

國民中學
複習叢書

初等新數學〔第二冊〕

陶伯文編

本店業經內政部核准登記頒發內版臺業字第〇〇二五號登記證



店印行

民國六十年三月初版發行

每冊基價八角

(按照同業規定倍數發售)

初等數學

[第二冊]

*

有權作編·不准翻印

編著者 陶伯文

發行人 劉甫琴

印刷者 臺灣開明書店

總發行所

臺北市中山北路一段七七號
電話五五五九 五〇八〇號
郵局劃撥賬號第一二五七號

臺灣開明書店

(中華 125J.)

編輯大意

- 一、本書依據最近部頒“國民中學數學暫行課程標準”，並參考現行教科書及 *S.M.S.G.* 原本編輯而成，供升學、進修、複習之用。
- 二、本書配合教科書，分爲六冊，每冊後附教科書習題解答(或提示)，以供參考。
- 三、本書內容翔實，觀念與解題法亦予兼顧。
 1. 在數理觀念方面，除處處舉例說明，節節提示“注意要項”外，並在習題中列有詳盡之各類測驗題，俾讀者能由此獲致正確而深刻印象。
 2. 在解題法方面，除對各種運算步驟外，並使其各型例題，包羅齊全，且難易齊備。遇重要或困難者，多加註解題“要點”或“分析”，俾讀者能獲舉一反三之效；遇易生錯誤者，附作“正誤”兩解，用以提示改正。
4. 每章後所附綜合性之兩次習題，其內容以第一次較爲淺近。
5. 拙編初中用之“初等代數學”，數年來蒙各方關注採用，已發行十餘萬冊。茲值課程標準改訂，特復審慎重編，以符合時代之所需，惟訛誤之處，仍難避免，尙祈不吝續賜指正是幸。

編者謹識

民國五十九年十月

目 錄

第一章 小 數

1-1 小數的認識.....	1	1-6 小數的近似值.....	21
1-2 正小數的計算.....	5	1-7 綜合例題.....	23
1-3 正分數化小數法.....	10	習題 1-1.....	28
1-4 正小數化分數法.....	15	習題 1-2.....	33
1-5 正小數和負小數.....	20		

第二章 測度和度量

2-1 測度，測度單位和度 量的意義.....	40	2-6 體積.....	54
2-2 長.....	40	2-7 重量和時間.....	58
2-3 角的度量.....	44	2-8 綜合例題.....	62
2-4 簡單的封閉曲線.....	48	習題 2-1.....	68
2-5 面積.....	51	習題 2-2.....	77

第三章 比和比例，百分率

3-1 比.....	86	3-6 百分率的應用.....	106
3-2 比例.....	90	3-7 綜合例題.....	111
3-3 正比例和反比例.....	96	習題 3-1.....	118
3-4 連比.....	100	習題 3-2.....	126
3-5 百分率.....	103		

第四章 簡單直線形

4-1 幾何性質的實驗和證明.....	135	角形.....	168
4-2 關於角的一些名詞.....	136	4-9 幾何不等性質.....	173
4-3 相異兩線相交所成的角.....	139	4-10 關於三角形全等的另外一些性質.....	178
4-4 三角形和三角全等.....	145	4-11 平行四邊形和梯形.....	181
4-5 截線.....	152	4-12 平行四邊形, 三角形, 梯形的度量.....	189
4-6 平行線.....	155	4-13 直角柱.....	193
4-7 三角形三個角的度量和.....	162	4-14 綜合例題.....	196
4-8 等腰三角形和等邊三角		習題 4-1.....	209
教科書習題解答	234	習題 4-2.....	224
			234

第一章 小 數

1-1. 小數的認識

I. 小數和小數點

由： $7 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 6 \times 10^0$ 記做 706，於是推廣這種記法，規定

$$2 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 4 \times \frac{1}{10^1} + 5 \times \frac{1}{10^2} \text{ 記做 } 29.45,$$

$$8 \times \frac{1}{10^1} + 4 \times \frac{1}{10^2} + 6 \times \frac{1}{10^3} \text{ 記做 } 0.846,$$

