-2}$  米 (最常用者)

1 千米 =  $10^3$  米 (歐洲人常用的一個距離單位)

上述各單位在數式運算的書寫時，成們全部採用其原文字母中的第一個字母來作為簡寫的代表符號，例如：

1 厘米 = 1 cm 餘類推

由於十進位制度的使用便利，我們在表 1-2 中列出了各種十進位“量”的大小表示法，及其所用的代表符號。故而，

1 千米 =  $10^3$  米 = 1 km

1 千克 =  $10^3$  克 = 1 kg

1 千瓦 =  $10^3$  瓦 = 1 kW

宜熟記表 1-2 中所載各項，俾我們在有所需要時，將可隨時獲得。

表 1-2 十進位制“量”的各項表示法

方次(10為底)	$10^{-12}$	$10^{-9}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^3$	$10^6$	$10^9$	$10^{12}$
字首(英文)	pico-	nano-	micro-	milli-	centi-	kilo-	mega-	giga-	tera-
(中文)	微微	毫微	微	毫	厘	千	兆	千兆	兆兆
代數符號	p	n	$\mu$	m	c	k	M	G	T

在日常生活及工程方面，包括美國及大英國協在內的地區，其所採用的長度單位如下：

1 吋 = 41,929.399 倍氦原子光波的波長或 2.54 厘米

1 呎 = 12 吋

1 碼 = 3 呎

1 哩 = 5280 呎

把一標準仟克等分下去，所用的是一種稱之為等臂天平的裝置，我們將在第五章中討論它。常用的質量單位為：

1 微克 =  $10^{-9}$  kg

1 毫克 =  $10^{-6}$  kg

1 克 =  $10^{-3}$  kg

1 磅之質量 = 0.45359237 kg

用於制訂時間標準的是一架銻原子鐘，那是一部複雜而昂貴的大型實驗室儀器。它具有異常高的準確性，其精確度可以達到一千億（ $10^{11}$ ）分之一，甚或更佳。全世界所通用的時間單位是秒，並被訂為

1 秒 = 9,192,631,770 倍銻的週期

其它的時間單位還包括有：

1 毫微秒 =  $10^{-9}$  秒

1 微秒 =  $10^{-6}$  秒

1 毫秒 =  $10^{-3}$  秒

1 分鐘 = 60 秒

1 小時 = 3,600 秒

1 日 = 86,400 秒

### 1-3 物理量所採用的符號

我們將採用慣常的協定：以一個代數符號，例如  $F$ ， $p$  或  $v$ ，同時來代表一個物理量的數值與單位。例如， $F$  是一個物理量，它代表 10 牛頓的力； $p$  代表 15 牛頓米<sup>-2</sup> 的壓力， $v$  代表 15 米秒<sup>-1</sup> 的速度。

當我們寫下

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

之後，其中  $x$  如果是以米為計算單位，那麼  $v_0 t$  與  $\frac{1}{2} a t^2$  這兩項的單位也必須是米。又若  $t$  的單位是用秒，則  $v_0$  與  $a$  的單位必須分別為米秒<sup>-1</sup> 及米秒<sup>-2</sup>。（因子  $\frac{1}{2}$  乃一純數字，不具任何單位。） $v_0$  的單位米秒<sup>-1</sup>，亦可寫成米/秒，但負指數的書寫形式常來得更為方便，故而本書全部都是採用此種形式來表達的。

舉一數字例題，在前方程式中，設  $v_0 = 10$  米秒<sup>-1</sup>， $a = 4$  米秒<sup>-2</sup>， $t = 10$  秒，則

得

$$x = (10 \text{ 米秒}^{-1}) \cdot (10 \text{ 秒}) + \frac{1}{2} \cdot (4 \text{ 米秒}^{-2}) \cdot (10 \text{ 秒})^2$$

