

實用

土木工程計算圖表

楊文淵編

增訂本

龍門聯合書局印行

實用
土木工程計算圖表

楊文淵編

增訂版

龍門聯合書局出版

實用 土木工程計算圖表

【版權所有】

一九四八年六月初版

一九五三年一月八版

定價人民幣 平裝 30,000 元
精裝 36,000 元

編 者 楊 文 淵

出 版 者 龍 門 聯 合 書 局

上海南京東路六一號一〇一室

電 話 一 八 八 一 九

總發行所 中國科技圖書聯合發行所

上海中央路二四號三〇四室

電 話 一 九 五 六 六

電報掛號 二 一 九 六 八

分 銷 處 龍門聯合書局及各地分局

上海發行所 南京東路157號

北京分局 東安門大街82號

重慶分局 中山一路368號

漢口分局 江漢一路3號

瀋陽分局 太原街40號

天津分局 羅斯福路308號

西安分局 中山大街217號

常用數便覽

圓周率 $\pi = 3.141592653$

$\pi^2 = 9.869604401$

$\frac{1}{\pi} = 0.318309886$

$\frac{1}{\pi^2} = 0.101321184$

$\frac{\pi}{4} = 0.785398163$

$\frac{4}{3}\pi = 4.188790205$

$\sqrt{\pi} = 1.772453851$

$\sqrt{2}\pi = 2.506882575$

1 弧度 (Radian) = $\frac{180^\circ}{\pi}$

= 57.29578°

= 57°17'44.81"

= 3437.75

= 206,264.81"

1 度 (degree) = $\frac{\pi}{180}$ 弧度

1° = 0.01745 "

1' = 0.00029 "

1" = 0.000005 "

重力加速度 $g = 9.81$ 公尺/秒/秒

$g^2 = 98.2361$

$\frac{1}{2g} = 0.050668$

$\sqrt{g} = 3.132092$

$\sqrt{2g} = 4.429447$

($g = 981$ 公尺/秒/秒 = 32.2 呎/秒/秒)

自然对数之根 $e = 2.7182818$

$e^2 = 7.3890561$

常用对数之係数 $M = \log_{10} e$

= 0.434294482

$\frac{1}{M} = \log_e 10$

= 2.302585093

1 度華氏 (F°) = $\frac{9}{5} C^\circ + 32^\circ$

1 度攝氏 (C°) = $\frac{5}{9} (F^\circ - 32^\circ)$

1 馬力 (Horse Power)

= 550 磅·呎/秒

= 1.0139 馬力 (公制)

= 76.040 公斤·公尺/秒

= 0.7457 仟瓦 (Kilowatt)

1 馬力 (公制) = 0.9863 馬力 (英制)

= 542.47 磅·呎/秒

= 0.7351 仟瓦

1 仟瓦 (Kilowatt)

= 1.3405 馬力 (Horse Power)

1 大氣壓力 (Atmospheric pressure)

= 14.6976 磅/平方吋

= 1.033 公斤/平方公分

= 29.921 吋水銀柱

= 760 公厘水銀柱

地球大半徑 = 6378.388 公尺

地球小半徑 = 6356.912 公尺

聲之速度, 公尺/秒 = 331 + 0.609 X 溫度 C°

鐵路初測水準許可差誤 = 24 公厘/公里

每公里需鋼軌公噸 = 0.9921 X 鋼軌
重, 磅/碼

標準軌距 = 1.435 公尺

366.2422 恆星日 = 365.2422 太陽日

1 恆星日 = 0.99726957 太陽日

1 太陽日 = 1.00273791 恆星日

1 平方公里 = 1973.5 圓單位 (Circular
mills)