像這樣記出的 29.45, 0.846, 稱為小數；符號“.” 稱為小數點；小數點左邊的數字，稱為整數部分；小數點右邊的數字，稱為小數部分。

II. 帶小數和純小數

1. 一小數中，小數點左邊的整數部分，為不是 0 的整數時，稱為帶小數。

例如：132.4, 29.605, 1.03 都是帶小數。

2. 一小數中，小數點左邊的整數部分為 0 時，稱為純小數。

例如：0.38, 0.1, 0.00578 都是純小數。

III. 分母為 10 的乘幂的分數寫做小數法

由小數的意義，知

$$32.68 = 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 6 \times \frac{1}{10^1} + 8 \times \frac{1}{10^2} = 32 \frac{68}{10^2}.$$

$$9.604 = 9 \times 10^0 + 6 \times \frac{1}{10^1} + 0 \times \frac{1}{10^2} + 4 \times \frac{1}{10^3} = 9 \frac{604}{10^3}.$$

$$0.7509 = 7 \times \frac{1}{10^1} + 5 \times \frac{1}{10^2} + 0 \times \frac{1}{10^3} + 9 \times \frac{1}{10^4} = \frac{7509}{10^4}.$$

故上列各式又可寫做：

$$32 \frac{68}{10^2} = 32.68; 9 \frac{604}{10^3} = 9.604; \frac{7509}{10^4} = 0.7509.$$

於是推知，分母爲 10 的乘幕的分數寫做小數的步驟是：

1. 寫出這分數的分子。
2. 看分母是 10 的多少次乘幕，就從所寫出的分子的個位起，向左數到第多少位，在這一位的左邊記出小數點，即得所求的小數。
3. 分子的位數不够時，應在左邊用 0 補充。
4. 當這分數爲帶分數時，其分數部分依上述法則寫成小數，其整數部分寫在小數點的左邊(即這小數的整數部分)，便得所求的小數。

例如：① $\frac{39}{10^2} = 0.39$.

② $\frac{28}{10^4} = 0.0028$.

③ $24\frac{3}{10} = 24.3$.

④ $600\frac{2}{10^3} = 600.002$.

IV. 小數的位名

由： $0.1 = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}$

$0.01 = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

$0.001 = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$

$0.0001 = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000}$

.....
故得整數和小數各位的相關位置和名稱如下表：

.....	百	十	萬	萬	千	百	十	個	·	十	百	千	萬	十	百	萬	
	萬	萬	萬	萬	千	百	十	個	(小數點)	分	分	分	分	分	分	分	

V. 小數的讀法

1. 正讀法：

- ① 整數部分依第一冊所講整數的讀法，
- ② 小數點讀“又”，
- ③ 小數部分要看小數最右一位數字是在什麼位，就讀出那位名的幾分之幾。若在十分位，就讀十分之幾，若在百分位，就讀百分之幾……。

