

第12章 圆锥齿轮传动

梁 桂 明

第1节 圆锥齿轮的常用术语及其代号

1. 圆锥齿轮副的涵义

凡沿两相交轴传递回转运动及转矩的齿轮机构，称为圆锥齿轮传动副，简称为圆锥齿轮副或锥齿轮副。圆锥齿轮副总是成对出现^①，故还可简称为锥齿轮。如果指其中的一个，则齿数较少的一个称为小（圆）锥齿轮，齿数多的一个称为大（圆）锥齿轮。如齿数相同，则主动轮称为小（圆）锥齿轮，从动轮称为大（圆）锥齿轮。圆锥齿轮有许多种类型，其中曲线齿锥齿轮副的实物形状如图12-1-1所示。

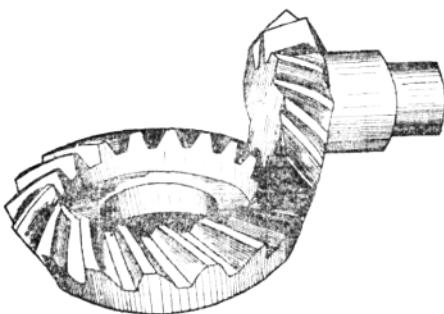


图12-1-1 曲线齿锥齿轮副

理论上，在相交轴上作纯滚动的齿轮节圆表面，是一对圆锥体靠大端截取的一段，即圆锥台表面。圆锥面是圆锥齿轮副的一个基本特征。圆锥齿轮副的命名^②，就是从这个基本特征而来。

2. 表达多级术语概念的角标

圆锥齿轮传动中常用到的各种概念，比圆柱齿轮复杂得多。这些概念可以用多层次的术语及其代

号，按规定组合起来表示。例如：

直径 用主代号 d 表示；

顶圆直径 加一个下角，用 d_0 表示；

法面顶圆直径 再加一个下角，用 d_{an} 表示；

当量法面顶圆直径 再加一个下角，用 d_{anv} 表示；

小锥齿轮当量法面顶圆直径 再加一个下角，

用 d_{anvi} 表示。

本章的代号和角标，采用国家标准 GB 2821—81《齿轮几何要素代号》，不足部分采用国际标准 ISO—701E《齿轮术语/代号》，如仍无规定，则用习惯注法或汉语拼音字母补齐（表12-1-1～4中用★标明）。

上（角）标和下角标规定如表12-1-1和表12-1-2所示。当同时使用几个角标时，规定标注顺序为：



读法顺序则相反，即IV III II I 代号。但代表大、小齿轮的角标2、1例外，它们为了醒目，永远排在最后（右）位置。

为了避免代号中某些一号多义和一义多号可能引起的混淆，本章增加了无号的含义和消除了一义多号。例如采用下角“w”表示节圆的，取消用上角“u”表示节圆的。这样在同一个一级术语中，采用不同

① 个别情况，圆锥齿轮可以和圆柱齿轮配对（见图12-2-5k）。但仍显示出锥齿轮相交轴的特征。

② 也有按圆锥齿轮的外形特征来命名的，如伞齿轮、八字轮、盆子牙轮、菊花牙轮、角尺牙轮（指正交轴的锥齿轮）等，都可以看作是圆锥齿轮的别名。这些别名已不再使用。

表12-1-1 上(角)标含义的规定

上(角)标	含 义	备 注	举 例
(无)	理论(名义)的(尺寸), 原设计的(尺寸)		d_a 设计的顶圆直径
'	补偿后的(尺寸), 相当项的(尺寸)	★	d'_a 补偿后的顶圆直径
"	实际测量的(尺寸)	★	d''_a 实测的顶圆直径
*	单位模数($m = 1$)的(尺寸), 尺寸系数	★	d^*_a $m = 1$ 时的顶圆直径
-	弦的(尺寸), 沿直线量的(尺寸)		s 弦齿厚
~	弧的(尺寸)	★	\widehat{AB} AB 弧(长)

表12-1-2 下角标含义的规定

级 别	下角标	含 义	备 注	举 例
I 级沿齿廓(径向)位置	(无)	分度圆(锥)的		r 分度圆半径
	a	齿顶的, 四面的, 主动的, 喷出的		r_a 齿顶圆半径
	b	基圆(锥)的, 从动的		r_b 基圆半径
	f	齿根的, 噎入的		δ_f 根锥角
	t	凸面的	★	ρ_t 凸面曲率半径
	w	节圆(锥)的, 工作的, 喙合的, 实际的	★ ★	δ_w 节锥角 a_w 喙合角
II 级沿剖面方向	n	法向的, 法面上的		m_n 法向模数
	B	背锥面的, 垂直于节锥的	★	r_B 背锥面上分度圆半径
	r	径向的, 垂直于轴线的		F_r 回转轴的径向力
	t	切向的, 端平面上的		F_t 分度圆上切向圆周力
	x	轴向的, 垂直于基准面的		F_x 沿回转轴上的轴向力
	a	端面(齿廓)啮合的		ϵ_a 端面重合度
	β	纵向(齿宽)啮合的		ϵ_β 纵向重合度
III 级沿节锥母线位置	γ	总(综合)啮合的		ϵ_γ 总重合度
	(无)	大端的		R 大端锥距
	i	小端的		R_i 小端锥距
	j	设计基准点的	★	m_j 基准模数、齿高模数
	m	齿宽中点的, 平均(值)		z_m 平均 $\frac{z_1+z_2}{2}$ 齿数
IV 级齿轮类别	y	任一点 Y 处的		d_y 在 Y 点上的直径
	Σ	代数和的		x_Σ 径向变位系数之和, $x_\Sigma = x_1 + x_2$
	(无)	大、小齿轮通用的, 齿轮副		d 大端端面分圆直径
	0	刀具的, 产生齿形的		a_0 刀具的齿形角
	1	小齿轮的		z_1 小端齿轮的齿数

(续)

级 别	下角标	含 义	备 注	举 例	
IV 级 齿 轮 类 别	2	大齿轮的		z_2	大锥齿轮的齿数
	v	当量圆柱齿轮的(通称)		a_v	当量标准(非变位)中心距
	v1	当量圆柱小齿轮的		z_{v1}	当量圆柱小齿轮齿数
	v2	当量圆柱大齿轮的		z_{v2}	当量圆柱大齿轮齿数
	g	冠轮的, 平面齿轮的	★	z_g	冠轮的齿数
	z	正交轴传动的, 当量正交轴的	★	u_z z_z	正交轴传动的齿数比 折算到正交轴当量齿轮的相当齿数