1 淮尺 = 33.90 公分 = 0.34 公尺

= 1.02 市尺 = 1.1155 呎

1 闊尺 (台灣尺) = 30.16 公分 = 0.90 市尺

1 施用闊尺 = 29.75 公分

1000 板尺 = 2.359731 立方公尺

1 立方公尺 = 423.78 板尺

1 板尺 (Board-feet) = 144 平方吋 X 1 吋

編 例

一、本書搜集土木工程方面之重要公式、數據、圖表、圖解等，俾在設計施工時，藉以獲得參考與檢查上的便利，可節約一部份時間，提高工作效率。

二、本書編製時參照國內外工程專冊，盡量結合我國實際設計施工應用的資料為原則。爲了應用時的方便起見，所有公式圖表等，均以公制為主，部份圖表則附列英制。

三、書中專門名詞，除於圖表內附註外，另在附錄內彙編『中英名詞對照』，以便檢閱。

四、土木工程範圍至廣，參考資料甚多，蓋以每一科目，皆有專書，當非本冊所能盡賅。爲適應實際工作上的一般需要，將各項資料分編爲數學公式、數表、單位換算、應用力學、水力學、測量、工程材料、土工、混凝土及鋼筋混凝土工、基礎工、土壓及擁壁、道路、鐵路、建築構造等十四編，內圖表等四百餘種，足敷普通應用。

五、本書於一九四八年六月初版，至本年三月共印行五版，二三兩版已有局部的增補訂正，此次增訂本刪除了一部份已無參考必要的圖表，增加了新的圖表五十餘種，其中以十二、十三、十四諸編增訂較多。各圖表之模糊不清或數字有誤者，經抽換重製約四十餘頁。圖表編次、頁碼及分編目錄，均改版重排，就內容來說，雖已較前爲充實，但以增訂工作匆促完成，缺點在所難免，敬希專家予以指教。

公元一九五一年六月增訂

楊文淵識

總 目

第 1 編	數學公式.....	1— 20
第 2 編	數表.....	21— 62
第 3 編	單位換算.....	67—103
第 4 編	應用力學.....	105—120
第 5 編	水力學	133—176
第 6 編	測量	177—259
第 7 編	工程材料	261—302
第 8 編	土工.....	303—318
第 9 編	混凝土及鋼筋混凝土工.....	319—354
第 10 編	基礎工.....	355—359
第 11 編	土壓及擁壁(護牆).....	361—368
第 12 編	道路.....	369—442
第 13 編	鐵路.....	449—517
第 14 編	建築構造.....	519—605
附 錄	中英名詞對照.....	607—615

1-1 代數

I. 乘冪及根

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$
4. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
5. $\sqrt[n]{\frac{1}{a}} = a^{-\frac{1}{n}}$
6. $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^{m+n}}$
7. $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$
8. $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a}$

II. 恒等式及因數分解

1. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
2. $a^2 + b^2 = (a+b\sqrt{-1})(a-b\sqrt{-1})$
3. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
4. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
5. $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$
6. $a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - b^{n-1})$. (n 為偶數)
7. $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + b^{n-1})$. (n 為奇數)
8. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
9. $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (bc+ca+ab)x + abc$
10. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
11. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
12. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
13. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
14. $a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$
15. $a^4 - a^2b^2 + b^4 = (a^2 - ab\sqrt{2} + b^2)(a^2 + ab\sqrt{2} + b^2)$
16. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ca + 2ab$
17. $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(b^2c + bc^2 + c^2a + Ca^2 + a^2b + ab^2) + 6abc$
18. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - bc - ca - ab)$

III. 對數

1. 設 a 為異於 1 之有限正數, 且 $a^x = N$, 則 x 是以 a 為底的 N 之對數.
或 $\log_a N = x$. 設 $\log_a N = x$, 則 $a^x = N$.
2. $\log_a a = 1$.
3. $\log_a 1 = 0$.
4. $\log_a 0 = -\infty$
5. $\log_a (A \times B) = \log_a A + \log_a B$.

$$6. \log_a (A \div B) = \log_a A - \log_a B.$$

$$7. \log_a A^n = n \log_a A. \quad 8. \log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_a A.$$

$$9. \log_a A = \log_b A \times \log_a b. \quad 10. \log_a b \times \log_b a = 1.$$

11. 普通对数(布立格兹 *Briggsian*)——以 10 为底.