例如：① 2.58 讀做二又百分之五十八，

② 69.0247 讀做六十九又萬分之二百四十七，

③ 0.005 讀做千分之五。

2. 簡讀法：

依次從左到右，將各數字及小數點一一讀出。若遇有幾個“0”連在一起，也要全部讀出。

例如：① 65.34 簡讀做六五點三四，

② 2.0007 簡讀做二點零零零七，

③ 0.85 簡讀做零點八五，或點八五。

VI. 注意要項

1. 純小數為正數時，其值是大於 0 而小於 1 的數。

2. 帶小數的整數部分為 1 時，其值為大於 1 而小於 2 的數。整數部分為 2 時，其值為大於 2 而小於 3 的數，餘類推。

例如： $0 < 0.34 < 1$ ； $1 < 1.56 < 2$ ； $2 < 2.094 < 3$ 。

3. 小數點符號“.”，須記在兩數字間的略下方，決不可記在兩數字的中間。

例如：3.6 和 3·6 完全不同，因前者小圓點是表示小數點，讀做三點六，後者的小圓點是表示乘號，讀做三乘六。

4. 一小數的最右邊，可任意增加“0”或去掉“0”。

例如： $0.830 = 0.830000 = 0.83$ 。

上述事實，類似“一整數的最左邊，可任意增減“0”，結果不影響這整數的值”。因為： $038 = 0038 = 38$ 。

5. 帶小數或純小數中，每一位上的“1”，是它相鄰右邊位上“1”的 10 倍，是它相鄰左邊位上“1”的十分之一。

例如：3.82 中，若把在十分位上的“8”看作八個“1”。則對右鄰的百分位講是 80，對左鄰的個位講是 $\frac{8}{10}$ 。

6. 任一整數可看做：小數點右邊的數字都是 0 的數。

例如： $76 = 76.0000 \dots$ 。

〔例 1〕 試將下列各題以小數表示出來。

$$\textcircled{1} \quad 3 \times 10^0 + 6 \times \frac{1}{10^1} + 2 \times \frac{1}{10^2} + 4 \times \frac{1}{10^3}$$

$$\textcircled{2} \quad 0 \times 10^0 + 0 \times \frac{1}{10^1} + 8 \times \frac{1}{10^2},$$

$$\textcircled{3} \quad 7 \times \frac{1}{10^1} + 2 \times \frac{1}{10^2} + 0 \times \frac{1}{10^3} + 1 \times \frac{1}{10^4}.$$

【解】 ① 3.624. ② 0.08. ③ 0.7201.

〔例2〕 試將下列各小數用10的乘幂展開式表出.

$$\textcircled{1} \quad 5.62, \quad \textcircled{2} \quad 0.0803, \quad \textcircled{3} \quad 0.0008.$$

$$\text{【解】 } \textcircled{1} \quad 5.62 = 5 \times 10^0 + 6 \times \frac{1}{10^1} + 2 \times \frac{1}{10^2}.$$

$$\textcircled{2} \quad 0.0803 = 8 \times \frac{1}{10^2} + 0 \times \frac{1}{10^3} + 3 \times \frac{1}{10^4}.$$

$$\textcircled{3} \quad 0.0008 = 8 \times \frac{1}{10^4}.$$

〔例3〕 試將下列各分數用小數寫出.

$$\textcircled{1} \quad \frac{24}{10^2}, \quad \textcircled{2} \quad \frac{18}{10^5}, \quad \textcircled{3} \quad 38 \frac{1}{10^2}, \quad \textcircled{4} \quad 1 \frac{305}{10^4}.$$

$$\text{【解】 } \textcircled{1} \quad \frac{24}{10^2} = 0.24. \quad \textcircled{2} \quad \frac{18}{10^5} = 0.00018.$$

$$\textcircled{3} \quad 38 \frac{1}{10^2} = 38.01. \quad \textcircled{4} \quad 1 \frac{305}{10^4} = 1.0305.$$

〔例4〕 試將下列各小數以10的乘幂為分母的分數表出.

$$\textcircled{1} \quad 0.024, \quad \textcircled{2} \quad 33.03, \quad \textcircled{3} \quad 4.24, \quad \textcircled{4} \quad 6.0007.$$

$$\text{【解】 } \textcircled{1} \quad 0.024 = \frac{24}{10^3}. \quad \textcircled{2} \quad 33.03 = 33 \frac{3}{10^2}.$$

$$\textcircled{3} \quad 4.24 = 4 \frac{42}{10^2}. \quad \textcircled{4} \quad 6.0007 = 6 \frac{7}{10^4}.$$

〔例5〕 用正讀和簡讀兩種方法，讀出下列各數.

$$\textcircled{1} \quad 54.579, \quad \textcircled{2} \quad 0.085, \quad \textcircled{3} \quad 2568.79, \quad \textcircled{4} \quad 0.6.$$

【解】 ① 正讀：五十四又千分之五百七十九，

簡讀：五四點五七九。

② 正讀：千分之八十五，簡讀：零點零八五。

③ 正讀：二千五百六十八又百分之七十九，

【例5】簡讀：二五六八點七九。

④ 正讀：十分之六，簡讀：點六或零點六。

【例6】下列各題，正確的記“○”，錯誤的記“×”。

- ① $2.47=2.4700$, ② $0.96=0.096$,
 ③ $56.003=56.03$, ④ $0.6=.6$,
 ⑤ $2.45=002.45$, ⑥ 0.008005 簡讀做零點零八零五,
 ⑦ 4.44 正讀做四又百分之四十四,
 ⑧ 百分之五等於萬分之五百,
 ⑨ $83=83.000$, ⑩ $42<42.92<43$.

