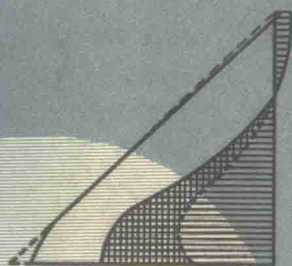


（瑞士）J. 魏巴 著



薄拱坝

中国工业出版社

薄 拱 坝

—壳体作用和扭轉影响的研究—

[瑞士] J. 龙巴地 著

何正森 葛荣寿 合译

中国工业出版社

本书是作者用壳体理论研究拱坝的成果。书中用壳体理论对拱坝的受力情况进行了系统的论述，提出了一些新的分析计算方法，并用实例详细说明了演算的步骤。

本书在研究壳体理论的同时，并与拱梁法经典理论计算进行了比较，且在拱梁法的计算中考虑了扭转影响。此外，作者还在附录中提出了“镇形法”，作为解决拱坝计算的补充方法。

本书可供水利工程设计和科学研究人员使用，亦可供高等院校有关专业的教师参考。

Jean Lombardi

LES BARRAGES EN VOUTE MINCE

Etude de l'action de coque et de l'effet de torsion

F. ROUGE & CIE S. A., LIBRAIRIE DE L'UNIVERSITÉ

1955, 洛桑

* * *

薄拱坝

——壳体作用和扭转影响的研究——

何正森 葛荣寿 合译

*

水利电力部办公厅图书编辑部编辑(北京阜外月坛南露房)

中国工业出版社出版(北京佟麟阁路10号)

北京市书刊出版业营业许可证出字第110号

中国工业出版社第一印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

*

开本 $850 \times 1168^{1/32}$ ·印张 $5^{1/2}$ ·字数127,000

1965年3月北京第一版·1965年3月北京第一次印刷

印数0001—4,210·定价(科六)0.85元

*

统一书号: 15165·3634(水电-478)

前 言

大家都知道，随着电力工业大幅度的发展，水电站在国民经济中的重要性越来越大了。这种演进的情况要求尽量地利用天然资源，因而开发方式总是以蓄水为主。但是随着天然资源不断开发，寻找一个各方面都较合适的坝址也越来越困难了。因此，为了尽量利用一些可用的坝址，就需要建造越来越高的坝。

为了在满足上述的一些要求下使设计方案最经济 and 合理，在欧洲甚至在美洲目前均倾向于选用拱坝。我们只须着重提一下采用这种坝型的趋向增长情况就够了，不必再评述比其它坝型的优越之处。

虽然拱坝的计算存在着许多复杂的静力学问题〔参考文献27、47〕，但采用拱坝的趋向由于混凝土技术的进步正在有所改变。所提出的问题，虽然不能被理论家、工程师和设计师们认为已经解决，但对拱坝的信心却越来越大了。

许多应用静力学方法的研究，已经相当确切地提供了拱坝受力作用的观念。从最简单的圆筒公式到试荷载的各种计算方法中，试荷载法如果不能算最准确的也要算最完善的了。但是有许多学者认为，试荷载法不能完全令人满意，而认为壳体理论才是适用于拱坝计算的唯一适合的方法。不过这些静力学家怀疑壳体理论能否在实践中应用。

工程师在处理拱坝问题时，无论是将坝体看作是两向结构或是三向结构，都没有一个最有效的方法可以利用。直到目前为止，这方面的一些探索〔参考文献40〕亦仅能适用于某些非常个别的情况。似乎只有托尔克从1938年开始想到在拱坝计算中利用薄壳理论〔参考文献30〕，但是由于所需要的计算工作与所得的

IV

結果不成比例，因而這種計算方法沒有被人採用。

一般說來，校核拱壩穩定時採用何種方法是無關緊要的。事實上當比較世界各國已成的拱壩時，顯然就可發現存在着幾種確定的類型，這種出人意外的規律表明壩型與計算方法之間有着一定的相應性，因此人們就會問究竟是選擇的壩型決定計算方法呢？還是所用的數學計算方法確定壩型呢？其實計算方法和壩型之間是彼此相互影響的。