的角标, 可以明确地表示不同部位的尺寸或不同性质的概念, 如图12-1-2所示。

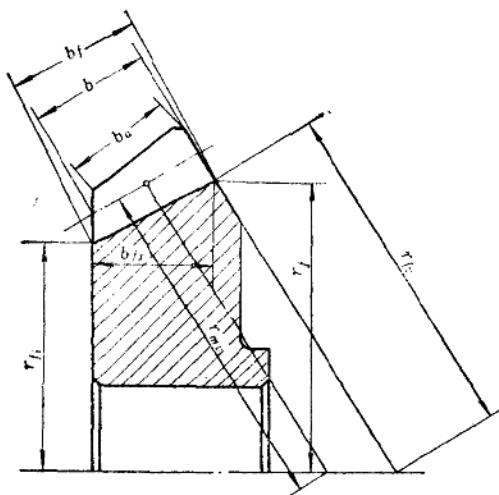


图12-1-2 不同角标表示不同部位的尺寸

3. 常用术语及其代号

常用术语及其代号可大致分为:

- 1) 齿形几何设计和测绘方面的术语和代号;
- 2) 齿轮强度设计和验算方面的术语和代号;
- 3) 齿轮精度和测量方面的术语和代号。

还有锥齿轮类型及其代号, 以及叙述用的简化符号, 如表12-1-3至表12-1-7所示。

(1) 齿形几何设计和测绘方面的术语和代号

这一类术语最常用, 其代号采用国家标准GB 2821—81, 辅以国际标准ISO-701E。为便于阅读和与外文资料对照, 表12-1-3并列有三种代号:

本章代号——与国标GB 2821—81、ISO-701E、联邦德国、法国、1974年以后发表的苏联、波兰等东欧国家文献一致;

苏联代号——指1973年以前引进中国的苏联文献;

美国代号——适用于美国、英国、加拿大等国文献。

表12-1-3 锥齿轮齿形几何设计和测绘方面的常用术语和代号

序号	代 号			名 称	备 注
	本 章	苏 联	美 国		
1	A	A		安装距	★①
2	A_a		x_o, X_o ②	冠顶距	★
3	A_b			基顶距	
4	A_y			背锥上Y点的横坐标	★
5	$\text{arcinv } \theta$			渐开线函数 $\text{inv } \theta$ 的反函数	
6	a_{wv}			当量实际中心距	

(续)

序号	代号			名 称	备 注
	本章	苏联	美 国		
7	b	b	F	(最小) 齿宽③	
8	c	c	c	顶隙或切向变位对齿形系数的修正值	
9	c^*	c_0	K_2	顶隙系数	$c^* = c/m$
10	d	d_d	d	分度圆直径	
11	d_a	D_e	d_o, D_o	顶圆直径	
12	d_b	d_0	d_b	基圆直径	
13	d_f	D_i	d_i	根圆直径	
14	d_0	D_u	$2r_c$	刀盘公称直径	
15	d_w		d_w	节圆直径	★
16	E	E	E	偏置距	★ 交错轴传动用
17	E_x			偏心距	★ 摆线齿或斜齿用
18	E_y			定圆半径	★ 摆线齿用
19	e	U		(分度圆) 齿间宽	★
20	G	G		测量点的换算系数	
21	g_a			啮合线的啮出长度	
22	g_f			啮合线的啮入长度	
23	g_a			(齿廓) 啮合线长度	
24	g_β			(齿宽) 重合弧长度	
25	H_a	H	L_x	轮冠距	★ 齿高
26	h	h	h_t	齿(全) 高	
27	h_a	h_e	a_o	齿顶高	
28	h_a^*	f_0	k_1	齿顶高系数	$h_a^* = h_a/m$
29	\bar{h}_a	h_s		弦齿高	
30	h_f	h_i	b_o	齿根高	
31	i_{ab}	i_{ab}		传动比(从 a 轴传递到 b 轴)	$i_{ab} = \omega_a / \omega_b$
32	i_g	i_g		滚切挂轮比	★
33	$\text{inv } \theta$	$\text{inv } \theta$		0 角的渐开线函数	$\text{inv } \theta = \tan \theta - \theta$
34	j_n	c_n		法向侧隙	
35	K_a	$1 + \lambda_0$		角变位后与角变位前当量中心距之比	★ $K_a = a_{w0} / a_o$
36	m_t	m	m_t	大端端面模数	$m_t = p / \pi$
37	m_j			基准点模数	★ 双模数制采用
38	N_0	N	N_0	刀号	★
39	P	t	P	(大端端面) 齿距, 几何压力系数	$P = \frac{\pi d}{z}$
40	P_b	t_0	P_b	基圆齿距, 基节	
41	P		P_d	(大端端面) 径节	$P = z/d$
42	R	L	A_o	(大端) 锥距, 外锥距	
43	R_i	L_i		小端锥距, 内锥距	
44	R_u	L_m	A	中点锥距	
45	R_y			背锥上 Y 点的纵坐标	★
46	r	r	R_{ep}, R_o	(大端) 分度圆半径	
47	r_a	r_e	r_o	(大端) 顶圆半径	
48	r_b	r_o	r_b	(大端) 基圆半径	
49	r_f	r_i		(大端) 根圆半径	
50	r_f			刀盘切线半径	★ 摆线齿用
51	r_v	r_ϕ		(大端) 当量分度圆半径	
52	r_w		d, D	(大端) 节圆半径	

(续)