【解】 ① ○, ② ×, ③ ×, ④ ○, ⑤ ○,
 ⑥ ×, ⑦ ○, ⑧ ○, ⑨ ○, ⑩ ○.

1-2. 正小數的計算

I. 小數的加減法

1. 將各數的小數點和小數點對齊，各數字依位對齊。
2. 依照正整數的加法或減法計算。
3. 所得的和或差，其小數點須與原有各數的小數點對齊。

【例1】求 $3.85+0.068+37+21.39$ 的和。

$$\begin{array}{r} \text{【解】} \quad \begin{array}{r} 3.85 \\ 0.068 \\ 37 \\ + 21.39 \\ \hline 62.308 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 3.850 \\ 0.068 \\ 37.000 \\ + 21.390 \\ \hline 62.308 \end{array} \end{array}$$

答：62.308。

【例2】求 $24.39-6.753$ 的差。

$$\begin{array}{r} \text{【解】} \quad \begin{array}{r} 24.39 \\ - 6.753 \\ \hline 17.637 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 24.390 \\ - 6.753 \\ \hline 17.637 \end{array} \end{array}$$

答：17.637。

II. 小數的乘法

1. 算法與整數的乘法相同。

2. 所得的積, 其小數位數等於被乘數與乘數中小數位數的和,

【例 1】 $7.2536 \times 45 = ?$

$$\begin{array}{r} \text{【解】} \quad 7.2536 \\ \times \quad 45 \\ \hline 362680 \\ 290144 \\ \hline 326.4120 \\ \text{答 } 326.412. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{說明: } 7.2536 \times 45 &= \frac{72536}{10000} \times 45 \\ &= \frac{3264120}{10000} \\ &= 326.412. \end{aligned}$$

【例 2】 $9.47 \times 0.59 = ?$

$$\begin{array}{r} \text{【解】} \quad 9.47 \\ \times \quad 0.59 \\ \hline 8523 \\ 4735 \\ \hline 5.5873 \\ \text{答: } 5.5873. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{說明: } 9.47 \times 0.59 &= \frac{947}{100} \times \frac{59}{100} \\ &= \frac{947 \times 59}{100 \times 100} = \frac{55873}{10^4} \\ &= 5.5873. \end{aligned}$$

III. 小數的除法

1. 正整數除小數時:

- ① 算法和整數的除法相同。
- ② 所得商的小數點須與被除數的小數點對齊。
- ③ 若被除數的數字已移完而尚未除盡時, 可於被除數後面增加 0.

繼續除之。

④ 若除數最右一位或一連幾位是 0 時, 可先去掉這些 0, 同時將被除數的小數點向左移動與去掉 0 的個數相同的位數。

【例 1】 $766.8 \div 3600 = ?$

$$\begin{array}{r} \text{【解】} \quad 0.213 \\ 3600 \overline{) 766.8} \\ \underline{72} \\ 46 \\ \underline{36} \\ 108 \\ \underline{108} \\ 0 \end{array}$$

說明: $766.8 \div 3600$

$$\begin{aligned} &= \frac{7668}{10} \div 3600 = \frac{7668}{36000} \\ &= \frac{7668 \div 1000}{3600 \div 1000} = \frac{7.668}{36} \\ &= 7.668 \div 36 \end{aligned}$$

答: 0.213.