上述單位之處理，正如同代數符號一般；第一項中的秒<sup>-1</sup>與秒，及第二項中的秒<sup>-2</sup>與秒<sup>2</sup>，結果相互抵消了，故而

$$x = 100 \text{ 米} + 200 \text{ 米} = 300 \text{ 米}$$

在此，希望初學同學們，當你們在做計算題時，每一物理量最好同時寫出它的大小及單位。本書所有的數字例題，都遵循此一方式。

## 1-4 力

力學是研究物體運動及其運動原因（力）的一門自然科學，它屬於物理學中之一支。我們在此先來研究一下“力”的意義，運動則留待第四章去討論。

當我們或推或拉一物體時，我們說這是人在對物體施力，但一無生命的物體亦可對另一物體施力。一根被拉伸的彈簧，對其兩繫結端均作用有力；被壓縮的空氣對裝載這些空氣的容器壁也施加有力；火車頭對其所拖運的列車廂施力。日常生活中，最為我們所熟知的，莫過於地球對於地球上一切物體所施加的引力，物體所受到的地球引力，稱之為該物體的重量。這種地球引力或稱之為重力者（電力及磁力亦然），它可以毋需接觸，而穿越虛無一物的空間作用於一物體之上。物體間需要直接接觸，方能產生作用的力謂之接觸力；從原子尺度的觀點來看，接觸力主要是起因於物質中原子核與電子間的電力作用。

描述一力，我們須同時說明其方向與大小，所謂力的大小，乃是指用（力的）標準單位表示該力有“多大”或“多強”的意思。在第五章中，我們將可看到，力的單位是如何以質量、長度及時間各單位來訂定的。在米·千克·秒單位為（mks）中的單位是牛頓，簡寫作N。另一更為熟悉的單位是磅，所謂一磅的力，即指1-2節中所提到的那個一標準磅質量的物體，所受到地球的引力之大小，而且必須指明是對地球表面上某一特定點而言者，這是因為地球對一物體的引力，將隨物體在地球表面上的位置高度而略有變更。如果精確度不要求太高的話，則取緯度45°海平面上的位置便可。為求利用力的單位去比較及量度某一未知力，則有賴於物體因受力而產生的某些可觀察的效應。這樣的效應，其一為物體受力作用後，幾何形狀或大小將產生變化；另一則是物體將改變其運動狀態。上次兩種情形，均可以用來測量力。在本章中我們僅只討論前者，後者將於第五章中去討論它。

測量力最常使用的儀器為彈簧秤，它主要是包括一線圈彈簧，一端固定，另一端附連有一指針，可在一標尺上移動，整條彈簧線圈裝於一保護匣內。當力作用於彈簧秤上時，則彈簧之長度隨着改變，並由標尺上得知其讀數。此秤可以校正如下：首先將一標準磅質量的物體，在海平面緯度45°地方懸掛於該秤上，刻記此時之位置為一磅，然後利用此一刻度，複製任意多個標準磅質量，最後我們可以將這些複製品，逐一增加地懸掛至秤上去，依次而得到2磅，3磅等等的刻度。上述之程序，唯一假設的是當指針的位置相同時，則作用於秤

上之力亦相同，除外之外，並未對彈簧之彈性作其它之假定。經校正後的彈簧秤，可用於量度一未知力的大小；用類似的方法，亦可校正一條以牛頓為單位的彈簧秤。

### 1-5 力的圖示法·向量

假設我們現在如圖 1-2 所示，用一繩拉之，或以一桿推之，使一箱在地板上滑動，此乃表示我們以力作用於箱而令其滑動。在此，我們所要討論的重點，並非是施加拉力或推力而使箱運動的物體本身，而是物體所施加於箱上的力。具體來說，設所施的拉力為 10 牛頓，則僅只於圖上書寫出“10 牛頓”並不能完全描述此力，因為曾表示出力的作用方向。我們可以寫做“10 牛頓，水平上方向右  $30^\circ$ ”或“10 牛頓，水平下方向右  $45^\circ$ ”而上面所述種種，如果我們採用一箭頭來代表力，則表達起來，更為扼要。箭頭的長度，在既定的標尺下，可表出力的大小，而箭頭的方向即代表力的方向。圖 1-3 便是圖 1-2 的示力圖。

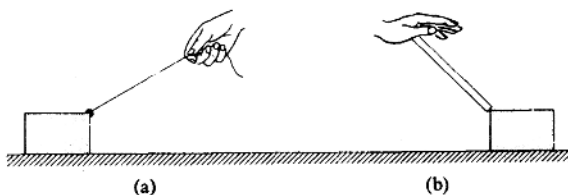


圖 1-2

(尚有其它力作用於箱上，但在圖中未予表出。)

力並非一個需要同時說明方向及大小的唯一之物理量。例如，速度便是另一個需要同時說明方向及大小的物理量，故我們只說一飛機之速度為每小時 300 哩便是不完全的，另外還得知道其方向。至於體積的概念，則不會牽涉有方向問題。