序号	代号			名 称	备 注
	本标	苏联	美 国		
53	r_{w0}			(大端) 当量节圆半径	
54	s	\hat{s}	t, T	(大端) 分度圆齿厚	
55	s	s_x	t_c, T_c	(测量点) 弦齿高上的弦齿厚	
56	t			工作寿命	★
57	u	i	m_G	齿数比	$z_2/z_1 \geq 1$
58	u_v	i_g		当量齿数比	$z_{v2}/z_{v1} \geq 1$
59	u_x		m_{g0}	正交轴传动的齿数比	★ $\Sigma = 90^\circ$
60	IV_k	L_n		跨 k 个齿的公法线长度	
61	x	ξ		径向变位系数	沿齿高方向
62	x_Σ	x_c		径向变位系数之和	$x_\Sigma = x_1 + x_2$
63	x_t	τ	K	切向变位系数	沿齿厚方向
64	$x_{t\Sigma}$			切向变位系数之和	$x_{t\Sigma} = x_{t1} + x_{t2}$
65	y_v			(大端) 当量中心距变动系数	$y_v = \frac{a_{w0} - a_v}{m}$
66	z	z	n, N	齿数	
67	z_0	z_w	N_S	刀盘的刀齿组数	★ 切摆线齿用
68	z_1	z_1	n	小锥齿轮的齿数	
69	z_2	z_2	N	大锥齿轮的齿数	
70	z_g	z_0	N_G	冠轮齿数	★
71	z_v	z_g		(端面) 当量齿数	
72	z_{nv}			当量法面齿轮齿数	
73	α	α	ϕ	(大端端面分度圆) 压力角	
74	α_0	α_0	ϕ	刀具的齿形角	
75	α_n	α_n	ϕ_n	(大端端面分度圆) 法面压力角	
76	α_o			(大端端面节圆) 喷合角	
77	β	β	ψ	(大端分度圆) 螺旋角	
78	β_b	β_0	ψ_b	(大端) 基圆螺旋角	
79	β_i			小端分度圆螺旋角	
80	β_j			基准点分度圆螺旋角	
81	β_m	β_m	ψ	中点分度圆螺旋角	
82	δ	φ	ψ	分锥角	
83	δ^*	δ		节点区双齿对啮合单位模数的长度	★
84	δ_a	φ_c	γ_o, Γ_o	顶锥角	
85	δ_f	φ_i	γ_R, Γ_R	根锥角	
86	δ_w	φ	γ, Γ	节锥角	
87	e_a		m_I	端面(齿廓) 重合度	
88	e_p		m_F	纵向重合度	
89	e_Y			总重合度	
90	φ_R	K_b		齿宽系数	★ $\varphi_R = b/R$
91	ν			齿顶高变动系数	★
92	η			滑动率或比滑，齿间宽半径	
93	θ_a	\angle_e	a_P, a_C	齿顶角	
94	θ_f	\angle_i		齿根角	
95	U	u		滑动系数	★
96	ρ_Y			渐开线齿廓曲线上Y点的曲率半径	
97	ρ_a			齿顶的齿廓曲率半径	
98	ρ_f			齿根的齿廓曲率半径	

(续)

序号	代号			名 称	备 注
	本章	苏联	美国		
99	Σ	Σ	Σ	轴交角，轴向角	
100	ψ			齿厚半角	
101	ω	ω	ω	回转轴的角速度	

- ① GB 2821—81和ISO-701E中未列的常用术语及其代号，本章按习惯或汉语拼音字母予以增补的标注★。
 ② 美国代号中，逗号前的代号（小写）表示小齿轮的，逗号后的代号（大写）表示大齿轮的；未用逗号的，小齿轮加注下角标P，大齿轮加注下角标G。
 ③ 去掉圆括号及其中的字为简称。

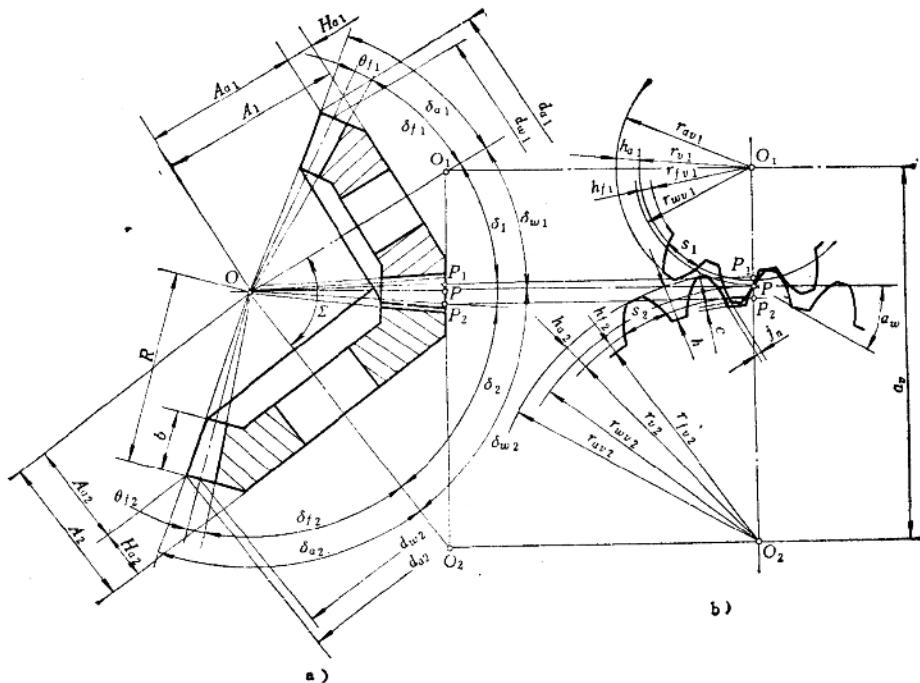


图12-1-3 锥齿轮副各主要部位尺寸（收缩齿）

a) 轴截面图 b) 背锥展开图（大端端面当量齿轮）

(2) 齿轮强度设计和验算方面的术语和代号

各国对锥齿轮强度设计的分析，不象齿形几何设计分析那样有许多共同语言，而是有不同的术语和定义。本书术语采取博取各家之长的原则，在代号方面，以国际标准 ISO / TC60 / WG6 284-1E ~ 4E 为主，以美国标准 ANSI / AGMA 2003-A 86 为辅，不足部分以参考文献[1]的统一提案补齐（表 12-1-4 中用★号表示），如表 12-1-4 所示。

(3) 锥齿轮的类型和代号 锥齿轮的类型很多，采用哪一种不是由设计者任意选定的，主要取

决于锥齿轮加工机床及其工具的性能。如果工作图样选定的锥齿轮类型与加工机床所能提供的类型有矛盾，则必须将前者类型改换成后者类型。在测绘锥齿轮的过程中，辨别类型也是一项重要工作。