12. 自然对数(纳百尔或双曲线 *Napierian or hyperbolic*)——以 2.7183 为底——(用 e 或 ϵ 表示).

(本编普通对数以 $\log$ 表之, 自然对数单以 $\log e$ 表之)

$$13. \log N = \log N \times \log e \quad 14. \log e = 0.43429448$$

$$15. \log N = \log N \times \log 10 \quad 16. \log 10 = 2.30258509$$

$$17. \log e \times \log 10 = 1 \quad 18. \log 10 = 1$$

$$19. \log 10^n = n$$

IV. 方程式

1. 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 三次方程式 $aZ^3 + bZ^2 + cZ + d = 0$ 設 $Z = X - \frac{b}{3a}$ 可化為

$$x^3 + 3px + 2q = 0$$

3. 三次方程式 $x^3 + 3px + 2q = 0$ 之根

$$x_1 = u + v, \quad x_2 = \omega_1 u + \omega_2 v, \quad x_3 = \omega_2 u + \omega_1 v$$

$$\text{設 } \omega_1 = \omega_2^2 = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3}), \quad \omega_2 = \omega_1^2 = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$$

$$u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} \quad v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}$$

4. 四次方程式 $aZ^4 + bZ^3 + cZ^2 + dZ + e = 0$ $Z = x - \frac{b}{4a}$ 可化為

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0. \text{ 其四次方程式之根.}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} + \sqrt{y_3}), \quad x_2 = \frac{1}{2}(-\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} - \sqrt{y_3})$$

$$x_3 = \frac{1}{2}(\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2} - \sqrt{y_3}), \quad x_4 = \frac{1}{2}(-\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2} + \sqrt{y_3})$$

設 y 為三次方程式 $y^3 - 2py^2 - (p^2 - 4r)y - q^2 = 0$ 之 3 根, 以 $\sqrt{y}$ 表之.

$$\text{則 } \sqrt{y_1} \times \sqrt{y_2} \times \sqrt{y_3} = -q$$

V. 級數之和

1. 等差級數 $a + (a+d) + (a+2d) + \dots + a + (n-1)d = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
2. 等比級數 $a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = a \frac{1-r^n}{1-r} = a \frac{r^n-1}{r-1}$
3. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$
4. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$
5. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$
6. $1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{1}{30}n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)$
7. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n$
8. $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{1}{3}n(2n-1)(2n+1)$
9. $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$
10. $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$
11. $1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + 3 \times 4 \times 5 + \dots + n(n+1)(n+2)$
 $= \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$
12. $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1} = \frac{1-x^n}{(1-x)^2} - \frac{nx^n}{1-x}$

VI. 無限級數及函數之展式

1. $(1 \pm x)^n = 1 \pm nx + \frac{n(n-1)}{1 \times 2}x^2 \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3}x^3 + \dots$, 設 n 為任意值,
 $|x| < 1$
2. $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \frac{7}{256}x^5 - \frac{21}{1024}x^6 + \dots$
3. $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \frac{35}{128}x^4 - \frac{63}{256}x^5 + \frac{231}{1024}x^6 - \dots$
4. $\sqrt[3]{1+x} = 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + \frac{5}{81}x^3 - \frac{10}{243}x^4 + \frac{22}{729}x^5 - \frac{154}{6561}x^6 + \dots$
5. $\frac{1}{\sqrt[3]{1+x}} = 1 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}x^2 - \frac{14}{81}x^3 + \frac{35}{243}x^4 - \frac{91}{729}x^5 + \frac{728}{6561}x^6 - \dots$
6. $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$ (設 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$)

$$7. a^x = 1 + \frac{x \log a}{1!} + \frac{(x \log a)^2}{2!} + \frac{(x \log a)^3}{3!} + \dots$$

