

武卫东 主编

全国68所名牌小学



● 武卫东 编著

小学奥数



优化训练22讲

六年级



长春出版社

责任编辑 / 羽 加 东 平

封面设计 / 泽 海

全国68所名牌小学

小学奥数

优化训练22讲

六年级

特级教师寄语

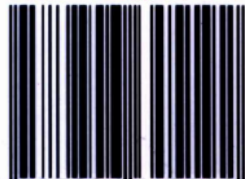
数学是科学桂冠上最璀璨的一颗明珠。在我们的日常生活中，它无处不在。它的光芒，引领着无数的青少年走上了科学的道路。

奥数作为数学学科中最具魅力、最能锻炼大脑思维的一项活动，具有十分广泛的基础。奥数的魅力就在于它能开发大脑的潜能，引领人们突破固有的思维方式，建立开放、全新的思维理念。通过学习奥数，可以使那些对数学有恐惧感的学生，对数学产生浓厚的兴趣。

这套《小学奥数优化训练22讲》是我所见到的最好的奥数辅导书。它对学生的学习、老师的教学，有极大的帮助。

郑捷

ISBN 7-80664-519-5



9 787806 645192 >

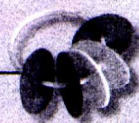
ISBN7-80664-519-5/G·327

定价：15.00元

全国68所名牌小学

武卫东 主编

小学奥数



优化训练22讲

○ 武卫东 编著

六年级

长春出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

全国 68 所名牌小学奥数优化训练 22 讲. 六年级 / 武卫东编. — 长春: 长春出版社, 2003.4

ISBN 7-80664-519-5

I. 全… II. 武… III. 数学课—小学—教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 028178 号

责任编辑: 羽加 东平 封面设计: 泽海

长春出版社出版

(长春市建设街 43 号)

(邮编: 130061 电话: 8569938)

高陵县印刷厂印刷

新华书店经销

787×960 毫米 1/16 开本 13 印张 160 千字

2003 年 6 月第 1 版 2003 年 6 月第 1 次印刷

印数: 30 000 册 定价: 15.00 元

编写说明

我国有一大批名牌中小学，它们拥有雄厚的师资力量，在长期的教学科研中，积累了极其丰富的教学经验，形成了一系列卓有成效的训练、复习、应考的方法，使得每年的升学率遥遥领先，毕业生中人才辈出，在全社会享有盛誉。本书通过典型例题讲解和试题精编的形式，集中体现了这些名牌学校弥足珍贵的教学方法和“看家本领”，让全国成千上万的学生好像坐在名牌学校的课堂里，在名师的指点下作解题训练，以系统学习奥数知识，获得事半功倍的效果。

这套书具有以下鲜明的特点：

一、以新课标为理念，信息最新。

本书紧扣中国数学会普及工作委员会拟定的《小学数学奥林匹克数学竞赛大纲》和国家颁布的新课程标准，注重素质教育，注重综合能力的培养。

二、选材广泛，题型新颖，方法灵活，极具童趣，是这套丛书的四大特点。

广——在上万份的重点小学毕业升学试题以及全国数学竞赛题中筛选，包括小学毕业升学和小学奥林匹克数学竞赛的各类题型。

新——无论内容、形式、难易程度都充分体现新课标和奥数对学生的要求，注重培养学生的创造能力、创新意识和数学思维。

活——注意培养学生的灵活性、渐进性、开放性、反复性和举一反三的能力。

趣——从儿童心里学角度科学把握儿童的心理特点，让学生在快乐之中学到知识，增长能力。

三、编排科学，力求实用价值高、使用效果好。

这套丛书各部分内容编排都与《小学奥林匹克数学教学大纲》要求一致，每章均设有：1. 知识要点。将教材中的基点、重点、难点、考点系统归纳整理，排成易掌握、易记忆、易检索的要点，既有利于学生作总复习，也便于教师辅导。2. 典型例题。这是本书的一大特点，选用常见的、典型的、有一定难度的例题，详细讲析，给学生一个完整正确的解题思路，无疑是最科学有效的训练方法。3. 试题精编。选编与每章知识密切相关，典型精当并有一定难度的习题，分基础题和提高题两大类，以便于学生巩固提高。4. 参考答案。统一附于每章后，详细准确，部分重点题列有详细的解题过程。