工程建設者對於一項工程建築物的受力作用情況的概念，當然是脫離不了對工程物進行細心的實地觀測的；但是人們有時對拱壩的理論概念，看來是忽略了技術和經濟方面的要求。

為了回答壩型是否由計算方法決定的這一問題，我們回顧一下計算方法的發展過程，就可看出各國計算方法的改進過程是不同的，而且有些工程建設者還是保持原樣地採用自己的方法。

談到計算方法的歷史，首先要提到巴查〔參考文獻42〕或包斯赫德〔參考文獻57〕的著作，這些學者是最初考慮拱壩水平作用的工程建設者。他們假定壩是由許多獨立的水平拱環所構成，拱環將水壓力傳到河谷兩岸。別那包夫〔參考文獻39〕甚至還建議採用水平滑動縫來體現純拱的假定；時至今日，意大利學者們還仍用純拱法（獨立拱）校核計算。

拱的計算本身有着一系列的發展過程，在薄拱中所用的圓筒公式最初不考慮切力作用（呂非猷，莫須），接着考慮了這種切力的影響（李脫）〔參考文獻50〕。以後就考慮了基礎地基的變形，最初是採用簡單的土壤反力係數（李脫）。後來，則應用半無限空間的彈性理論來計算地基變形（蒲西尼斯克〔參考文獻1〕，舍呂地〔參考文獻2〕，伏格脫〔參考文獻60〕）。但是，這種改進不是普遍公認的；例如在法國，一般就不考慮地基的變形〔參考文獻33〕。與此同時，另外一些作者則企圖用靜力學方法代替彈性力學的方法（卡哥〔參考文獻39〕，向包〔參考文獻37、38〕，霍法克爾〔參考文獻43〕）。

但是，許多工程師認為，純拱法的假定滿足不了壩體垂直方向的連續性。烏德加德、李脫〔參考文獻 50〕、諾齊利、羅痕〔參考文獻 53〕、史托基〔參考文獻 51〕、朱意夏〔參考文獻 52〕、霍威爾、賈開、李脫〔參考文獻 55〕以及其他一些學者，在水平拱以外還引入了垂直懸臂梁，逐步地建立了拱梁法。在拱和懸臂梁交點的徑向變位相等時，將外界荷載分配到拱和懸臂梁上面去。

其次，李脫考慮了地基變形，發展了拱梁法〔參考文獻 55〕，在很多國家（特別是在瑞士）已經廣泛地採用了這個方法。

和上述方法類似的則有柯恩的斜拱法〔參考文獻 31、33〕，此法是僅從單純的平衡概念出發，使斜拱承受一部分水壓力。這個方法與其他研究的基本方向不同，在法國是經常採用斜拱法的。

最近所用的靜力學方法是美國垦務局的試載法〔參考文獻 54、58〕。這個方法的目的，主要是從扭轉與切向位移兩方面除去拱梁法中所需解決的連續性問題，引入許多超靜定力就可使得拱壩壳体恢復它的整體性。但是由於試載法非常複雜，因而只有在美國少數的大壩中採用了試載法。