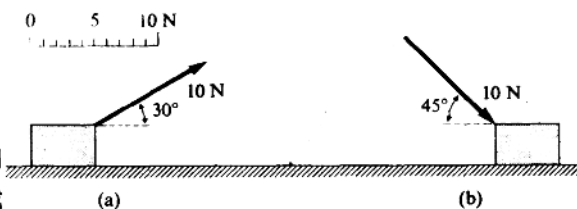


圖 1-3

像體積之類僅含大小的量，稱為無向量。其它如力與速度，同時包含有大小及方向者，稱為向量。任一向量可以一箭頭表示，該箭頭便稱為一向量。(如須較確切敘述的話，則可稱之為一力量向量或一速度向量。)

某些向量，例如力即為其中之一，若僅述其大小與方向二者，則猶不完全。因一力之效應，還和該力之作用線與作用點有關。(作用線為一無限長之線，力量向量即為其中之一線段。)舉例來說，若某人沿着水平方向推一門，則施力在一定大小和方向的情形下，其效果還與作用線至鉸鏈間的垂直距離有關。若一物體是可以變形的，正如任何物體都會有某些程度的變形，則變形乃依據力的作用點而定。然而許多的真實物體，在受力作用後變形甚微，故我們將假設所討論的一切物體，均為完全剛體。作用於一剛體上的一已知力之作用點，可以傳遞至作用線上任何其它點而不變更該力之效應。故作用於一剛體上之力可視為作用於其作用線上之任何處。

一向量在數學符號上，可用一粗體印刷的字母表示。同一字母的通常印刷體，則只代表其大小。故而力  $F$  的大小以  $F$  表之。

### 1-6 向量的加法·一組力的合成

若兩向量具有相同的大小與方向，則謂之相等。在圖 1-4 中的三個向量  $A$ ， $B$  及  $C$ ，便是彼此相等的，我們可將其寫為

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{C}$$

兩個相等的向量，並不要求具有相同的物理效應。例如我們曾經指出過的，具有相同大小與方向的兩個力，都可能有不同的作用點，故而對於一力的完全描述，除了大小及方向之外，還得把作用點包括在內。向量相等具有一特定的意義，故在本書中，我們用粗體印刷的“等”號，來提醒此一點。

兩向量的向量和定義如下。令圖 1-5 (a) 中的  $A$  與  $B$  為已繪出的兩向量。則如 (b) 圖中所示，我們可在任何方便之處作出兩向量之和， $A$  的終端為  $B$  的始端，向量和  $C$  便定義為自  $A$  之始點至  $B$  之終點的向量。此一關係可表之為：

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

顯然，向量的加法與通常數目字的加法不一樣；在本書中，粗體印刷的“加”號將被用於代表向量的加法。

在圖 1-5 (c) 中為求兩向量和的另一圖解法，這時  $A$  的始點為  $B$  的終點，所得之向量  $C$ ，在大小與方向上，與 (b) 中者相同，故此兩向量在數學上相等。所以，向量在相加時，其次序無關緊要，亦即向量的加法，遵從一如代數加法中的交換律：

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

向量和  $C$  的大小及方向，不但可以在一幅仔細繪製的圖中量度出來，同時也可以經由三角法計算而得。故此，若  $\theta$  為圖 1-5(b) 中  $A$ 、 $B$  兩向量間的夾角，則  $C$  的大小將由餘弦定律給出：

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos(180^\circ - \theta)$$

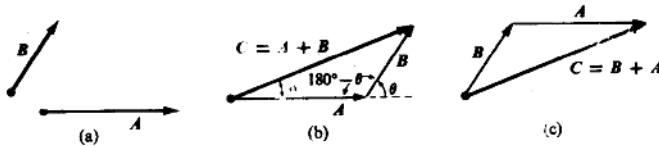


圖 1-5 向量  $C$  為  $A$ 、 $B$  兩向量之向量和。  
 $C = A + B = B + A$ 。

因對於任意角度  $\theta$ ， $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$ ，所以上式亦可寫作

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos\theta$$

向量  $C$  與  $A$  間的夾角  $\alpha$  可由正弦定律求之：

$$\frac{\sin\alpha}{B} = \frac{\sin(180^\circ - \theta)}{C} = \frac{\sin\theta}{C}$$

有關求兩向量和的另一個方法如圖 1-6 所示，兩向量  $A$  與  $B$  都是由同一點畫出，其向量和  $C$ ，便是由該兩向量作為兩邊所構成的平行四邊形之對角線。