$$8. \log x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right], \quad (x > 0)$$

$$9. \log(1 \pm x) = \pm x - \frac{x^2}{2} \pm \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \pm \frac{x^5}{5} - \pm \dots, \quad (|x| < 1)$$

$$10. \log \frac{1+x}{1-x} = 2 \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots \right), \quad (|x| < 1)$$

$$11. \log \frac{x+1}{x-1} = 2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \dots \right), \quad (|x| > 1)$$

$$12. \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$13. \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$14. \tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \frac{62x^9}{2835} + \dots, \quad \left(|x| < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$15. \cot x = \frac{1}{x} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} - \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} - \dots, \quad (|x| < \pi)$$

$$16. \sin^{-1} x = x + \frac{1}{2 \times 3} x^3 + \frac{1 \times 3}{2 \times 4 \times 5} x^5 + \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6 \times 7} x^7 + \dots, \quad (|x| < 1)$$

$$17. \tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots, \quad (|x| < 1)$$

$$18. \sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$19. \cosh x = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$$

1-2 平面三角法

I. 同一角之三角函數間之關係

	$\sin \alpha = x$	$\cos \alpha = x$	$\tan \alpha = x$	$\cot \alpha = x$	$\sec \alpha = x$	$\operatorname{cosec} \alpha = x$
$\sin \alpha =$	x	$\pm \sqrt{1-x^2}$	$\pm \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\pm \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$	$\frac{1}{x}$
$\cos \alpha =$	$\pm \sqrt{1-x^2}$	x	$\pm \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\pm \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	$\frac{1}{x}$	$\pm \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$
$\tan \alpha =$	$\pm \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	$\pm \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$	x	$\frac{1}{x}$	$\pm \sqrt{x^2-1}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\cot \alpha =$	$\pm \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$	$\pm \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{1}{x}$	x	$\pm \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\pm \sqrt{x^2-1}$
$\sec \alpha =$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{1}{x}$	$\pm \sqrt{1+x^2}$	$\pm \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$	x	$\pm \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{cosec} \alpha =$	$\frac{1}{x}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\pm \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$	$\pm \sqrt{1+x^2}$	$\pm \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$	x

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad 1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha \quad 1 + \cot^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

II. 倍角之三角函數及三角函數之幕

1. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

2. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

3. $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

4. $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$

5. $\sin 4\alpha = 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha$

6. $\cos 4\alpha = 1 - 8 \cos^2 \alpha + 8 \cos^4 \alpha$

7. $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$

8. $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$

9. $\sin^3 \alpha = \frac{1}{4}(3 \sin \alpha - \sin 3\alpha)$

10. $\cos^3 \alpha = \frac{1}{4}(3 \cos \alpha + \cos 3\alpha)$

11. $\sin^4 \alpha = \frac{1}{8}(3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha)$

12. $\cos^4 \alpha = \frac{1}{8}(3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha)$

13. $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

14. $\tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$

II. 兩角之和或差之函數

$$1. \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$2. \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$3. \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta} \quad 4. \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta \mp 1}{\cot \beta \pm \cot \alpha}$$

IV. 二函數之和差及積

$$1. \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$2. \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$3. \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$4. \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

$$5. \tan \alpha \pm \tan \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} \quad 6. \cot \alpha \pm \cot \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$7. \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$8. \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$9. \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$$

V. 三角形之性質 a, b, c 一邊, A, B, C 一角. R = 外切圓之半徑,

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c).$$

$$1. \text{ 正弦法則 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$2. \text{ 餘弦法則 } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \text{ 等.}$$

3. 由二邊及夾角求他邊

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \text{ 等.}$$

$$4. \sin A = \frac{2}{bc} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

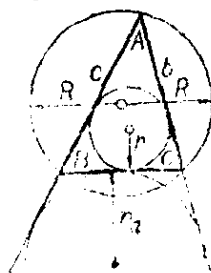
$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}, \quad \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}, \quad \tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

$$5. \text{ 面積 } = \frac{bc}{2} \sin A = \frac{abc}{4R} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