〔例2〕 求 $85.7 \div 64$ 的商到小數第三位。

【解】

$$\begin{array}{r}
 1.339 \\
 64 \overline{) 85.7} \\
 \underline{64} \\
 217 \\
 \underline{192} \\
 250 \\
 \underline{192} \\
 580 \\
 \underline{576} \\
 4
 \end{array}$$

說明：

$$\begin{array}{r}
 1.339 \\
 64 \overline{) 85.700} \\
 \underline{64} \\
 21.7 \\
 \underline{19.2} \\
 2.50 \\
 \underline{1.92} \\
 0.580 \\
 \underline{0.576} \\
 0.004
 \end{array}$$

$$\text{故 } 85.7 \div 64 = 1.339 + \frac{0.004}{64} = 1.339 + \frac{1}{16000}.$$

2. 正整數除正整數時。

① 把被除數看做有小數點在個位數的右邊。 ② 餘同1。

〔例〕 $186 \div 248 = ?$

【解】

$$\begin{array}{r}
 0.75 \\
 248 \overline{) 186.0} \\
 \underline{173.6} \\
 1240 \\
 \underline{1240} \\
 0
 \end{array}$$

說明：

$$\begin{array}{r}
 0.75 \\
 248 \overline{) 186.00} \\
 \underline{173.6} \\
 1240 \\
 \underline{1240} \\
 0
 \end{array}$$

答：0.75。

3. 小數除小數時。

① 去掉除數中的小數點，使它變為正整數。

② 把被除數的小數點，依照除數原有的小數位數向右移若干位。

(若原有位數不夠移時，用0補充)。

③ 依照上述1或2法則計算。

〔例1〕 $3.369 \div 0.91 = ?$

【解】

$$\begin{array}{r}
 3.7 \\
 0.91 \overline{) 3.36.9} \\
 \underline{273} \\
 639 \\
 \underline{637} \\
 2
 \end{array}$$

說明： $3.369 \div 0.91$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3369}{1000} \div \frac{91}{100} \\
 &= \frac{3369}{1000} \times \frac{100}{91} = \frac{3369}{10} \times \frac{1}{91} \\
 &= 336.9 \div 91.
 \end{aligned}$$

答：3.7餘0.002。

〔例 2〕 $7 \div 12.5 = ?$

【解】 $\begin{array}{r} 0.56 \\ 12.5 \overline{) 7.00} \\ \underline{625} \\ 750 \\ \underline{750} \\ 0 \end{array}$ 說明: $7 \div 12.5$

$$= 7 \div \frac{125}{10} = 7 \times \frac{10}{125}$$

$$= \frac{70}{125} = 70 \div 125.$$

答: 0.56.

IV. 注意要項

1. 正整數常被看做有小數點在個位右邊。
2. 一個正整數或小數乘以 10, 100, 1000, …… (或除以 0.1, 0.01, 0.001, ……) 等的時候, 祇要把這數的小數點向右移一, 二, 三, ……位, 就是所求的積(商). 位數不夠時, 可在右邊以 0 補足。

例如: ① $36 \times 100 = 3,600$.

② $0.579 \times 1,000,000 = 579,000$.

③ $46 \div 0.01 = 4600$.

④ $3.828 \div 0.000001 = 3,828,000$.

3. 一個正整數或小數乘以 0.1, 0.01, 0.001, …… (或, 除以 10, 100, 1000, ……) 等的時候, 祇要把這數的小數點向左移一, 二, 三, ……位, 就是所求的積(商). 位數不夠時, 可在左邊以 0 補足。

例如: ① $247 \times 0.001 = 0.247$.

② $5.093 \times 0.01 = 0.05093$.

③ $6 \div 1000 = 0.006$.

④ $32.74 \div 10 = 3.274$.

4. 在除法中, 餘數的小數點, 要和被除數的小數點對齊. 若在演算時, 被除數的小數點有移動, 而餘數的小數點, 仍要和被除數原來的小數點對齊. (參看本節 III 例 2 及 3 例 1).

5. 在同一除法中, 商的小數位數位數不同, 對應的餘數也隨着而不同.