圖 1-7 說明當兩向量在相互平行（如圖 (a) 所示），或反向平行（如圖 (b) 所示）的特別下，向量和的求法。若二者相互平行，向量和  $C$  的大小等於兩向量  $A$  與  $B$  的大小之和。若二者反向平行，則向量和  $C$  的大小等於兩向量  $A$  與  $B$  的大小之差。

為了說明與表示的清楚起見，在圖 1-7 中各向量的位置，畫圖時稍微上下移動了一點點，但實際上，它們是作用在同一幾何線上。

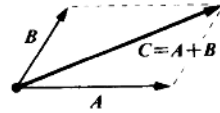


圖 1-6 求兩向量之向量和的平行四邊形法。

當我們求三個向量以上的向量和時，可先求出其中任意二者之和，再與第三個向量相加，並依此類推。上述程序，可由圖 1-8 說明之；圖 (a) 表四個向量  $A$ ， $B$ ， $C$  及  $D$  需要相加；圖 (b) 中，首先用三角形法，將  $A$ 、 $B$  相加而得其向量和  $E$ ，次用同一方法，將  $E$ 、 $C$  相加而得向量和  $F$ ，最後，將  $F$ 、 $D$  相加而得向量和

$$G = A + B + C + D$$

顯然向量  $E$  與  $F$  可以不必在圖中畫出；我們祇要依次畫出各向量，前者之尾接着次者之頭，最後，聯接第一向量的始端至最末向量的終端，以完成此一多邊形，聯線所得者即為向量和



圖 1-7 兩個 (a) 平行，(b) 反向平行向量之向量和。

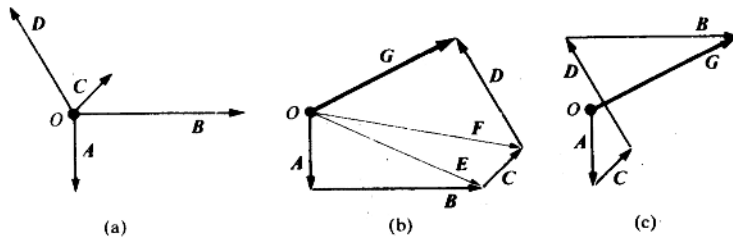


圖 1-8 向量相加的多邊形法。

G。各向量畫接之次序，並不影響其結果，此可從圖(c)中說明；讀者可以嘗試一下，其它可能的畫接方式。

現在來考慮下面的物理問題。在圖 1-9 中，向量  $F_1$  與  $F_2$  表示兩力，同時作用於一物體的同一  $A$  點上。是否在  $A$  點可以產生一單獨作用力，而得相同之效應？若果，則其大小與方向為何？此一問題唯有根據實驗方能答覆；研究之結果說明了，兩力的向量和  $R$ ，其在大小，方向與作用線所有各方面，正好與我們要找尋的單獨力等效。此一單獨作用力稱之為原先各力之合力。由是，在兩個力向量之向量加法中所用的數學手續，適足相當於求同時作用於一點兩力之合力的物理運算。

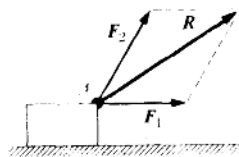


圖 1-9 一個力向量  $R$ ，與兩個同時作用的力  $F_1$  及  $F_2$  之向量和，彼此相等而產生相同之效應。

$F_1$  與  $F_2$  的向量和，可仿圖 1-5 中所示的方法求得，你可在圖內任意方便處，採用頭尾銜接的方式畫出各向量；這樣所得之合向量，其大小及方向均與合力  $R$  一樣，但作用線却不一定相同。這是因為  $R$  之作用線必通過  $A$  點。此即再次說明了，一個數學上的向量可作任意的位移（只要保持其原有之大小與方向），但作用於一剛體上的力，却僅祇能沿其作用線上移動而已。

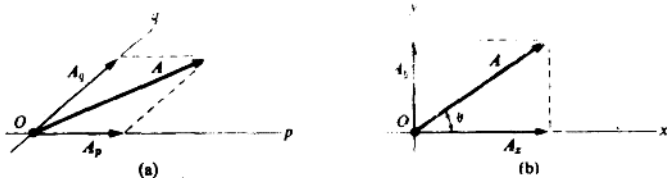


圖 1-10 (a) 向量  $A$ ，與  $A_p$  與  $A_q$  為  $A$  沿方向  $Op$  與  $Oq$  的分量。(b) 向量  $A_x$  與  $A_y$  為  $A$  沿  $x$ -與  $y$ -軸方向的直角分量。