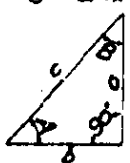
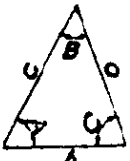
$$6. \text{ 外切圓半徑 } R = \frac{abc}{4 \times \text{面積}} = \frac{a}{2 \sin A}$$

$$7. \text{ 內切圓半徑 } r = \frac{\text{面積}}{s} = (s-a) \tan \frac{A}{2}$$

$$8. \text{ 傍切圓半徑 } r_a = \frac{\text{面積}}{s-a} = s \tan \frac{A}{2}$$

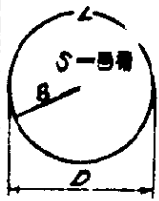
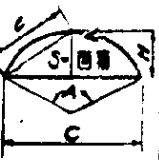


VI. 三角形公式

圖形	已知	求	公 式	備 考
 S = 面積	a, c.	A, B.	$\sin A = \frac{a}{c}, \quad \cos B = \frac{b}{c},$	直角三角形表解
		b, S.	$b = \sqrt{c^2 - a^2}, \quad S = \frac{a}{2} \sqrt{c^2 - a^2},$	
	a, b.	A, B.	$\tan A = \frac{a}{b}, \quad \tan B = \frac{b}{a},$	b a A C
		c, S.	$c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad S = \frac{ab}{2},$	
	A, a.	B, b.	$B = 90^\circ - A, \quad b = a \cdot \cot A,$	1/12 1 85-14 10028
		c, S.	$c = \frac{a}{\sin A}, \quad S = \frac{a^2 \cot A}{2},$	
	A, b.	B, a.	$B = 90^\circ - A, \quad a = b \tan A = c \cos B,$	1/11 1 84-50 10041
		c, S.	$c = \frac{b}{\cos A}, \quad S = \frac{b^2 \tan A}{2},$	
	A, c.	B, a.	$B = 90^\circ - A, \quad a = c \sin A,$	1/10 1 84-17 10080
		b, S.	$b = c \cos A, S = \frac{c^2 \sin A \cos A}{2} = \frac{c^2 \sin 2A}{4},$	
 $p = \frac{a+b+c}{2}$	a, b, c.	A	$\sin \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}, \quad \cos \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}},$	1/12 1 83-26 11180
			$\tan \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}, \quad \sin \frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{p-a)(p-c)}{ac}},$	
		B	$\cos \frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{p(p-b)}{ac}}, \quad \tan \frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}},$	
		C	$\sin \frac{1}{2}C = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}, \quad \cos \frac{1}{2}C = \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}},$	
		S	$\tan \frac{1}{2}C = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}, \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$	
	a, A, B.	b, c.	$b = \frac{a \sin B}{\sin A}, \quad c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{a \sin(A+B)}{\sin A},$	1/14 1 33-42 18000
		S.	$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A},$	
	a, b, A.	B	$\sin B = \frac{b \sin A}{a},$	2 1 26-34 22850
		c	$c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{b \sin C}{\sin B} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C},$	
	a, b, C.	S	$S = \frac{1}{2} ab \sin C,$	3 1 18-26 31620
		A	$\tan A = \frac{a \sin C}{b - a \cos C},$	
	a, b, C.		$\tan \frac{1}{2}(A-B) = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{1}{2}C,$	4 1/2 1 44-02 41240
		c	$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C} = \frac{a \sin C}{\sin A},$	
		S	$S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A,$	
			$A+B+C = 180^\circ, \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C},$	
			$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2},$	5 1/2 1 8-43 65733
			$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2},$	
			$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C,$	
			$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B,$	
			$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C, \quad \frac{a-b}{a+b} = \frac{\tan \frac{1}{2}(A-B)}{\tan \frac{1}{2}(A+B)}$	7 1 7-36 78501
				8 1 7-07 80717