本丛书在编写过程中，得到了西安航空发动机集团子弟四校领导的大力支持，西航四小数学教研室给予了很多帮助，在此深表感谢。由于编者水平有限，不足之处恳请批评指出，以便重印时修订。

编 者

目 录



第一讲

奥数常用解题方法	/ 1
----------------	-----

第二讲

谁大谁小	/ 13
------------	------

第三讲

巧算与速算	/ 19
-------------	------

第四讲

分数串求和	/ 27
-------------	------

第五讲

分数应用题	/ 36
-------------	------

第六讲

工程问题	/ 46
------------	------

第七讲

钟表问题	/ 55
------------	------

第八讲

加法、乘法原理	/ 64
---------------	------

第九讲

余数与同余	/ 72
-------------	------

第十讲

圆的周长与面积	/ 79
---------------	------

第十一讲

买卖中的数学问题	/ 89
----------------	------



第十二讲

逻辑推理 / 97

第十三讲

整除问题 / 108

第十四讲

奇妙的规律 / 115

第十五讲

比例应用题 / 126

第十六讲

求阴影部分的面积 / 135

第十七讲

立体图形 / 146

第十八讲

容斥原理 / 155

第十九讲

较复杂的行程问题 / 164

第二十讲

升重点中学典型题目选讲（一）——计算部分 / 173

第二十一讲

升重点中学典型题目选讲（二）——概念部分 / 181

第二十二讲

升重点中学典型题目选讲（三）——应用题部分 / 191

第1讲

奥数常用解题方法

知识要点

数学问题千变万化,但变化之中又存在着许多规律性的东西,就是解题的科学方法。吃透原理,是学好功课的根本保证;掌握方法,是攻克难题的有力武器。只有弄清原理,才能思路清晰、从容对答;只有掌握方法,才能融会贯通、举一反三。这一章,在我们前几年已学习了一些奥数知识的基础上,为同学们展示一些应用十分广泛的解题方法,教给同学们解题的“金钥匙”,力求同学们达到活学知识,举一反三。

奥数常用的解题方法:

1. 直观画图法:解奥数题时,如果能合理地、科学地、巧妙地借助点、线、面、图、表将奥数问题直观形象地展示出来,将抽象的数量关系形象化,可使同学们容易搞清数量关系,沟通“已知”与“未知”的联系,抓住问题的本质,迅速解题。

2. 倒推法:从题目所述的最后结果出发,利用已知条件一步一步向前倒推,直到题目中问题得到解决,这种方法叫做倒推法。

3. 枚举法:奥数题中常常会出现一些数量关系非常特殊的题目,用我们小学的方法很难列式解答,有时根本列不出相应的算式来。我们可以用枚举法,根据题目的要求,一一列举基本符合要求的数据,然后从中挑选出符合要求的答案。

4. 正难则反:有些数学问题如果你从条件出发正面考虑有困难,那么你可以改变思考方向,从结果或问题的反面出发来考虑问题,使问题得以解决。

5. 巧妙转化:在解奥数题时,经常要提醒自己,遇到的新问题能否转化成旧问题解决,化新为旧,透过表面,抓住问题的实质,将问题转化成自己熟悉的问题去解答。转化的类型有条件转化、问题转化、关系转化、图形转化等。

6. 整体把握:有些奥数题,如果从细节上考虑,很繁杂,也没有必要,如果能从整体上把握、宏观上考虑,通过研究问题的整体形式、整体结构、局部与整体的内在联系,“只见森林,不见树木”,来求得问题的解决。

典型例题

例1. A、B、C、D、E五人进行乒乓球单循环赛,比赛进行了一段时间后,对已赛场数做了一个统计:A赛4场,B赛3场,C赛2场,D赛1场。这时E赛了几场?到全部结束还需比赛几场?



名师点拨

用点表示人,用两点间的连线表示场数,通过直观画图法,可得十分简捷、清晰的思路。

解析：如图，先按题中要求连成图1，标出已赛场数

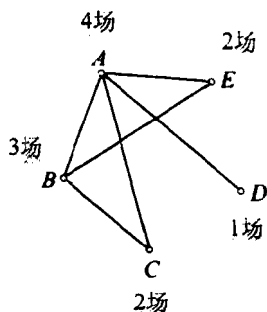


图1

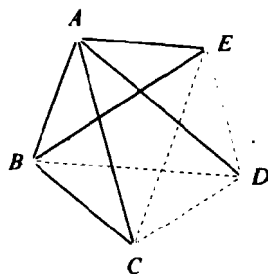


图2

从图上清楚地看出，这时E赛了2场，还需赛的场数用虚线表示，如图2，还需赛4场。

例2. 有鸡、兔共14只，脚40只，问鸡兔各几只？



解析：先画14个“○”代表14个小动物的头，再给每个小动物画上2只脚，一共画上 $2 \times 14 = 28$ 只脚，还剩下 $(40 - 28)$ 只脚。什么小动物有4只脚？兔有4只脚，所以这12只脚正好添给了6只兔子，所以鸡有8只，兔有6只。