### 1-7 向量之分量

任兩向量之向量和等於一已知向量者，則稱那兩向量為該一已知向量之分量。例如在圖 1-10 中，向量  $A$  與  $B$  即為向量  $C$  的分量。顯然地，一已知向量有無限多組（對）的可能分量。然而，若限定了分量的方向，則求此向量之分量，或分解此向量為分量的問題，僅只有唯一之解。故設於圖 1-10 (a) 中，我們繪出向量  $A$ ，希望利用沿着  $Op$  及  $Oq$  方向的分量來表出它，即是說，將其分解為沿着彼等方向的分量。由向量尖端之處，作兩條分別平行  $Op$  及  $Oq$  之虛線，而形成一平行四邊形。則由  $O$  點分別至兩虛線與  $Op$  及  $Oq$  之交點，所得之兩向量  $A_p$  與  $A_q$ ，即為所求之分量。這是因為它們既在指定的方向上，且二者之向量和又恰好等於該已知向量。



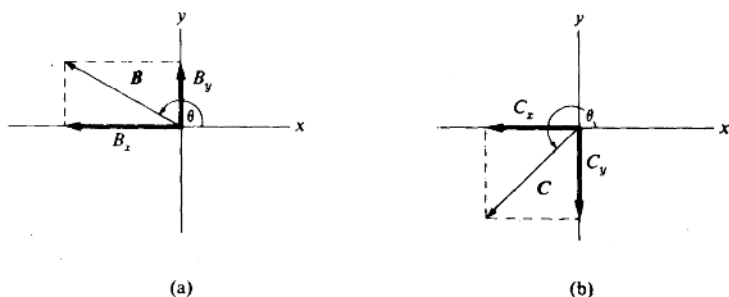


圖 1-11 一向量之分量，其數字可正可負。

當分量所被限定的兩方向相互垂直時，此特例非常重要。圖 1-10 (b) 中，兩線  $O_x$  與  $O_y$  便是一直角座標系的兩座標軸。這時由向量  $A$  的尖端分別作兩條與座標軸平行的虛線，所得之平行四邊形恰為一矩形，而  $A_x$  與  $A_y$  便稱之為向是  $A$  的直角分量。

一向量之直角分量的大小，很容易計算之。若  $\theta$  為向量  $A$  與  $x$ -軸間之夾角，則

$$A_x = A \cos \theta, \quad A_y = A \sin \theta,$$

這裡  $A$ ， $A_x$ ，及  $A_y$  分別為那些有關向量的大小。

一向量之分量，其本身為無向量，故其可能為正，也可能為負。在圖 1-11 中，分量  $B_x$  是負的，因其方向與正  $x$ -軸相反，同時，一角度在第二象限中的餘弦值為負；而  $B_y$  是正的，但是  $C_x$  與  $C_y$ ，兩者都是負的。

上述概念對物理問題的一個應用舉例，為如圖 1-12 所示者，一力  $F$  作用於一物體的  $O$  點處， $F$  在沿  $O_x$  及  $O_y$  方向的直角分量分別為  $F_x$  及  $F_y$ 。我們發現，在圖 1-12 (b) 中同時作用之兩力  $F_x$  與  $F_y$ ，在所有各方面，正好與原先作用力  $F$  的效應等效。任一作用力，均可以其作用於同一點的直角分量代替之。

舉一數字例子，令

$$F = 10 \text{ 牛頓}, \quad \theta = 30^\circ$$

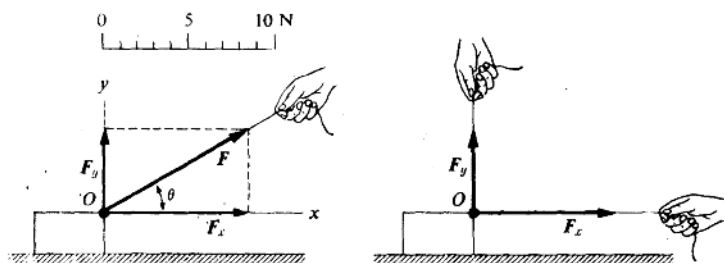


圖 1-12 斜力  $F$  可以其直角分量  $F_x$  與  $F_y$  代替。

$$F_x = F \cos \theta, \quad F_y = F \sin \theta.$$