1-3 求積法

I. 圆形公式

圖形	已知	計 算 公 式	備 考
	D	$L = \pi D = \frac{355D}{113} = 3.1416 D$	$\pi \cdot \text{圓周率} = \frac{22}{7} = \frac{344}{113}$
	R, S	$L = 2S \div R$	$= 3.1415926535897$
	R	$L = 2\pi R = 6.2832 R = \frac{710}{113} R$	93238462643383
	S, D	$L = 4S \div D$	27950268419716
	S	$L = 2\sqrt{\pi S} = \sqrt{\frac{289168}{113}} = \sqrt{2559.45} = 50.59V S$	933937310
	L	$D = \frac{L}{\pi} = \frac{113}{355} L = 0.3183099 L$	$\frac{1}{\pi} = 0.3183099$
	S	$D = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{1.2732395} = 1.1283\sqrt{S}$	$\pi^{\frac{1}{2}} = 90685044$
	L	$R = \frac{L}{2\pi} = \frac{113}{710} L = 0.15915 L$	$\frac{1}{2\pi} = 0.15915$
	S	$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{113}{355}} = 0.5641896\sqrt{S}$	$\sqrt{\pi} = 1.7724539$
	R	$S = \pi R^2 = \frac{355}{113} R^2 = 3.1416 R^2$	$\sqrt{\pi} = 0.5641896$
	R, L	$S = LR \div 2$	$\pi\sqrt{2} = 4.44288$
	D	$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{355D^2}{452} = 0.7854 D^2$	$\sqrt{\frac{\pi}{4}} = 0.78539816$
	L, D	$S = LD \div 4$	$\frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2.2214415$
	L	$S = \frac{L^2}{4\pi} = \frac{113L^2}{1420} = 0.07958 L^2$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1.2533$
	R, A	$L = \frac{\pi R A}{180} = \frac{71\pi R A}{4068} = 0.017453 R A$	$\frac{\pi}{180} = 0.0174532$
	S, A	$L = \sqrt{\frac{2AS}{\pi}} = 0.18684\sqrt{SA}$	$\frac{1}{2\pi} = 0.159154$
	L, A	$R = \frac{180L}{\pi A} = \frac{4068L}{71\pi A} = 57.29578 \times \frac{L}{A}$	$\frac{\pi}{4} = 0.78540$
	S, A	$R = \sqrt{\frac{180S}{\pi A}} = \sqrt{\frac{180S}{71\pi A}} = 10.6971\sqrt{\frac{S}{A}}$	$\frac{1}{4\pi} = 0.00785398$
	R, L	$A = \frac{180L}{\pi R} = \frac{4068L}{71\pi R} = 57.29578 \times \frac{L}{R}$	$\frac{360}{\pi} = 114.59156$
	R, S	$A = \frac{360S}{\pi R^2} = \frac{8136S}{71\pi R^2} = 114.6 \times \frac{S}{R^2}$	$\frac{\pi}{360} = 0.000872664$
	R, L	$S = RL \div 2$	$\sqrt{\frac{180}{\pi}} = 10.6971$
	R, A	$S = \frac{\pi R^2 A}{360} = \frac{71\pi R^2 A}{4068} = 0.0087266 R^2 A$	$\frac{\pi}{180} = 0.0174533$
	R, A	$H = 2R \sin^2 \frac{A}{2}$	$S = \frac{R^2}{2} \left(\frac{\pi A}{180} - \sin A \right)$
	C, A	$H = \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2}$	$\frac{180}{\pi} = 57.2957795$
	L, R, C, H	$S = \frac{1}{2} \{ LR - C(R-H) \}$	$\frac{\pi}{90} = 0.0349066$
	H, R	$C = 2\sqrt{2HR - H^2} = 2R \sin \frac{A}{2}$	$D \times 0.70711$
	R, A, C, H	$S = \frac{\pi R^2 A}{360} - \frac{C}{2} (R-H)$	— 圓內正方形之一邊
	C, H	$S = \frac{AH}{3} \sqrt{10626H^2 + \left(\frac{C}{2}\right)^2}$	$D \times 0.88623$
	C, H	$L = 2\sqrt{\left(\frac{C}{2}\right)^2 + H^2} + \frac{H^2}{\frac{C}{2}} = \frac{8C^2 - C}{3}$	— 圓內正方形之一邊
	R, C	$H = R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{C}{2}\right)^2} = R - \frac{1}{2} \sqrt{4R^2 - C^2}$	— 邊 $\times 1.41421$
	H, C	$R = \frac{\sqrt{5}H^2 + H^2}{2H} = \frac{4H^2 + C^2}{8H} = \frac{C^2}{2H}$	— 正方形外切圓之直徑