锥齿轮的分类详见本章第 3 节。锥齿轮的常用类型及其代号列于表 12-1-5。

(4) 叙述用的简化符号 叙述用的简化符号列于表 12-1-6，用于表示术语及其代号的叙述形式，尤其用于表格、线图和公式等篇幅位置狭小的场合。

表12-1-4 锥齿轮强度设计和验算方面的常用术语和代号

序号	代号			名 称	备注
	本 章	苏 联	美 国		
1	a_t			该齿轮在运动链中有分支或合流时，同时参加啮合的齿轮个数	★
2	b_c			有效齿宽	
3	d_p			小锥齿轮按强度设计计算的最小直径	★
4	E	E	E	材料的弹性模量	
5	e			简化设计式的常用条件系数	★
6	F_r			径向力	
7	$F_{t\infty}$		W_t $1 - 0.5\varphi_R$	作用在齿宽中点分度圆上的切向圆周力	
8	F_x			轴向力	
9	g		S	实际啮合线长度	$S = g_a + g_f$
10	I		I	计算弯曲应力式中的几何系数	★
11	J		J	计算接触应力式中的几何系数	★
12	K			有关载荷系数的代号，诸载荷系数的连乘积	
13	K_A	K_{nep}	C_a, K_a	工作情况使用系数（外动载系数）	
14	K_{Fa}			计算弯曲应力时的齿间载荷分配系数	
15	K_{Hd}			计算接触应力时的齿间载荷分配系数	
16	$K_{F\beta}$	取1~1.2	K_m	计算弯曲应力时的齿向载荷分布系数	
17	$K_{H\beta}$	取1~1.2	C_m	计算接触应力时的齿向载荷分布系数	
18	K_V	K	$\frac{1}{C_V}$	动载系数（内动载系数）	
19	K_F			配对齿轮的弯曲强度比值	★ $K_F = \frac{S_F2}{S_F1}$
20	l			弯矩的力臂	
21	m_{nm}			中点法向模数	
22	N			轮齿的工作循环次数	★
23	n	n		回转轴的转数	
24	P			功率，额定功率	
25	S_F		K_R	弯曲强度的计算安全系数	
26	s_{Fa}			危险截面齿厚	
27	S_H		C_R	接触强度的计算安全系数	
28	T	M	T_{pe}	转矩，额定转矩	
29	v_{tm}		V	中点端面的圆周速度	
30	X			有关抗胶合能力系数的通称，抗胶合能力计算式中各校正系数的连乘积	
31	Y		K	有关弯曲强度系数的通称，弯曲应力计算式中各校正系数的连乘积	
32	Y_B			齿轮变位对弯曲应力的影响系数	★
33	Y_K			计算弯曲应力的锥齿轮校正系数	
34	Y_β			计算弯曲强度用的螺旋角系数	
35	Y_e			计算弯曲强度用的重合度系数	
36	Y_{Fa}	$\frac{1}{\pi y}$		载荷作用在齿顶时的齿形系数	
37	Y_{Sa}			载荷作用在齿顶时的应力修正系数	
38	Y_{FSa}			载荷作用在齿顶时的齿形综合系数	
39	Y_N			计算弯曲强度用的寿命系数	
40	Y_0		$\frac{1}{R_s}$	计算弯曲强度用的刀盘半径效应系数	
41	Y_R			计算弯曲强度用的齿表面粗糙度系数	

$$Y_{FSa} = Y_{Fa} Y_{Sa}$$

(续)

序号	代号			名 称	备注
	本 章	苏 联	美 国		
42	Y_{ReelT}			相对于试验齿轮的表面粗糙度系数	
43	Y_{ST}			试验齿轮的应力修正系数	$Y_{ST} = 2$
44	Y_δ			计算弯曲强度用的材料敏感系数	
45	Y_{SreelT}			相对于试验齿轮的材料敏感系数	
46	Y_{orel}			相对于刀顶圆角半径的应力集中系数	★
47	Y_T		K_T	计算弯曲强度用的温度系数	★
48	Y_X		$\frac{1}{K_S}$	计算弯曲强度用的尺寸系数	
49	Y_P			许用弯曲应力计算式中各校正系数的连乘积	★
50	Z		C	有关接触强度校正系数的通称，接触应力计算式中各校正系数的连乘积	
51	Z_B			齿轮变位对接触应力的影响系数	★
52	Z_β			计算接触强度用的螺旋角系数	
53	Z_s			计算接触强度用的重合度系数	
54	Z_H	取2.5	I	计算接触强度用的节点区域系数	
55	Z_F	取60	$\frac{C_P}{\sqrt{1.5}}$	材料弹性系数	
56	Z_K			计算接触应力的锥齿轮校正系数	
57	Z_L			润滑油系数	
58	Z_N		C_L	计算接触强度用的寿命系数	
59	Z_R			计算接触强度用的齿表面粗糙度系数	
60	Z_P			许用接触应力计算式中各校正系数的连乘积	★
61	Z_T		C_T	计算接触强度用的温度系数	★
62	Z_V			润滑速度系数	
63	Z_W		C_H	齿面工作硬化系数	
64	Z_X		$\frac{1}{C_s}$	计算接触强度用的尺寸系数	
65	ρ_{a0}			基本齿条齿顶圆角半径	
66	σ_F	σ_H	s_f	计算齿根弯曲应力	
67	σ_{F1m}		s_{st}	试验齿轮的弯曲疲劳极限应力	
68	σ_{FP}	$[\sigma_H]$	s_{st}	许用齿根弯曲应力	
69	σ_H	σ_K	s_c	齿面节点的计算接触应力	
70	σ_{H1m}		s_{ac}	试验齿轮的接触疲劳极限应力	
71	σ_{HP}	$[\sigma_K]$	s_{ac}	齿面节点的许用接触应力	
72	0			有关抗胶合计算的温度通称	
73	θ_B			瞬时接触温度	
74	θ_{fia}			瞬时温度	
75	θ_M			基础温度	
76	θ_S			胶合温度	

表12-1-5 锥齿轮常用类型及其代号

序号	代号	名 称	简 称
1	[A]	收缩齿准弧齿锥齿轮	弧齿锥齿轮
2	[A ₀]	收缩齿小螺旋角准弧齿锥齿轮	小角弧齿锥齿轮
3	[B]	等高齿延伸外摆线锥齿轮	等高摆线锥齿轮

(续)

序号	代号	名 称	简 称
4	[H]	等高齿弧齿锥齿轮	等高弧齿锥齿轮
5	[K]	等高齿准渐开线锥齿轮	等高渐开线锥齿轮
6	[R]	收缩齿圆弧齿直齿锥齿轮	弧廓直齿锥齿轮
7	[S]	收缩齿直正弦线锥齿轮	正弦线锥齿轮
8	[T]	阿基米得螺旋锥齿轮	螺旋锥齿轮
9	[U]	收缩齿球面齿廓准弧齿锥齿轮	球磨弧线锥齿轮
10	[X]	收缩齿斜切线锥齿轮	斜齿锥齿轮
11	[Z]	收缩齿直齿锥齿轮	直齿锥齿轮
12	[中]	非零分锥角综合变位锥齿轮	非零分锥变位锥齿轮
13	[L]	曲线齿(螺旋)锥齿轮	曲线锥齿轮