還有一種完全不同的研究方法是彈性縮尺模型試驗法。模型試驗最初是作為校核計算才發展起來的，但目前已成為直接用來確定方案的方法了。

從模型試驗和靜力計算這兩方面研究看來，壳体理論雖在實踐應用時有着莫大的困難，但却有可能解決拱壩計算及修建中的問題。

本書試用平均厚度的壳体理論來初步求解拱壩問題。

符 号 表

符 号			
x, y, z	直角坐标或曲线坐标	m_t, m_{xy}, m_{yx}	壳体的扭矩①
ξ, η, ζ	积分坐标	N	拱的法向内力
s, n	表面边界坐标	M	拱的弯矩
φ	角坐标	Q	拱的剪力
r	中心面半径	H	拱的水平推力
$h = h(x, y)$	任意一点处的厚度	X, Y, Z	相对外压力沿 x, y, z 轴的分量
$\rho = r/h$	拱半径与厚度的比值 (突伸度)	p	外部或内部的法向压力
$\psi = a/r$	拱中心角的一半	E	弹性模数
α, β	坝体中心面与座标轴的夹角	G	剪切弹性模数
H	坝体总高度	μ	侧向收缩的泊桑比 ($\mu < \frac{1}{2}$)
$2L$	坝顶长度	$D = Eh / (1 - \mu^2)$	轴向刚度 (通常 $D = Eh$)
u, v, w	坝体中心面沿 x, y, z 的位移	$K = Eh^3 / 12 (1 - \mu^2)$	弯曲刚度 (通常 $K = Eh^3 / 12$)
s	法向应变	$k = K / Dr^2$	刚度比
ω, γ	角应变	$\eta = \eta(\dots)$	影响函数
κ, τ	曲率与扭转	w_{ij}	悬臂梁的变形系数
$\sigma_x, \tau_{xy} \dots$	法向应力与切向应力 (拉力为+号)	g_j, g_N, n	拱的变形系数
n, n_x, n_y	壳体的法向内力 (拉力为+号) ①	f_j, f_N, n	拱的曲率系数
t, n_{xy}, n_{yx}	壳体的切向内力 ①	$R(\dots), S(\dots)$	代数方程式
q, q_x, q_y	壳体的剪力 ②	R, F, P, Q, G	函数, 通常为多项式
m, m_x, m_y	壳体的弯矩 ②	Φ	基本函数

① 相应的大写字母代表作用在坝顶自由边的力。

X

$S, dS, \Delta S$	面积, 面积单元
(D)	积分域
$n_0(x)$	托尔克的积分常数 (函数)
A, B, C, C_i	积分常数 (或变换 系数)
C_i	迭加系数
W_{ij}, V_{ij}	多项式系数
e	自然对数的底
e, E	误差
$J, J_{ij} \dots$	积分
S, S_i, S_0	通解、特解和初解
$T_{un} \dots$	地基变形系数

脚注符号

a	拱
t	扭转
m	墙 (悬臂式) 或平 均值
d	差数
i, j, n, k, q	级数脚注
n, k, q	幂次
i, N, J	变形所在点
j, n	力作用点

o	初始值
0	特殊区域所取的数 值
e	弹性
E	外部
f	基础
b	坝
$* \text{ 及 } **$	在标准化情况下的 变换值或有效值
x, y, z	表示 x, y, z 的方向, 或有关 x, y, z 的数 值, 但从不用来表示 沿 x, y, z 的导 数

计算符号

$(\dots)' = \partial(\dots) / \partial x$	
$(\dots)^* = \partial(\dots) / \partial y$	
$D(\dots)$	对于 $(\dots)$ 的微分 运算符号
$L(\dots)$	边界条件的微分运 算符号

目 录

前 言	
符号表	
緒 論	1
第一章 拱坝的数学問題	3
第一节 坝与地基的接合	3
第二节 弹性模型与初始条件	5
第三节 連續条件和边界条件	6
1. 一般情况	6
2. 薄坝情况	9
第四节 地基的变形	11
1. 概述	11
2. 迭代法計算地基变形	12
3. 伏革脫方法	13
第二章 壳体微分方程組	15
第一节 基本数学理論	15
第二节 壳体基本方程組在圓筒拱坝上的应用	23
第三节 微分方程組的簡化	27
1. 弗路格微分方程組	27
2. 第二步簡化	30
3. 第三步簡化	32
4. 托尔克方程組	34
5. 純拱	37
6. 拱梁法微分方程組	39
7. 应力	42
第四节 提要与备注	44
1. 拱坝計算的各种方法	44
2. 其他方法	45
3. 边界条件	46
第三章 最佳逼近法	48
第一节 一般原理	48