例如: $3.45 \div 1.3 = 2.6 + \frac{0.07}{1.3}$, 即商是 2.6, 對應餘數是 0.07,

$$3.45 \div 1.3 = 2.65 + \frac{0.005}{1.3}, \text{ 商是 } 2.65, \text{ 對應餘數是 } 0.005,$$

$$3.45 \div 1.3 = 2.653 + \frac{0.0011}{1.3}, \text{ 商是 } 2.653, \text{ 對應餘數是 } 0.0011.$$

6. 小數經過乘法或除法的計算後，通常得下列情形的結果：

- ① 純小數乘純小數；帶小數除純小數，結果都是純小數。
- ② 純小數除帶小數，結果是帶小數或整數。
- ③ 正純小數乘正純小數或正純小數自乘，所得的值比被乘數或乘數都要小。

例如： $0.2 \times 0.6 = 0.12$ ，即 $0.12 < 0.2 < 0.6$ 。

- ④ 正帶小數乘正帶小數或正帶小數自乘，所得的值比被乘數或乘數都要大。

例如： $3.4 \times 4.5 = 15.3$ ，即 $15.3 > 3.4$ ， $15.3 > 4.5$ 。

7. 上述小數的加，減，乘，除為縱式計算法；下面再技巧的運用已知法則，舉例說明小數加，減，乘，除的橫式計算法，以供參考。

〔例 1〕 $0.64 + 0.23 = ?$

【解一】 因 $0.64 = 64 \times \frac{1}{100}$ ， $0.23 = 23 \times \frac{1}{100}$

$$\begin{aligned} \text{故 } 0.64 + 0.23 &= \left(64 \times \frac{1}{100}\right) + \left(23 \times \frac{1}{100}\right) \\ &= (64 + 23) \times \frac{1}{100} \quad (\text{分配律}) \\ &= 87 \times \frac{1}{100} \\ &= 0.87. \end{aligned}$$

【解二】 因 $0.64 = 0.6 + 0.04 = \frac{6}{10} + \frac{4}{100}$ 。

$$0.23 = 0.2 + 0.03 = \frac{2}{10} + \frac{3}{100}.$$

$$\begin{aligned} \text{故 } 0.64 + 0.23 &= \left(\frac{6}{10} + \frac{4}{100}\right) + \left(\frac{2}{10} + \frac{3}{100}\right) \\ &= \left(\frac{6}{10} + \frac{2}{10}\right) + \left(\frac{4}{100} + \frac{3}{100}\right) \quad (\text{交換律，結合律}) \end{aligned}$$

$$= \frac{8}{10} + \frac{7}{100} = 0.8 + 0.07$$

$$= 0.87.$$

〔例 2〕 $0.96 - 0.64 = ?$

【解一】 $0.96 - 0.64 = 96 \times \frac{1}{100} - 64 \times \frac{1}{100} = (96 - 64) \times \frac{1}{100}$

$$= 32 \times \frac{1}{100} = 0.32.$$

【解二】 $0.96 - 0.64 = \left(\frac{9}{10} + \frac{6}{100} \right) - \left(\frac{6}{10} + \frac{4}{100} \right)$

$$= \left(\frac{9}{10} - \frac{6}{10} \right) + \left(\frac{6}{100} - \frac{4}{100} \right) = \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$$

$$= 0.32.$$

〔例 3〕 $0.74 \times 0.36 = ?$

【解一】 $0.74 \times 0.36 = 74 \times \frac{1}{100} \times 36 \times \frac{1}{100} = (74 \times 36) \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{100}$

$$= 2664 \times \frac{1}{10000} = 0.2664.$$

【解二】 $0.74 \times 0.36 = \frac{74}{100} \times \frac{36}{100} = \frac{2664}{10000} = 0.2664.$

〔例 4〕 $0.576 \div 0.12 = ?$

【解一】 $0.576 \div 0.12 = \frac{0.576}{0.12} = \frac{57.6}{12} = \frac{1}{12} \times 57.6$

$$= \frac{1}{12} \times \left(576 \times \frac{1}{10} \right) = \left(\frac{1}{12} \times 576 \right) \times \frac{1}{10}$$