表12-1-6 简化符号

代号	含 义	举 例	
↑	增加	↑ z	增加齿数
	提高	↑ σ_{HP}	提高许用接触应力
↓	减少	↓ m_n	减少法向模数值
	降低	↓ η	降低比滑
⇒	推出, 演变	$A \Rightarrow B$	由 A 可推出 B , 由 A 演变到 B
→	选取, 优选	$3 \sim 5 \rightarrow 4, 3.5 \rightarrow 4$	从 3 至 5 范围内选取 4, 把 3.5 按大数凑整为 4
	变换, 代替	$A \rightarrow B$	A 变换为 B , B 代替 A

举例: $d''_{a2} + \Delta d \Rightarrow d_{e2}$ 的含义是实测 (") 大锥齿轮 (2) 的顶圆直径 (d_a) 经补加 (+) 倒角及偏差补偿值 (Δd) 后, 可获得 (⇒) 接近公称的 (无"号) 大锥齿轮 (2) 顶圆直径 (d_e)。又如 $d_{am2} < d_{anm2}$ 的含义是大锥齿轮中点顶圆直径远远小于当量大锥齿轮 (v 2) 在中点 (m) 法面上 (n) 的顶圆直径 (d_e)。

第 2 节 圆锥齿轮的基本知识

(一) 总论

1. 圆锥齿轮副的分类

任何一类圆锥齿轮副, 都可从五个方面的标志来分类。实用上是五者相结合而以齿线为主导。因为锥齿轮的种类, 被锥齿轮加工机床的产形齿轮的种类所决定, 而产形齿轮的种类, 基本上是被齿线的形成机构所决定。如表12-2-1所示。

这种分类的深度, 对掌握圆锥齿轮的一般知识来说, 已经够用。但对掌握机修业务 (如测绘, 零

配, 改进设计) 来说, 这种分类就不够用了, 而需再细分为齿型 (详见下节)。

2. 圆锥齿轮副的特点和应用

各类圆锥齿轮副的特点和应用见表 12-2-2。

3. 圆锥齿轮副的主要特征及其规律性的分析与综合

与圆柱齿轮相比较, 圆锥齿轮是空间啮合, 它的齿形复杂, 种类繁多, 加工困难, 测量不便, 设计麻烦。因此要讲究方法, 可将圆锥齿轮副这个统一体, 加以“解剖”, 一分为三, 找出三个侧面的规律性, 最后合三为一, 综合其共性规律。

如图12-2-1所示, 将圆锥齿轮实物 (图a) 沿其回转轴线OO₁剖开, 得轴向剖面 (图b), 将圆锥齿轮副轴向剖面图统一 (图c) 一分为三: I 为节锥齿轮副 (图d), II 为背锥齿轮副 (图e) ⇒ 展开为端面当量齿轮副 (图f), III 为冠轮副 (图g) ——通过这三个侧面, 找出各自的规律性。

表12-2-1 圆锥齿轮副的分类

分类标志	分 类		分类代号	参考图号	分图号
1.按锥式(轴交角 Σ 和节锥配对形式)划分	外啮合	(1) 正交轴锥齿轮(角尺齿轮) $\Sigma = 90^\circ$ (最常用)		图12-2-5	a
		(2) 斜交轴锥齿轮($90^\circ \neq \Sigma < 180^\circ$)			b, c
	平啮面合	(3) 平面联轴节和平面离合器 $\Sigma = 180^\circ$			g
		(4) 内啮合锥齿轮(如用“直接展成法”加工的渐开线齿轮)			e
2.按高式(齿高的变化)划分	收缩齿	(1) 普通收缩锥齿轮(根锥线交于节锥顶点)	等顶隙式 收缩顶隙式	图12-2-31	a
		(2) 双重收缩锥齿轮(根锥线交于节锥的顶点和小端之间)	多采用等顶隙式		b
		(3) 倾斜齿根线锥齿轮(根锥线交于上述两者之间)	多采用等顶隙式		b
	等高齿	(4) 普通等高锥齿轮			c
		(5) 异锥顶等高锥齿轮			c
3.按廓式(齿廓曲线的形式)划分	渐开线齿廓	(1) 准渐开线齿廓啮合锥齿轮(最常用)		图12-2-24	a
		(2) 变性渐开线齿廓啮合锥齿轮(如用“对偶法”，“半展成法”加工的螺旋锥齿轮)			a
	弧线齿廓	(3) 凸弧齿廓啮合锥齿轮(如用“圆拉法”加工的直齿锥轮)			c
		(4) 球面齿廓啮合锥齿轮(如用“统一刀盘法”加工的弧齿锥齿轮)			b
		(5) 圆弧点啮合锥齿轮			d
4.按位式(齿形变位的形式)划分	非变位	(1) 非变位锥齿轮($x = x_{fz} = 0$)常用	零变位锥齿轮	图12-2-25	c
		(2) 高变位锥齿轮($x_z = 0$)			b
		(3) 角变位锥齿轮($x_z \neq 0$)	非零变位锥齿轮		a
	切变位	(4) 切变位锥齿轮($x_{fz} = 0$)如用于单件零配	(W _f)		
		(5) 高-切综合变位锥齿轮($x_z = x_{fz} = 0$)也属“零变位锥齿轮”。广泛用于传动比 $\neq 1$ 的锥齿轮	(W' _f)		
		(6) 非零综合变位锥齿轮($x_z + 0.5x_{fz}\cot\alpha \neq 0$)	(W _s)		
5.按线式(齿线的形式)划分	直线	(1) 径向直线——直齿锥齿轮	[Z]	图12-2-8	a
		(2) 切向直线——斜齿锥齿轮	[X]		b
	曲线(螺旋锥齿轮、曲齿锥齿轮)	(3) 准弧线——弧齿锥齿轮(收缩齿)	小角 [A ₀] 中、大角 [A]		c
		(4) 弧线——等高齿弧齿锥齿轮	小角 [H ₀] 中、大角 [H]		c
		(5) 延伸外摆线——外摆线锥齿轮(如厄利康制)	[O]		f
		(6) 准正弦线——准正弦线锥齿轮	[S]		d
		(7) 准渐开线——准渐开线锥齿轮(如克林根堡制)	[K]		e
		(8) 阿基米得螺线或人字线——螺线锥齿轮(如托斯厂制)	[T]		g
		(9) 其它曲线——如对数螺线锥齿轮			g, h