1. 問題	48
2. 方法	50
3. 高斯的最小均方	52
4. 高斯条件的应用	54
5. 补充說明	56
第二节 应用	60
1. 概述	60
2. 三角形河谷	60
3. 拋物綫形河谷	65
4. 附注	69
第四章 拱梁法的扭轉計算	71
第一节 拱冠梁法	71
1. 概述	71
2. 常用拱梁法介紹	72
3. 广义拱梁法原理	73
4. 微分方程式的求解	75
5. 边界条件	77
6. 补充与备注	79
第二节 多梁拱梁法	85
1. 概述	85
2. 梁与拱的計算	86
3. 扭轉承受的压力	86
4. 弹性方程組	87
5. 边界条件	89
6. 扭矩	91
7. 附注	92
第五章 数值計算的应用	94
第一节 純拱法	94
1. 完全嵌固的薄拱	94
2. 剪力产生的变形	97
3. 地基变形的直接計算	99
4. 迭代法計算地基变形	102
5. 伏革脫方法	104
第二节 拱梁法	106
1. 例題的坝体特性	106

VI

2. 常用的拱梁法	108
3. 考虑扭转影响的拱梁法	110
4. 成果比较	112
5. 有限差分计算的附注	113
第三节 壳体理论计算拱坝	114
1. 问题	114
2. 特解的选择	114
3. 外力	119
4. 最佳逼近法的研究	120
5. 成果累计	121
6. 误差的原因	123
7. 改进的可能途径	125
8. 选择特解的说明	125
9. 计算成果	126
10. 计算与模型试验的比较	133
11. 计算的工作量	135
第六章 结论与提要	137
1. 结论	137
2. 提要	139
附录一 锁形法	140
1. 概述	140
2. 非弹性变形与锁形力	140
3. 迭代法求解锁形力	143
4. 应用实例	146
附录二 中心面上一点的平衡与拱坝的等力线	147
1. 概述	147
2. 一点的平衡	148
3. 内力与广义莫尔圆的计算	151
4. 等静力线	156
附录三 托尔克方法的评论	157
1. 托尔克的微分方程组	157
2. 托尔克解法	159
3. 托尔克方法的评论	160
4. 托尔克方法与最佳逼近法	162
参考文献	164

緒 論

拱坝是一个支承在河谷底部及其两岸、在平面上大致呈拱形的水工建筑物。

虽然上述拱坝的定义是比较广义的，但是它是难于提供明确的概念的，例如波尔登坝和瓦央坝在断面形状上的区别，以及罗森斯坝和苏地坝河谷形状的区别，都无从以名词表达出来。此外，在确定坝型分类时还应考虑其他因素。

为了更好地进行拱坝分类起见，人们曾建议采用“重力拱坝”与“纯拱坝”等名称。但是这些名称仍是不恰当的，因为这些名称事先就肯定拱坝基本问题的解答了，也就是事先肯定了河谷底部及其两岸之间的反力分布情况。在无需精确的情况下，同样也可用坝厚作为拱坝分类的标准，但是如果认为波尔登坝是厚拱坝，伐尔加里那坝是薄拱坝，那在考虑爱格拉与山布戈等坝的型式时，就将无从下手了。

本书基本上只考虑薄拱坝，亦即认为材料力学理论（此处指对于厚壳的理论，详见参考文献12）在薄拱坝中心面上是足够准确的。当拱坝的厚度与其曲率半径的平均比值不超过0.1时，称为薄拱坝，而当其比值超过0.2时，就不能称为薄拱坝了（参考第六章）。

我们并不否认这个定义有一定主观成分和不恰当的地方，但它却能够使概念明确。较严格地讲，应当是坝体变形与其中心面变形的比值不超过某一规定的许可范围时，就可将坝看成为一个薄拱坝。为此，就需估计误差的数值及其范围，而这在目前是不可能的，因而采用厚度与曲率半径的平均比值作为拱坝的定义是较为合适的。

