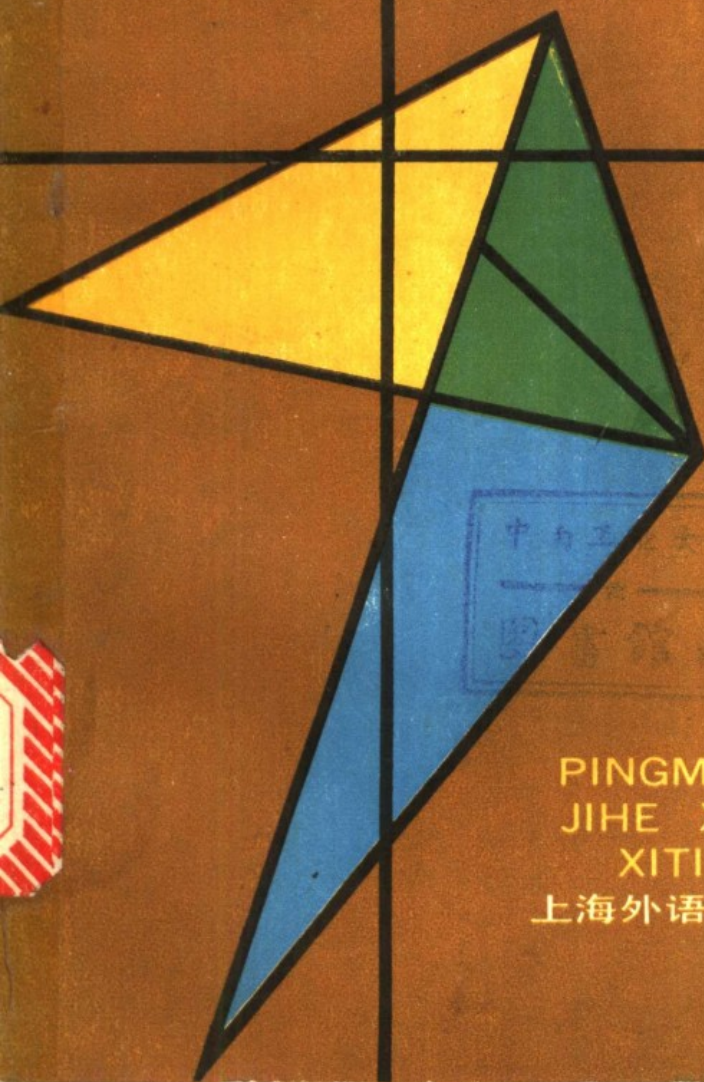


02616

· 英汉对照 ·

龙氏平面 解析几何选编 习题及解答



LONGSHI
PINGMIAN JIEXI
JIHE XUANBIAN
XITI JI JIEDA
上海外语教育出版社

封面设计：董黎明

ISBN7-81009-118-2/O·002

定 价：9.50 元

(英 汉 对 照)

龙氏平面解析几何选编

• 习题及解答 •

钟光荣 贺龙泉 刘祖年 编译

章景翰 刘葆宏 审订

周善馥 制图

上海外语教育出版社

(英 汉 对 照)

龙氏平面解析几何选编

• 习 题 及 解 答 •

钟光荣 贺龙泉 刘祖年 编译

上海外语教育出版社出版发行

(上海外国语学院内)

大丰县印刷二厂印刷

新华书店上海发行所经销

787×1092毫米 32开 21.5印张 473千字

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

印数: 1—800册

ISBN 7—81009—118—2/O·002

定价 9.50元

前 言

本书节译自龙氏 (S. L. LONEY) 所著《平面解析几何》(原书名为 *THE ELEMENTS OF COORDINATE GEOMETRY* 1938 年版) 第一部分的习题, 以及 A. S. GOSSET-TANNER 所作的《解答》。(*SOLUTIONS OF THE EXAPLESIN LONEY'S COORDINATE GEOMETRY* 1945 年版)。

龙氏《平面解析几何》以选题面广, 类型较多, 由浅入深, 综合性、灵活性较强闻名于世。可惜至今未见中译本。我们对《龙氏平面解析几何》作了节译, 并对龙氏书中少量习题和解答的不妥之处作了改写。本书既可作为学习解析几何的课外读物, 也可作为教师教学的参考书。