1-3 求積法

II. 各種形體公式

S = 面積

V = 體積容積

L = 長周長

G = 斜高

H = 高

B = 長基線

b = 短基線

D = 長直徑

d = 短直徑

R = 大圓半徑

r = 小圓半徑

n = 多角形之邊數

a, b, c = 三角形三邊

A, B, C = 三角形角度

P = $\frac{1}{2}$ 三角形三邊之和

名稱	圖形	公式	名稱	圖形	公式
三角形		$S = \frac{bh}{2} = \frac{bc}{2} \sin A$ $= \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$	圓		$S = \pi R^2 = 3.1416 R^2$ $= \frac{\pi D^2}{4} = 0.7854 D^2$ $= \frac{L^2}{4\pi} = 0.0796 D L^2$
長方形		$S = LB$	圓環		$S = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \pi (R^2 - r^2)$ $= \frac{\pi}{2} L (D + d)$
正方形		$S = B^2 = 2R^2 = 4r^2$	橢圓形		$L = \frac{1}{2} \pi (D + d)$ $S = \frac{1}{4} \pi D d$ $V = \frac{1}{6} \pi D d^2$
梯形		$S = (B + b)h \div 2$	圓柱體		$L = \frac{1}{2} \pi (D + d)$ $S = \frac{1}{4} \pi D d$ $V = \frac{1}{6} \pi D d^2$
平行四邊形		$S = BG \sin A$	圓錐體		$S = 2\pi RH = 6.2832 RH$ $V = \pi R^2 H = \frac{\pi}{4} D^2 H$ $= \frac{\pi H L^2}{4\pi} = 0.0796 D H L^2$
橢圓形		$S = \frac{\pi}{4} BH$	圓錐體		$S = \frac{1}{2} \pi DG = \pi RG$ $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{12} \pi D H = \frac{\pi H L^2}{12\pi}$
等邊多角形		$A = \frac{n-2}{n} \times 180^\circ$ $S = \frac{nL^2}{4} \times \cot \frac{180^\circ}{n}$ —— 一 邊 ² × 固定數 (見下表)	圓柱體		$S = \frac{1}{2} \pi DG = \pi RG$ $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{12} \pi D H = \frac{\pi H L^2}{12\pi}$
		角數 邊數 固定數	圓錐體		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
		三角形 3 0.433	圓環		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
		正方形 4 1.000	圓環		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
		五邊形 5 1.720	圓環		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
		六邊形 6 2.598	圓環		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
		七邊形 7 3.634	圓環		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
		八邊形 8 4.028	圓環		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
		九邊形 9 5.182	圓環		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
		十邊形 10 7.694	圓環		$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{\pi L^3}{6\pi}$
扇形		$S = \frac{1}{2} RL = \frac{\pi R^2 A}{360} = 0.008727 RA$	橢圓錐體		$S = \pi (R + r) G = \frac{1}{2} \pi (D + d) G$ $V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2)$
弓形		$S = \frac{R^2}{2} \left(\frac{\pi A}{180} - \sin A \right)$ $= \frac{1}{2} (LR - C(R - h))$ $= \frac{\pi R^2 A}{360} - \frac{C}{2} (R - h)$	不規則形		$S = \frac{W}{2} (H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_5 + H_6 + H_7 + H_8 + H_9 + H_{10})$ $S = d (C_1 (H_1 + H_2) + C_2 (H_2 + H_3) + C_3 (H_3 + H_4) + C_4 (H_4 + H_5) + C_5 (H_5 + H_6) + C_6 (H_6 + H_7) + C_7 (H_7 + H_8) + C_8 (H_8 + H_9) + C_9 (H_9 + H_{10}))$
尖形體		$V = \frac{1}{6} WH (O + G + C)$			