$$= 48 \times \frac{1}{10} = 4.8.$$

【解二】 $0.576 \div 0.12 = \frac{0.576}{0.12} = \frac{57.6}{12} = 4.8.$

1-3. 正分數化小數法

I. 基本認識

1. 正分數化為小數的一般法則是利用除法(分母除分子)。

2. 凡是分數都可以化為整數或小數。

3. 分數化成的小數有：有限小數與循環小數兩種。

4. 有限小數與無限小數：

① 在分母除分子的過程中，除到小數點以後的若干位時，餘數為0（除盡），所得商的小數位數為有限個，稱為**有限小數**。

$$\text{例如：}\frac{7}{4}=1.75, \quad \frac{2}{25}=0.08.$$

② 一小數的位數有無限多個，稱為**無限小數**。循環小數為無限小數中的一種。

例如：3.23232……， 1.4159……，都是無限小數。

5. 循環小數

① 意義：一小數的小數部分，其中的幾個數字，依固定的順序循環重複出現，這種小數稱為**循環小數**。

例如：0.3737……， 3.8623623……。

② 循環節：循環小數中，依固定順序循環重複出現的幾個數字，稱為這循環小數中的**循環節**。

例如：0.2424……中的循環節是24，

3.9264264……中的循環節是264。

③ 記法：在循環節的第一個數字和最後一個數字上各加一小圓點“.”，或在循環節的幾個數字上劃一橫線“—”。

例如：0.444……記作 $0.\dot{4}$ 或 $0.\overline{4}$ 。

6.5656……記作 $6.\dot{5}\dot{6}$ 或 $6.\overline{56}$ 。

0.824712471……記作 $0.8\dot{2}47\dot{1}$ 或 $0.8\overline{2471}$ 。

④ 種類

a. 純循環小數：一循環小數，若從十分位起就開始循環的，稱為**純循環小數**。

例如：3. $\overline{57}$ ， 0. $\overline{213}$ 。

b. 混循環小數：一循環小數，從十分位右邊的某位起纔開始循環的，稱為**混循環小數**。

例如：0.7 $\overline{52}$ ， 0.296 $\overline{13}$ 。

II. 正分數化小數法

1. 分母為 10 的乘幂的正分數, 可直接寫成有限小數 (參看 §1-1 III),

2. 分母可化成 10 的乘幂的正分數, 也必可化成有限小數.

① 因 2, 5 是 10 的乘幂的唯有兩質因數. 故若分母中祇含有質因數 2, 5, 或祇含有質因數 2, 5 中的一種時, 即可運用擴分法, 將分母化成 10 的乘幂的分數, 然後寫成有限小數.

② 分母擴成 10 的乘幂的法則是: 原有多少個質因數 2, 就再用多少個 5 去乘分子分母; 原有多少個質因數 5, 也同樣用多少個 2 去乘分子分母. 務使分母包含質因數 2, 5 的個數相同.

[例 1] 化 $\frac{5}{8}$ 為小數.

[要點] $8=2^3$. 故分子分母同乘以 5^3 , 即可將分母化成 10 的乘幂.

$$[\text{解}] \quad \frac{5}{8} = \frac{5}{2^3} = \frac{5 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{625}{1000} = 0.625.$$

[例 2] 化 $\frac{7}{250}$ 為小數.

[要點] $250=2 \times 5^3$. 故分母分子若同乘以 2^2 , 即可將分母化為 10 的乘幂.

$$[\text{解}] \quad \frac{7}{250} = \frac{7}{2 \times 5^3} = \frac{7 \times 2^2}{2^3 \times 5^3} = \frac{28}{10^3} = 0.028.$$

3. 分母是分子的一因數的正分數: 利用除法, 分子除以分母, 化成一個整數, 這個整數, 也看做小數點右邊都是 0 的小數.

[例 3] 化 $\frac{36}{9}$ 為小數.

$$[\text{解}] \quad \frac{36}{9} = 4 (=4.000).$$

4. 分母不是 10 的乘幂, 也不能化成 10 的幂, 更不是分子的一因數的正分數. 可化成無限小數的循環小數.

① 分母不含質因數 2 也不含質因數 5 的分數, 可化為純循環.

[例 4] 化 $\frac{17}{21}$ 為小數.

[要點] 分母 $21=3 \times 7$ 中無質因數 2, 5.