本书以《龙氏平面解析几何》的习题为第一部分, 以 A. S. GOSSET-TANNER 所作的《解答》为第二部分。因解答中常用到龙氏书中的一些公式和结论, 为便于查阅, 将其汇编为一些常用的公式和定理, 作为本书的第三部分。在引用时简称为公式。另外, 在原解答中有时引用这些公式的逆命题, 是指这些逆命题成立, 而不再加论证。

为节省篇幅和便于阅读和研讨, 我们作下列几点说明:

(一) 因原解答中对分母为零时的情况不加讨论, 我们按当分母为零时, 若其结论仍成立, 则不加注说明; 若结论不成立, 则加注说明。

类似地, 原解答中在求或应用直线方程时, 往往用点斜式。若直线的倾角为 90° 时结论仍成立, 则不加注说明; 若结论不成立时, 则加注说明。

(二) 在求距离、面积时, 一般均不用负值。特殊情况, 在题中或解答中另加解说。

(三) 在两直线所成的角中, 若用“夹角”, 则指两直线所成的锐角或直角。

(四) 原解答中对所求轨迹的纯粹性未加讨论。因较多的题目是用文字系数, 讨论其纯粹性较繁杂, 故不加注说明。若所求的轨迹的完备性不足时, 则加注说明。

(五) 原书或原解答中对“轨迹”和“轨迹的方程”不加区别, 本书亦同。

(六) 本书除少量题目或解答因欠明确或不够妥当等原因进行改写外, 其余的均按原意。

由于我们的水平有限, 虽经努力, 可能仍有谬误和不当之处, 热诚地欢迎读者批评指正。

另因受篇幅限制, 并且对照现行中学平面解析几何教材, 内容超出甚多, 故原书第十五章、第十六章、第十七章的习题未予编入本书。

编 者

一九八七年三月于上海

目 录

第一部分 习 题 1

第一章 (原著中的前言和几个代数结论, 无习题, 故省略) 1

第二章

坐标、线段长度和三角形面积

(习题一、习题二) 2

极坐标(习题三) 5

第三章

轨迹、轨迹方程(习题四) 9

第四章

直线、直角坐标系、过两定点的直线(习题五)

..... 11

两直线的夹角、两直线平行与垂直的重要条件

(习题六) 13

点到直线的距离(习题七) 15

两直线交角的平分线(习题八)	16
第五章	
直线、极坐标方程和斜坐标系(习题九)	21
包含一个任意常数的方程[过定点的直线]	
(习题十)	22
轨迹(习题十一)	26
第六章	
表示两条或两条以上直线的方程	
一个方程表示的两条直线所成的角	
(习题十二)	29
一般两次方程(习题十三、习题十四)	30
第七章	
坐标变换(习题十五)	36
不变式(习题十六)	37
第八章	
圆(习题十七)	39
圆的切线方程(习题十八)	42
极点和极线(习题十九)	44
圆的极坐标方程(习题二十)	46
圆的斜坐标方程(习题二十一)	47
圆上动点坐标的参数表示式(习题二十二)	48
第九章	
圆系、正交圆、根轴(习题二十三)	53
共轴圆(习题二十四)	55
第十章	

圆锥曲线——抛物线(习题二十五)	57
抛物线的切线方程(习题二十六)	59
抛物线的几个性质, 极点和极线、直径 (习题二十七)	63
抛物线上动点坐标的参数表示式 (习题二十八)	64

第十一章

抛物线(续)、关于抛物线的一些轨迹 (习题二十九)	69
过一定点的三条法线(习题三十)	71
关于以抛物线的两条切线为坐标轴的抛物线 (习题三十一)	75

第十二章

椭圆

辅助圆与离心角(习题三十二)	77
切线方程	
椭圆的几个性质(习题三十三)	80
极与极线	
共轭直径(习题三十四)	85
过任一点的四条法线	
轨迹(习题三十五)	89

第十三章

双曲线(习题三十六)	93
渐近线(习题三十七)	96
关于以渐近线为轴的双曲线	
双曲线上动点坐标的参数表示式	

(习题三十八)	98
---------------	----

第十四章

圆锥切线的极坐标方程

切线、极线和法线的极坐标方程

(习题三十九)	103
---------------	-----

附习题原文 *EXAMPLES I—XXXIX*

.....	109
-------	-----

第二部分 解 答	249
----------------	-----

第三部分 本书常用的一些公式和定理 ...	611
-----------------------	-----

第 一 章

(原著中的前言和几个代数结论,
无习题, 故省略)