1-4 雙曲線函數

$$1. \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$2. \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$3. \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$4. \coth x = \frac{1}{\tanh x}$$

$$5. \operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x}$$

$$6. \operatorname{cosech} x = \frac{1}{\sinh x}$$

$$7. \cosh x + \sinh x = e^x$$

$$8. \cosh x - \sinh x = e^{-x}$$

$$9. \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$10. \tanh^2 x + \operatorname{sech}^2 x = 1$$

$$11. \coth^2 x - \operatorname{cosec}^2 x = 1$$

$$12. \sinh(\alpha \pm \beta) = \sinh \alpha \cosh \beta \pm \cosh \alpha \sinh \beta$$

$$13. \cosh(\alpha \pm \beta) = \cosh \alpha \cosh \beta \pm \sinh \alpha \sinh \beta$$

$$14. \tanh(\alpha \pm \beta) = \frac{\tanh \alpha \pm \tanh \beta}{1 \pm \tanh \alpha \tanh \beta}$$

$$15. \coth(\alpha \pm \beta) = \frac{1 \pm \coth \alpha \coth \beta}{\coth \alpha \pm \coth \beta}$$

$$16. \sinh ix = -i \sin x$$

$$17. \cosh ix = i \cos x$$

$$18. \tanh ix = -i \tan x$$

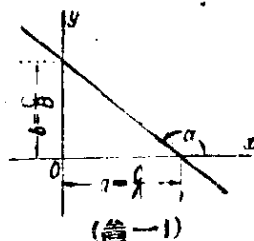
1-5 解析幾何

I. 直線(圖-1)

$$Ax + By = C, y = mx + b,$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, m = \tan \alpha = -A/B, a = C/A,$$

$$b = C/B$$



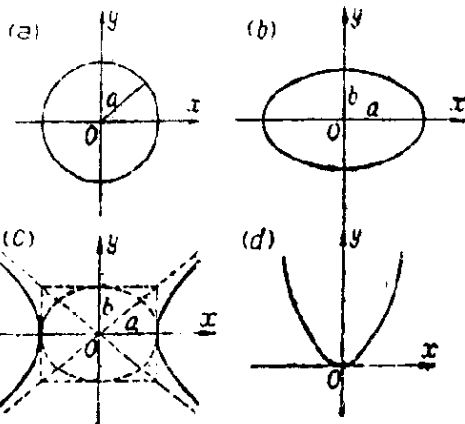
II. 圓錐曲線(二次曲線, 圖-2)

(a) 圓 $x^2 + y^2 = a^2$

(b) 橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(c) 雙曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

(d) 拋物線 $y = ax^2$

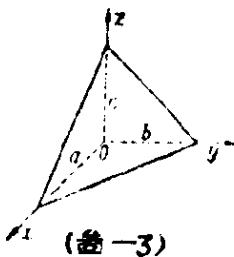


III. 平面(圖-3)

$$Ax + By + Cz = D,$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$a = D/A, b = D/B, c = D/C$$



IV. 二次面(圖-4)

(a) 橢圓面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

(b) 一葉雙曲面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

(c) 二葉雙曲面

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

(d) 錐面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

(e) 橢圓拋物面

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z$$

(f) 雙曲拋物面

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z$$