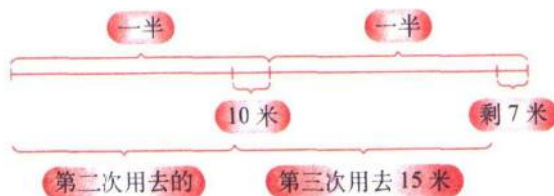


名师点拨

这种方法实质上是假设法的直观画图表达形式的体现，但这种方法只对数量小的实用。

例3. 一捆电线，第一次用去全长的一半多3米，第二次用去余下的一半少10米，第三次用去15米，最后还剩7米。这捆电线原有多少米？

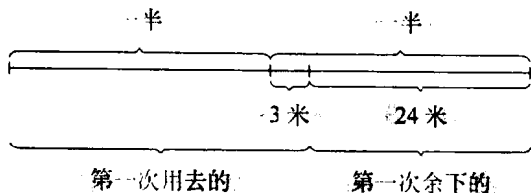
解析：①用下面线段表示第一次余下的：



从图上清楚地看出： $(15 + 7 - 10)$ 米才是这条线段的一半。所以第一

次余下的电线长是: $(15 + 7 - 10) \times 2 = 24$ (米)

2 用下面线段表示全长:



从图上清楚地看出, $(24 + 3)$ 米才是全长的一半。

全长: $(24 + 3) \times 2 = 54$ (米)

答: 这捆电线原有 54 米。

例 4. 书架有上、中、下三层, 一共分放 192 本书, 现在从上层取出与中层同样多的书放到中层, 再从中层取出与下层同样多的书放到下层, 最后从下层取出与上层剩下的本数同样多的书放到上层, 这时三层所放的书的本数相同。

原来书架上层有多少本书?

解析: (一) 弄清题意, 列提纲

事情的经过:

	给出者	得到者
① 上 层	→	中 层
② 中 层	→	下 层
③ 下 层	→	上 层



名师点拨

首先最后的本数可求出来, 而最后的本数与前面量之间的关系也知道, 所以可以用列表倒推法求解。

事情的结果: 最后上、中、下三层书的本数各为: $192 \div 3 = 64$ (本)

(二) 根据题意, 总结倒推数量关系式。

(得到者) 原有数量 = 后来数量 $\div 2$

(给出者) 原有数量 = 剩下数量 + 给出数量

(三) 列表倒推。

层 状态	上 层	中 层	下 层
结 果	64	64	64
③前	$64 \div 2 = 32$	64	$64 + 32 = 96$
②前	32	$64 + 48 = 112$	$96 \div 2 = 48$
①前	$32 + 56 = 88$	$112 \div 2 = 56$	48

答：原来书架上层有 88 本书。

例 5. 阿芳每分钟吹一次肥皂泡，每次恰好吹出 100 个。肥皂泡吹出以后，经过 1 分钟有一半破了；经过 2 分钟还有 $\frac{1}{20}$ 没破；经过 2.5 分钟后全部都破了。阿芳吹完第 100 次时，没有破的肥皂泡共有多少个？

解析：最后一次吹的 100 个（全没破）

第 99 次吹的 $100 \times \frac{1}{2} = 50$ （个）（已经过了 1 分钟）

第 98 次吹的 $100 \times \frac{1}{20} = 5$ （个）（已经过了 2 分钟）

第 97 次吹的全部都破了（已超过 2.5 分钟）

所以阿芳吹完第 100 次时，没有破的肥皂泡共有：

$$100 + 100 \times \frac{1}{2} + 100 \times \frac{1}{20} \\ = 155 \text{（个）}$$

答：没破的肥皂泡共有 155 个。

例 6. 一个水塘里的水生植物每天都比头一天增长一倍，第 16 天刚好长满全部水塘。当水生植物长满全部水塘的 $\frac{1}{4}$ 时是第几天？

解析：首先做好翻译工作。“水生植物每天都比头一天增长一倍”，从反面可以理解为头一天的水生植物相当于第二天的一半（即 $\frac{1}{2}$ ）。

设第 16 天的水生植物为“1”，则第 15 天的水生植物占全塘的 $\frac{1}{2}$ ，第 14 天的水生植物占全水塘的 $\frac{1}{2}$ 的 $\frac{1}{2}$ ，即 $\frac{1}{4}$ 。