表12-2-2 各种圆锥齿轮的特点和应用

圆锥齿轮种类	特 点	一般适用范围	应用举例
直 线 齿 锥 齿 轮	直齿锥齿轮 (1) 齿形简单, 制造容易, 成本低廉 (2) 载荷能力低, 噪声大 (3) 安装敏感, 易生偏载, 但鼓形齿可避免这种现象 (4) 轴向力小, 方向也一定(与齿轮转向无关)	(1) 多用于低速、轻载、稳定的传动, 一般圆周速度 $v < 5 \text{ m/s}$, 转速 $n < 1000 \text{ r/min}$ (2) 用于轴向力不能过大的传动 (3) 用于不考虑噪声大的高速传动 (4) 磨齿后可用于高速传动 (5) 近代机械传动中, 有用鼓形齿来代替普通直齿的趋势 (6) 用仿形法加工时只用于低速传动 $v < 2 \text{ m/s}$	(1) 多用于机床进给运动链 (2) 广泛用于机床手动机构和工艺装备的传动 (3) 也可用于主轴运动链中, 甚至可直接与电动机联接($n \approx 1500 \text{ r/min}$) (4) 磨齿后可用于高达 75 m/s 的飞机传动 (5) 用于汽车和拖拉机的差速器传动, 也用于中、小型拖拉机的中央传动 (6) 用于大型机械传动(往往用仿形法加工)
	斜齿锥齿轮 (1) 齿形较简单, 制造较易 (2) 载荷能力较大, 噪声较小 (3) 轴向力大, 方向与转向有关	(1) 多用于大型机械传动, 模数 $m > 15$ (2) 用于重载低速或有冲击载荷的机械传动 (3) 也可用于中速、高速传动 (4) 磨齿后可用于精密和高速传动	(1) 多用于大型矿山等机械运动链 (2) 用于重载低速传动的机床(如拔丝机) (3) 用于机床主传动和进给传动链 (4) 磨齿后可用于精密机床传动
曲 线 齿 轮	小螺旋角的曲线齿(螺旋)锥齿轮 (1) 齿形较复杂, 制造较难(用加工大螺旋角弧线锥齿轮相同的机床) (2) 载荷能力与鼓形直齿相近而略高于直齿 (3) 噪声较小 (4) 安装不敏感(齿面是局部接触) (5) 轴向力小	(1) 多用于低速, 低中载的传动, 一般圆周速度 $v < 5 \text{ m/s}$, 转速 $n < 1000 \text{ r/min}$ (2) 用于正、反转并用的传动 (3) 近代机械传动中, 有用这种类型来代替直齿锥齿轮的趋势 (4) 磨齿后可用于高速传动	(1) 用于机床上正、反转机构 (2) 用以代替机床上直齿锥齿轮传动而不必改变轴承的结构, 又用于轴向力不能过大的机构(如立轴) (3) 多用于中型拖拉机的中央传动 (4) 磨齿后可用于高达 75 m/s 的飞机传动
螺 旋 锥 齿 轮	大螺旋角的曲线齿(螺旋)锥齿轮 (1) 齿形复杂, 制造较难 (2) 载荷能力高, 运转平稳, 噪声很小 (3) 安装不敏感(局部接触) (4) 轴向力大, 方向与转向有关 (5) 可得大的传动比, 或小的齿轮外廓尺寸	(1) 多用于高速、重载传动, 一般圆周速度 $v > 5 \text{ m/s}$, 转速 $n > 1000 \text{ r/min}$ (2) 用于需要运转平稳、噪声低的中、高速传动 (3) 也用于需要极平稳、无噪声的低速传动 (4) 用于大传动比, 少齿数的传动 (5) 磨齿后可用于高速传动 (6) 近代机械传动中, 有用这种类型来代替直齿和斜齿的趋势	(1) 多用于机床上主轴传动 (2) 多用于分度机构传动链 (3) 也用于机床进给传动链 (4) 磨齿后可用于飞机等高速传动上, $v = 40 \text{ m/s}$ (民用)~ 100 m/s (军用) (5) 用于载重汽车和各种中型、重型拖拉机的中央传动