第 二 章

坐标、线段长度和三角形面积

习题一

求下列各对点之间的距离。

1. $(2, 3)$ 和 $(5, 7)$ 。
2. $(4, 7)$ 和 $(-1, 5)$ 。
3. $(-3, -2)$ 和 $(-6, 7)$ ，轴间角为 60° 。
4. $(a, 0)$ 和 $(0, b)$ 。
5. $(b+c, c+a)$ 和 $(c+a, a+b)$ 。
($a > 0$)
6. $(a \cos \alpha, a \sin \alpha)$ 和 $(a \cos \beta, a \sin \beta)$ 。
($a > 0$)
7. $(am_1^2, 2am_1)$ 和 $(am_2^2, 2am_2)$ 。

8. 在图上画出点 $(1, -3)$ 和 $(-2, 1)$ 的位置，并证明它们之间的距离为 5。

9. 若点 $(x_1, 2)$ 和 $(3, 4)$ 间的距离为 8，求 x_1 的值。

10. 一条线段的长为 10，它的一个端点为 $(2, -3)$ ，若另一个端点的横坐标为 10，试证它的纵坐标为 3 或 -9。

11. 证明：点 $(2a, 4a)$ ， $(2a, 6a)$ 和 $(2a + \sqrt{3}a, 5a)$

是边长为 $2a$ 的等边三角形的三个顶点。

12. 证明：点 $(-2, -1)$, $(1, 0)$, $(4, 3)$ 和 $(1, 2)$ 是平行四边形的四个顶点。

13. 证明：点 $(2, -2)$, $(8, 4)$, $(5, 7)$ 和 $(-1, 1)$ 是矩形的四个顶点。

14. 证明：点 $(-\frac{1}{14}, \frac{39}{14})$ 是顶点为 $(1, 1)$, $(2, 3)$ 和 $(-2, 2)$ 的三角形的外接圆圆心。

求满足下列条件的点的坐标

15. 分连接点 $(1, 3)$ 和 $(2, 7)$ 的线段的比为 $3:4$ 。

〔译者注：第一点为始点，第二点为终点，下同〕

16. 分上述线段的比为 $3:-4$ 。

17. 内分、外分连接点 $(-1, 2)$ 到 $(4, -5)$ 的线段的比为 $2:3$ 。

18. 内分、外分连接点 $(-3, -4)$ 到 $(-8, 7)$ 的线段的比为 $7:5$ 。

19. 将连接点 $(1, -2)$ 和 $(-3, 4)$ 的线段三等分，求三等分点的坐标。

20. 连接点 $(-6, 8)$ 和 $(8, -6)$ 的线段被分成相等的四段；求这些等分点的坐标。

21. 求按 $a:b$ 内分或外分连接点 $(a+b, a-b)$ 到 $(a-b, a+b)$ 的线段的分点的坐标。

22. 三角形三个顶点的坐标为 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ，点 P 分 AB 为 $l:k$ ，又点 Q 分 PC 为 $m:k+l$ ，求点 Q 的坐标。

23. 求证：连接点 $(2, 3)$ 和 $(3, 4)$ 的线段的中点坐标 (x, y) 满足方程 $x - y + 1 = 0$ 。

24. 设 G 为 $\triangle ABC$ 的重心， O 为另一任意点，求证：

$$3(GA^2 + GB^2 + GC^2) = BC^2 + CA^2 + AB^2 \text{ 和 } OA^2 + OB^2 + OC^2 = GA^2 + GB^2 + GC^2 + 3GO^2.$$

25. 求证：四边形两组对边中点连线和对角线中点连线共点，并且互相平分。

26. $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 是同一平面内的 n 个点，它们的坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$ ， G_1 平分 A_1A_2 ， G_2 分 G_1A_3 成 $1:2$ ， G_3 分 G_2A_4 成 $1:3$ ， G_4 分 G_3A_5 成 $1:4$ ， $\dots$ ， G_{n-1} 分 $G_{n-2}A_n$ 成 $1:$

$$(n-1), \text{ 证明：点 } G_{n-1} \text{ 的坐标是 } \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}, \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n} \right).$$

(点 G_{n-1} 叫作给出 n 点的平均中心。)