答：第 14 天水生植物长满全塘的 $\frac{1}{4}$ 。

例 7. 一个数除以 3 余 2，除以 5 余 2，除以 7 余 4，求适合这个条件的最小数。

解析：除以 3 余 2 的数有：5，8，11，14，17，20，23，26，29，**32**，…



名师点拨

因为 1 次吹的肥皂泡经过 2.5 分钟后全部都破了。阿芳吹完第 100 次时，已经过 100 分钟，前面所吹的大部分都破了，所以要采用倒推法，考虑最后几次的情况就可以了。



名师点拨

这道题若想从第一天向后逐步推算出它多少天才长满水塘的 $\frac{1}{4}$ ，很困难，但是采用倒推法就十分简单。

除以 5 余 2 的数有: 7, 12, 17, 22, 27, $\boxed{32}$, ...

除以 7 余 4 的数有: 11, 18, 25, $\boxed{32}$, ...

从这些数串可知: 同时满足三条件的最小数是 32。



名师点拨

根据“被除数=除数 $\times$ 商+余数”的数量关系, 分别设商为 1, 2, 3, ... 求出各条件中的被除数。

例 8. 在所有三位数中, 各位数字之和是 19 的倍数的共有 个。

解析: 在所有三位数中, 各位数字和最小的是 1 (100), 最大的是 27 (999), 所以, 各位数字之和是 19 的倍数的三位数之和只能是 19。现在从小到大依次列举如下:

百位上是 1 的符合要求的三位数只有 1 个: 199;

百位上是 2 的符合要求的三位数只有 2 个:

289, 298;

百位上是 3 的符合要求的三位数只有 3 个: 379, 397, 388;

.....

百位上是 9 的符合要求的三位数只有 9 个: 919, 928, 937, 946, 955, 964, 973, 982, 991。

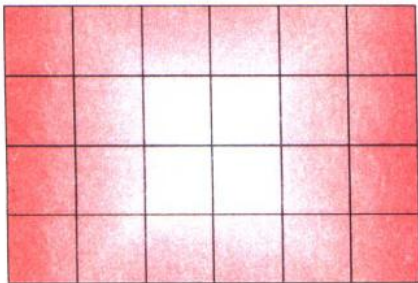
所以符合要求的三位数共有: $1 + 2 + 3 + \cdots + 9 = 45$ (个)



名师点拨

在列举时要按一定顺序列举, 才能不重复、不遗漏。定两头 (最大, 最小), 有序排。

例 9. 如图, 把 18 颗棋子分放在 24 个方格内 (每格限放一颗), 在数棋子时, 要求横数与竖数的棋子数都是偶数。

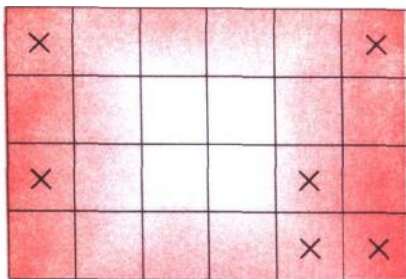


名师点拨

我们一个一个地去放棋子试验太难。正难则反, 因为 $4 \times 6 = 24$ 格, $24 - 18 = 6$ 格, 即有 6 个格子不放棋子, 现在由“放”到问题的反面“不放”, 只考虑哪 6 个方格不放棋子就可以了。

解析: 偶数 - 偶数 = 偶数, 有 4 个横行、6 个竖列, 所以凡横行、竖列均减偶数个格时, 这样, 不管哪一行哪一列剩下的格数均为偶数。

图中“×”表示不放棋子，下面列举一种答案。



例 10. 除了本身以外, 合数 7854321 的
最大约数是多少?