上面已經提到拱坝計算的主要問題是河谷底部及其兩岸之間的反力分布。必須指出，拱坝將力傳遞到基礎上去主要有兩種方式。外界荷載在水平方向的傳遞是通過拱的作用產生軸向壓力來完成的。這方面的拱坝靜力性能稱之為“薄膜作用”。另外，在剪切，彎曲與扭轉的作用下，也將荷載傳遞到各個方向去。這是問題的第二个方面，稱之為“平板作用”。

因而拱坝同時具有薄膜和平板的性能。壳体是一種承受彎曲與軸向綫應變的結構。因此，由厚壳理論求得的數學式子與拱坝的情況似較近似。本書對這點將加以詳細證明。

本書的第一章，將論述在最一般的情況下拱坝的材料性質，平衡狀態，連續條件，邊界條件與地基反力等問題；

第二章是求圓筒拱坝的一系列微分方程式，並列出各個方程式之間的关系。

第三章則為介紹極一般的解法——最佳逼近法。

第四章介紹考慮扭轉作用的普遍拱梁法。

第五章是介紹將拱坝看成壳体時採用最佳逼近法數值計算的实例。

第六章總結所得的成果並提出結論。

在附錄一中，介紹了所謂“鎖形法”，即將非彈性變形問題完全轉化為彈性問題。

在附錄二中，研究壳体無限小單元體的平衡以及敘述了廣義莫爾圓的方法。

附錄三則為對於托爾克方法的評價。

第一章 拱坝的数学问题

第一节 坝与地基的接合

坝是横贯河谷的挡水建筑物，所谓的坝身以及基础地基这一整体，通常承受多种荷载的作用，其中主要有：

坝身自重，

加速力（地震作用），

静水压力（因水重而产生），

动水压力（地震作用），

泥沙压力，

冰压力，

意外荷载，

孔隙水的上托力。

在坝体材料的线性变化中，可举出下列诸项：

弹性变形，

塑性变形[参考文献72]，

徐变（弹性延时变形）[参考文献20]，

收缩，

温度产生的变形[参考文献46、64]，

湿度产生的变形[参考文献45、46]^①。

此外尚须考虑到由于施工方法、灌浆或预加应力等引起的内

① 1947年斯德哥尔摩第三次国际大坝会议有一篇论文阐述了岩石受水侵入而膨胀的情况[参考文献70]。特拉河谷岩石在苏台坝右岸收缩了3.5毫米[参考文献71]。

部应力状态。

所有这些因素各以不同的强度同时对坝和基础地基发生作用。

在拱坝修建与计算的初期都假定地基是绝对刚性的，并且不受一切因素的影响，至少是即使岩石有变形，也不致影响到坝体的特征表现^①。

后来，由于修建拱坝的尺寸的增加，用于修建拱坝的地基的易变形性愈益增加，加以原型观测精度的提高，以及理论研究的发展，都表明认为坝及水库的荷载对于地基没有影响是不大合理的[参考文献49、57]。

因此，拱坝的受力情况为地基变形及其变形程度的函数。显然，这不仅牵涉到坝体的问题，而还应该牵涉到坝与地基的综合体的问题[参考文献56]。

无须指出，这样一来使拱坝的问题相当复杂化了；即使能全面地提出问题，但是离开问题的解决为时尚远。其实，不仅对于上面所说线性变化的问题还远未明确，而且对其他方面也缺乏基本知识^②。