27. 证明：存在一个点，它到点 $(am_1, \frac{a}{m_1}), (am_2, \frac{a}{m_2}),$

$(am_3, \frac{a}{m_3})$ 和 $(\frac{a}{m_1 m_2 m_3}, am_1 m_2 m_3)$ 的距离都相等。

习题二

求下列三角形的面积，它们的顶点坐标分别为

1. $(1, 3), (-7, 6)$ 和 $(5, -1)$ 。

2. $(0, 4), (3, 6)$ 和 $(-8, -2)$ 。

3. $(5, 2), (-9, -3)$ 和 $(-3, -5)$ 。

4. $(a, b+c), (a, b-c)$ 和 $(-a, c)$ 。

5. $(a, c+a), (a, c)$ 和 $(-a, c-a)$ 。

6. $(a\cos\varphi_1, b\sin\varphi_1), (a\cos\varphi_2, b\sin\varphi_2)$ 和 $(a\cos\varphi_3, b\sin\varphi_3)$ 。

7. $(am_1^2, 2am_1), (am_2^2, 2am_2)$ 和 $(am_3^2, 2am_3)$ 。

8. $[am_1m_2, a(m_1+m_2)], [am_2m_3, a(m_2+m_3)]$ 和 $[am_3m_1, a(m_3+m_1)]$ 。

9. $(am_1, \frac{a}{m_1}), (am_2, \frac{a}{m_2})$ 和 $(am_3, \frac{a}{m_3})$ 。

证明下列各组点共线 (利用三角形面积为零)：

10. $(1, 4), (3, -2)$ 和 $(-3, 16)$ 。

11. $(-\frac{1}{2}, 3), (-5, 6)$ 和 $(-8, 8)$ 。

12. $(a, b+c), (b, c+a)$ 和 $(c, a+b)$ 。

求下列各四边形的面积，它们的顶点坐标顺次分别为：

13. $(1, 1), (3, 4), (5, -2)$ 和 $(4, -7)$ 。

14. $(-1, 6), (-3, -9), (5, -8)$ 和 $(3, 9)$ 。

15. 若 O 为坐标原点，任意两点 P_1 和 P_2 的坐标分别为 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) ，证明： $|OP_1| \cdot |OP_2| \cdot \cos\angle P_1OP_2 = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ 。

极 坐 标

习题三

在极坐标系中，作出下列各点，

1. $(3, 45^\circ)$ 。
2. $(-2, -60^\circ)$ 。
3. $(4, 135^\circ)$ 。
4. $(2, 330^\circ)$ 。
5. $(-1, -180^\circ)$ 。
6. $(1, -210^\circ)$ 。
7. $(5, -675^\circ)$ 。
8. $(a, \frac{\pi}{2})$ 。
9. $(2a, -\frac{\pi}{2})$ 。
10. $(-a, \frac{\pi}{6})$ 。
11. $(-2a, -\frac{2\pi}{3})$ 。

求下列各对点的连线长，这些点的极坐标是：

12. $(2, 30^\circ)$ 和 $(4, 120^\circ)$ 。
13. $(-3, 45^\circ)$ 和 $(7, 105^\circ)$ 。
14. $(a, \frac{\pi}{2})$ 和 $(3a, \frac{\pi}{6})$ 。

15. 证明：点 $(0, 0)$ ， $(3, \frac{\pi}{2})$ 和 $(3, \frac{\pi}{6})$ 为等边三角形的三个顶点。

求下列三角形的面积，它们的顶点的坐标是：

16. $(1, 30^\circ)$ ， $(2, 60^\circ)$ 和 $(3, 90^\circ)$ 。
17. $(-3, -30^\circ)$ ， $(5, 150^\circ)$ 和 $(7, 210^\circ)$ 。
18. $(-a, \frac{\pi}{6})$ ， $(a, \frac{\pi}{2})$ 和 $(-2a, -\frac{2\pi}{3})$ 。

求下列各点的极坐标，并画出图形，它们的直角坐标为：

19. $x = \sqrt{3}, y = 1.$

20. $x = -\sqrt{3}, y = 1.$

21. $x = -1, y = 1.$

求下列各点的直角坐标，并画出图形，它们的极坐标为：

22. $(5, \frac{\pi}{4}).$

23. $(-5, \frac{\pi}{3}).$

24. $(5, -\frac{\pi}{4}).$

化下列方程为极坐标方程：

25. $x^2 + y^2 = a^2.$

26. $y = x \operatorname{tg} \alpha.$

27. $x^2 + y^2 = 2ax.$

28. $x^2 - y^2 = 2ay.$

29. $x^3 = y^2(2a - x)$

30. $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2).$

化下列方程为直角坐标方程：

31. $r = a.$

32. $\theta = \operatorname{arctg} m.$

33. $r = a \cos \theta.$

34. $r = a \sin 2\theta.$

35. $r^2 = a^2 \cos 2\theta.$

36. $r^2 \sin 2\theta = 2a^2$