解析：从合数“7854321”的特征看，不难知道它除1以外最小的约数是3，所以我们要求找的最大约数是：

$$7854321 \div 3 = 2618107$$

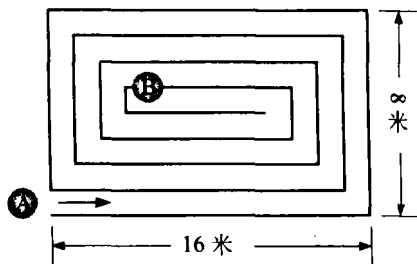
答：除本身以外，最大的约数是 2618107。



名师点拨

一般说来, 找一个较大合数的较大约数, 应采取分解质因数的方法, 但题目所说的那个七位数太大, 求起来吃力。正难则反, 先找出它除 1 以外最小的约数, 用 7854321 除以这个最小的约数, 即可得到它最大的约数。

例 11. 下图中相邻两条平行实线相距 1 米, 小明按箭头从 1 米宽的路中间行走, 从 A 一直走到尽头 B, 问小明行走了多远的路?



解析: 假设小明拿了一把1米宽的刷子,走1米就刷1平方米的地板(拐弯走1米也相当于刷1平方米的地板),这样走完图中路程就将长16米、宽8米的长方形地板全部刷完。本来



名师点拨

①这道题如果用常规的方法解，就要计算出每段路的长，然后相加，很麻烦。学会转化可创造性解题，此题考同学们的创造性思维能力。

②这道题属于问题的转化。

是问行走路程,现在转化成了求总共刷了多少平方米地板,走1米就对应着刷1平方米,这个长方形的总面积是多少平方米,就对应着走了多少米。

这块地板面积为: $16 \times 8 = 128$ (平方米)

答: 小明共行走了128米。

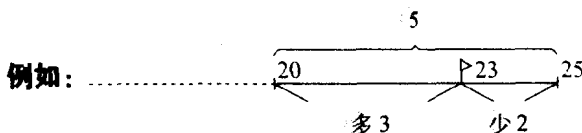
例 12. 学生在操场上列队做操, 只知人数在90至110之间, 如果排成3列不多也不少; 如果排成5列则少2人; 如果排成7列则少4人, 问学生共有多少人?

解析: 关键理解好“排成5列则少2人”, 如图所示, 将自然数按从左到右顺序由小到大排列在线段上。首先是5的倍数少2, 还可以认为总数是比下一个5的倍数少2, 则比前一个5的倍数多 $5 - 2 = 3$, 则做好“翻译工作”, 可巧解此题。



名师点拨

这道题属于条件的转化, 转化成“几的倍数多几”, 通过求最小公倍数, 可巧解此题。



例如假设总数是23, 比25少2, 则比20多3。

“排成3列不多也不少” → 3的倍数多3	} 实际上是3, 5, 7 的最小公倍数多3
“排成5列则少2人” → 5的倍数多3	
“排成7列则少4人” → 7的倍数多3	

$[3, 5, 7] = 105, 105 + 3 = 108$

答: 共有学生108人。

例 13. 甲、乙两人同时从两地出发, 相向而行, 距离是50千米。甲每小时走3千米, 乙每小时走2千米, 甲带着一只狗, 狗每小时走7千米, 这只狗同甲一起出发, 碰到乙的时候它就掉头来往甲这边走, 碰到甲时又往乙这边走, 直到两人碰头。这只狗一共走了多少千米?



名师点拨

整体把握, 抓住狗走的总时间为甲乙相遇时间这一关键作为突破口, 巧解此题。

解析: 如果过细考虑狗跑的路程, 就十分繁杂。不妨转换角度, 整体把握。因为狗在甲、乙相遇过程中不停地跑, 人狗同时出发, 在甲乙相遇时停下来, 所以

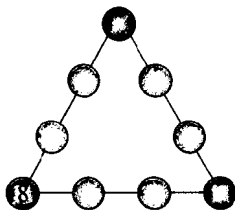
这只狗跑的时间是甲乙的相遇时间。

解：甲、乙的相遇时间： $50 \div (3 + 2) = 10$ （小时）

狗跑的路程： $7 \times 10 = 70$ （千米）

答：这只狗一共跑了 70 千米。

例 14. 把 1 ~ 9 填入右图圆圈内, 使每边的四个数之和等于 21。已知某一角上的数字是 8, 另外两个角上的数字之和是多少?