然而在不超出本书的研究范围，我们假设材料线性变化的范围以及变化的规律是已知或至少是可知的。另外，如果情况并非如此时，也只能略去其差别了。

由此假定可将材料的变形分成二类：一类变形是可以恢复的，并与外力成正比的弹性变形；另一类变形则为不可恢复的非弹性变形^③。

● 很多学者有这样的意见。

● 叶格尔指出：“在分析了最近有关拱坝的各种研究并进行了全面考虑以后，就可发现各个理论之间的差别比起缺乏基本知识的情况来是毫不重要的”[参考文献49]。

● 按照线性徐变理论，在一定条件下，非弹性变形的计算与弹性变形一样[参考文献20]。

第二节 弹性模型与初始条件

在进行弹性研究以前，可以自問一下用弹性模型^①表示混凝土坝的受力特性是否合理。虽然我們在这里沒有意图来証明这一假定的可靠性，但是在下文中我們认为采用弹性模型的表示方法是合理而有效的。并且按照哥隆納地教授的意見，即使对非弹性体用弹性模型研究也同样有效的，因为非弹性体的受力特性可由各种弹性解迭加后的共同作用而获得[参考文献20]。

上述假定并非忽略非弹性作用。正相反，借助于初始条件极易考虑非弹性作用。我們认为在外力作用以前，就存在着变形、內力和应力。为了使計算尽可能地簡便，外力所产生的其他变形（例如塑性变形），将加到計算結果內^②。因此，从第一組初始条件出发进行弹性計算，再用第一次所得結果修正初始条件。如此反复地进行計算，仅用弹性理論的微分方程式，就可在一定范围内考虑非弹性变形。弹性假定仅能簡化計算，并无实际物理意义。

在实用上可有两种計算拱坝的方法：第一种是超靜定結構理論的計算方法，首先假設一定数量互不相关的体系，并求出其变形，然后再引入使这些变形相等的內力；第二种方法称为“鎖形法”，第一步选择約束一切非弹性变形的假想的虚拟外力，然后，第二步計算則去掉約束，取消假想虚拟外力的影响。

其实，最有效的方法是两种方法一起使用，基础地基部分采用第一种方法，而对坝体則用第二种方法。

因而拱坝問題就成为具有某些初始条件的弹性問題了。一般說来，这个問題包括求积半无限体弹性微分方程組的問題，半无限体的边界为地表面、上、下游坝面和坝頂。

① 即为求解弹性微分方程式。

② 参考附录一，形变法。

求解这个问题的第一个困难就是岩石与混凝土的弹性性质的不同[参考文献45、56]。因而自然就会想到将坝体和地基分开，成为分离的两部分，然后再用静力条件与几何条件使其达到连续。

第三节 连续条件和边界条件

1. 一般情况

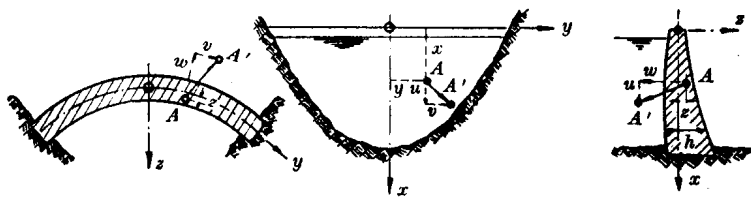


图 1

a. 概述——图 1 为一个以座标面为基准面的拱坝。直角坐标系原点位于坝顶拱冠。 x 轴向下， y 轴与基准面相切， z 轴则为基准面的法线方向。

任意一点的位移有三个坐标方向的分量；如由 $A(x, y, z)$ 点移动到 $A'(x+u, y+v, z-w)$ 点时，则其位移分量可用下式表示：

x 方向的位移： $u=u(x, y, z)$ ； y 方向的位移： $v=v(x, y, z)$ ；

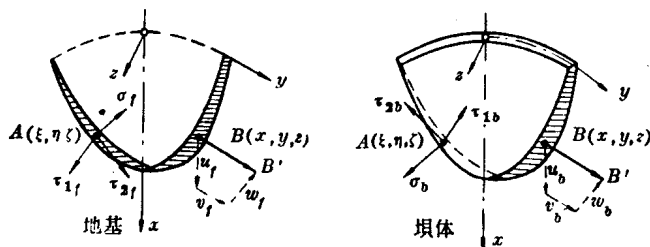


图 2