解析：此题如果先填出此图，再

算另外两个角上数字之和就很麻烦，我们抓住“整体”去分析，就十分简捷。

无论这 9 个数怎样填，这 9 个数字之和应为 $(1 + 9) \times 9 \div 2 = 45$ ，而每边之和为 21，三边之和为 $21 \times 3 = 63$ ，为什么会多 $63 - 45 = 18$ ，是因为 3 个顶点都算了两次，所以 3 个顶点之和为 $63 - 45 = 18$ ，所以另外两个角上的数字之和为： $18 - 8 = 10$ 。

答：另外两个角上的数字之和是 10。



名师点拨

整体把握，先求出 3 个顶点数字之和。

基础训练题

1. 有鸡、兔共 12 只，脚 30 只，问鸡兔各几只？
2. 老师对学生说：“我像你这么大时，你才 4 岁，等到你长到我这么大时，我有 52 岁。”问老师和同学现在各多少岁？
3. 甲、乙、丙、丁与小强五人一起比赛象棋，每两个人都要比赛一盘，到现在为止，甲赛了 4 盘，乙赛了 3 盘，丙赛了 2 盘，丁赛了 1 盘，问小强赛了几盘？
4. 一个长方形，如果长不变，宽增加 4 米，就变成一个正方形，面积比原来增加 56 平方米，那么原来长方形的面积是多少平方米？
5. 小明做作业，把一个数除以 15，错误地按照乘以 15 计算了，结果得出 225，那么，这个题正确结果应该是多少？
6. 有一个数，除以 3，乘以 6，减去 9，加上 12，等于 39，这个数是多少？
7. 三堆苹果共 48 个，先从第一堆中拿出与第二堆个数相等的苹果并入第二堆；再从第二堆中拿出与第三堆个数相等的苹果并入第三堆；最后又从第三堆中拿出与这时第一堆个数相等的苹果并入第一堆。这时三堆苹果数恰好都相等。那

么,三堆苹果原来各有多少个?

8. 一个农妇提一筐鸡蛋去卖,第一次卖出一半多半个,第二次又卖出余下的一半多半个,第三次又卖出余下的一半多半个,最后筐内还剩一个鸡蛋。问筐里原有多少个鸡蛋?

9. 有一个桶装着 8 千克水,另有装 5 千克和 3 千克的空瓶各一个,用这三种容器至少要倒多少次,才能将 8 千克水平分成两个 4 千克?

10. 用 1 分, 2 分和 5 分的硬币凑成一角,共有几种不同的凑法?(硬币可以重复使用)

11. 4 位同学到商店买毛笔或铅笔,每人只买一支笔,而且至少有 1 人买铅笔,那么所有可能的买法共有几种?

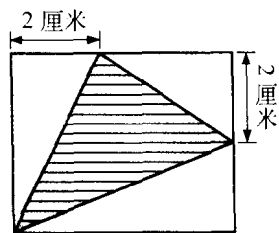
12. 一筐苹果,三三数之余一,四四数之余三,五五数之差一个,这筐苹果最少几个?

13. 设 1, 3, 9, 27, 81, 243 是 6 个给定的数,从这 6 个数中每次取 1 个,或取几个不同的数,求和(每个数只能取 1 次),可以得到一个新数,这样共得 63 个新数,如果把它从小到大依次排列起来是 1, 3, 4, 9, 10, 12, ..., 那么第 60 个数是多少?

14. 1 到 1000 之间有多少个数不是 17 的倍数?

15. 在 1 ~ 111 这些自然数中,既不是 5 的倍数,又不是 7 的倍数的数,共有多少个?

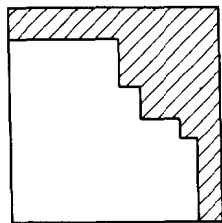
16. 右图是一个长 5 厘米、宽 4 厘米的长方形。求这个长方形中阴影三角形的面积?



17. $27 \div (\quad) = (\quad) \cdots 3$ 。在左式()里填入适当的数,使等式成立,共有____种不同的填法。

18. 一批零件共 740 个,由甲乙两人加工,甲每天加工 26 个,乙每天加工 48 个,已经加工了 4 天,还要几天才能完成任务?

19. 右图是边长 4 厘米的正方形,其中阴影部分图形的周长为多少厘米?



20. 时钟在 8 点至 9 点之间,时针、分针在什么时候成一条直线?

21. 某班同学参加奥数竞赛。试题共 50 道。评分标准是:答对一题给 3 分,不答给 1 分,答错倒扣 1 分。请问该班同学得分总和一定是偶数还是奇数?