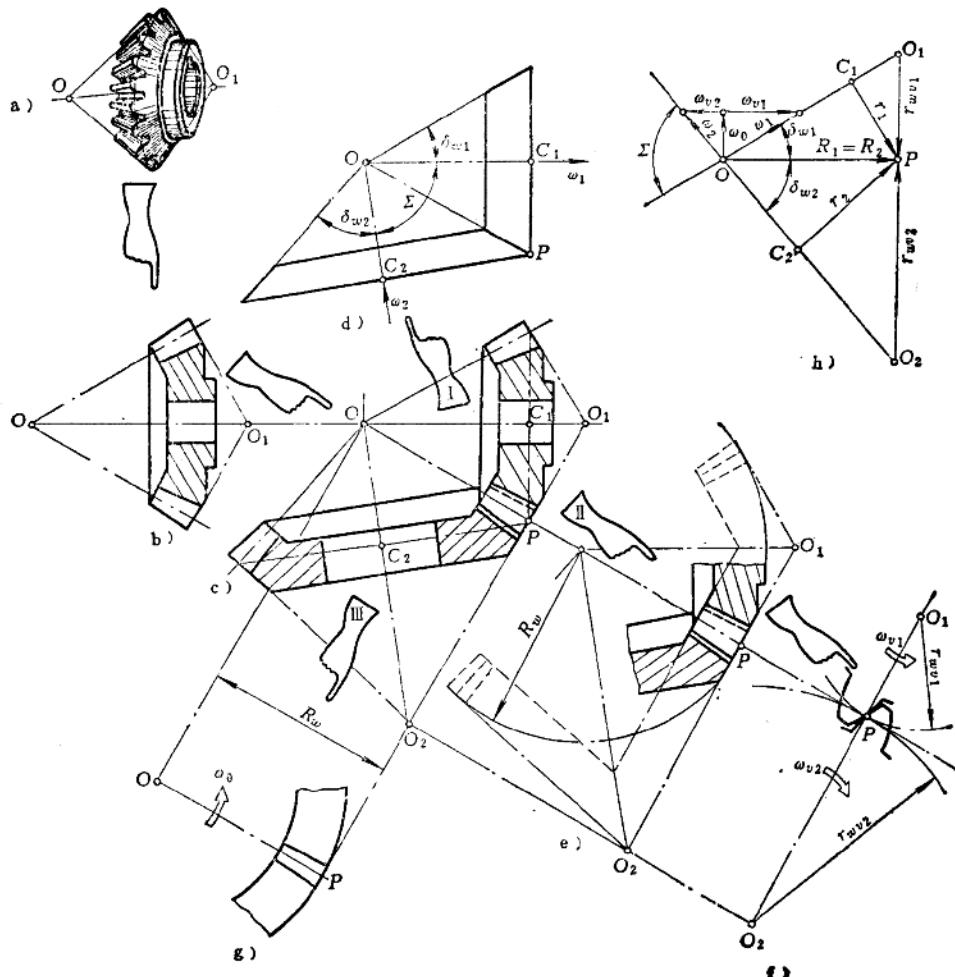


图12-2-1 锥齿轮特性的分析与综合

a) 锥齿轮实物 b) 轴向剖面 c) 轴向剖面的锥齿轮副 d) 节锥齿轮副 e) 背锥齿轮副
f) 端面当量齿轮副 g) 冠轮副 h) 综合于节点P

(1) 节锥副 如图12-2-1 d 所示, 两相交轴 $\overline{OC_1}$ 和 $\overline{OC_2}$ 在节点 P 处啮合, 以 \overline{OP} 为公母线绕两轴回转所形成的一对圆锥体表面, 称为这对圆锥齿轮的节锥副。利用“节锥副作纯滚动时在 \overline{OP} 上任一点的切线速度不变”的原理, 就可找出圆锥齿轮传动的规律性。

(2) 当量齿轮副 如图12-2-1 e 所示, 理想的圆锥齿轮副啮合点应在同一球表面上, 形成球面啮合。但由于球面啮合设计复杂(用球面三角)和制造困难, 实践上采用背锥啮合来近似代替。背锥齿轮副就是和球面相切于节圆(球面上的小圆)的另

一对圆锥体齿轮副 \ominus 。这对节圆同时又是节锥与背锥正交的交线。

如图12-2-1 f 所示, 将背锥齿轮副展开为平面, 则形成扇形齿轮副。如果将扇形补足成一个整圆, 即构成一个极薄的圆柱齿轮副。这对圆柱齿轮副称为圆锥齿轮的当量圆柱齿轮副, 简称为当量齿轮副。利用现成的圆柱齿轮啮合规律, 就可找出圆锥齿轮齿廓啮合的规律性。

\ominus 这类正交圆锥, 总称为辅助圆锥。其中大端 P 点的辅助圆锥, 因其位于节锥的背后, 又称为背锥, 小端的辅助圆锥又称为前锥。

(3) 冠轮副 如图12-2-1g所示, 以 \overline{OP} 为半径作球面, 通过节点P作球面的大圆, 形成一对平面圆环形的齿轮A和B, 称为冠轮副(又叫冕轮副, 平面齿轮副)。锥齿轮齿线将显示在这个冠轮上。利用齿线的性质和它的微分几何学原理, 就可找出圆锥齿轮齿线和接触传动的规律性。

分析了三个侧面的规律性后, 就可以“三合一”, 把三者综合起来。综合成的统一体为图h, 它与分析前的统一体图c已大不相同。经过综合: 三者模数统一于节点P, 三者角速度统一于顶点O, 三者几何尺寸统一成含六个直角三角形的图形 O_1OO_2 。以下具体讨论三个侧面的规律性。

(二) 节锥副的构成和回转运动的规律性

1. 节锥的构成和回转运动的规律性

(1) 节锥的构成 如图12-2-2所示, 母线 \overline{OP} (亦即节锥副滚动的瞬时轴)以夹角 δ_w 绕轴 \overline{OC} 回转形成节圆锥面, 简称节锥。轴 \overline{OC} 的垂面R与节锥上任一点Y相交的轨迹称为节圆。请注意, 对于“零变位”(无径向变位和高变位)圆锥齿轮, 节锥与分度锥重合; “非零变位”(角变位)圆锥齿轮,

节锥与分度锥分离, 这时, 两锥不能混淆。

锥距R、节锥角 δ_w 和节圆直径 d_w 是节锥构成的三要素, 它们的规律性列于表12-2-3。

(2) 节锥的传动 锥齿轮副通过节锥的回转运动来传递动力(包括传递转矩或力, 转数或速度, 简称传动)。就圆锥齿轮的“传动”而言, 任何一对圆锥齿轮副的传动, 都可以看作是一对相交轴节锥副的纯滚动来实现传动(传递转速和转矩), 而轮齿的啮合, 不过是保证匀速回转和克服工作抗力矩的一种手段而已。因此, 运用节锥作纯滚动时在各啮合点的切线速度不变原理, 如图12-2-3所示, 无论是外锥滚动(图a), 外锥-平面滚动(图b), 还是内锥滚动(图c), 在公共瞬时轴 OP 上任一点Y, 都存在着下列切线速度关系:

$$v_{y1} = v_{y2} = v_y$$

从中可找出圆锥齿轮传动的规律性, 如表12-2-3所示。

公式(12-2-8)在实际计算时, 可改写成:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_{w1} &= \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma} \\ \delta_{w2} &= \Sigma - \delta_{w1} \end{aligned} \right\} \quad (12-2-8a)$$

1) 外锥滚动 $\delta_{w2} = \Sigma - \delta_{w1}$, 且有:

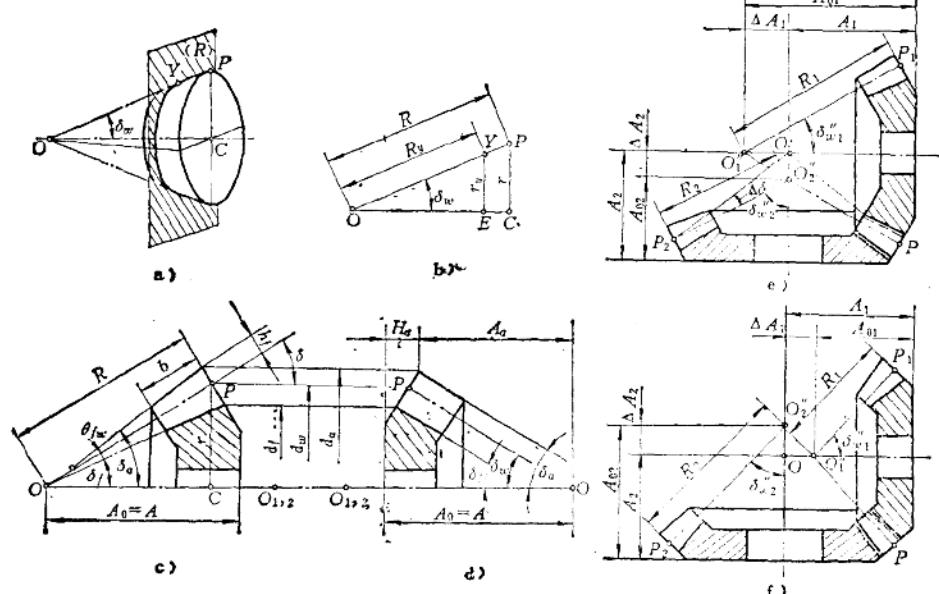


图12-2-2 节锥和异锥顶节锥齿轮副的结构

a)、b) 节锥的构成 c) 收缩齿节锥的要素 d) 等高齿节锥的要素 e)、f) 两种异锥顶节锥副

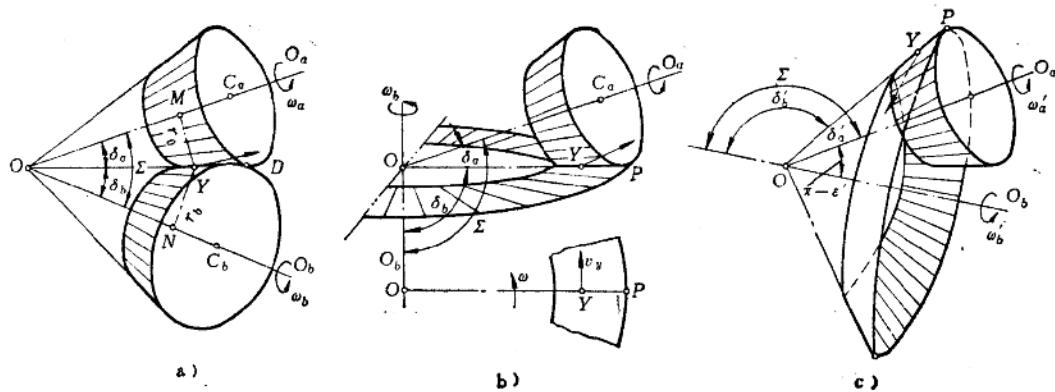


图12-2-3 节锥副匀速回转滚动关系

a) 外锥滚动 b) 外锥-平面滚动 c) 内锥滚动

表12-2-3 节锥副的构成和回转运动的规律性

(mm)

项 目	同 锥 顶 节 锥 副	异 锥 顶 节 锥 副 (图12-2-2 e、f)		公 式
节 锥 的 构 成 关 系	$R_1 = R_2 = R = \frac{b}{\varphi R}$ $R = \frac{d_1}{2 \sin \delta_{w1}}$ $= \frac{d_2}{2 \sin \delta_{w2}}$	$R_1 \neq R_2$ $R_1 = \frac{d_1}{2 \sin \delta_{w1}}$ $R_2 = \frac{d_2}{2 \sin \delta_{w2}}$		(12-2-1)
	$\Delta \delta = 0$ $\Delta \delta$ —节锥角修正值	图12-2-2 e $R_1 > R_2$ $\delta''_{w1} = \delta_{w1} - \Delta \delta$ $\delta''_{w2} = \delta_{w2} + \Delta \delta$	图12-2-2 f $R_1 < R_2$ $\delta''_{w1} = \delta_{w1} + \Delta \delta$ $\delta''_{w2} = \delta_{w2} - \Delta \delta$	(12-2-2 a)
节 锥 的 安 装 结 构	$A = A_0$ $A = A_a + H_a$ $\Sigma = \delta_{w1} + \delta_{w2}$ (外啮合)	$A_1 = A_{01} - \Delta A_1$ $A_2 = A_{02} + \Delta A_2$	$A_1 = A_{01} + \Delta A_1$ $A_2 = A_{02} - \Delta A_2$	(12-2-2 b)
		$A_0 = A_a + H_a$		(12-2-3)
顶 锥 与 根 锥 和 节 锥 的 关 系		$\Sigma = \delta''_{w1} + \delta''_{w2}$ (外啮合)		(12-2-4)
	普 通 收 缩 齿 $\theta_f = \arctg \frac{h_f}{R}$ $\delta_a = \delta_w + \theta_a$ $\delta_f = \delta_w - \theta_f$ 对等顶隙式 $\theta_{a1} = \theta_{f2} \quad \theta_{a2} = \theta_{f1}$	$\theta_f = \theta_a = 0$ $\delta_a = \delta_w$ $\delta_f = \delta_w$		(12-2-5)

(续)

项 目	同 锥 顶 节 锥 副	异 锥 顶 节 锥 副 (图12-2-2 e、f)	公 式
节锥的构成关系	$\delta_a = \arcsin \frac{r_a - r_{ai}}{b_a}$ $= \arctg \frac{r_a - r_{ai}}{b_x}$ $\delta_f = \arcsin \frac{r_f - r_{fi}}{b_f}$ $= \arctg \frac{r_f - r_{fi}}{b_x}$	$\sin \delta_w = \frac{d_a}{2 R_a} = \frac{d}{2 R_i}$	(12-2-6)
节锥的传动关系	非变位和高变位 $(x_1 + x_2 = 0)$	角 变 位 $(x_1 + x_2 \neq 0)$	(12-2-7)
端面模数 m_t	$m_w = m_t \equiv \frac{P}{\pi}$ $m_t = \frac{d_1}{z_1} = \frac{d_2}{z_2}$	$m_w = K m_t$ $m_t = \frac{d_1}{z_1} = \frac{d_2}{z_2}$	
	$P \approx \pi / P (1n) = 25.4/m_t$		
传动比 i 与齿数比 u	$u \equiv \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \delta_{w2}}{\sin \delta_{w1}} = \sin \Sigma \operatorname{ctg} \delta_{w1} - \cos \Sigma \geq 1$ 当 $\Sigma = 90^\circ$ 时 $u_s = \operatorname{tg} \delta_{w2} = \operatorname{ctg} \delta_{w1}$		(12-2-8)
	减速传动 $i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = u$	增速传动 $i_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{1}{u}$	

当 $\Sigma = 90^\circ$ 时 $\operatorname{tg} \delta_{w1} = \frac{1}{u}$ (12-2-8 b)

当 $\Sigma < 90^\circ$ 时 $\operatorname{tg} \delta_{w1} = \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma}$

当 $\Sigma > 90^\circ$ 时 $\operatorname{tg} \delta_{w1} = \frac{\sin(180^\circ - \Sigma)}{u - \cos(180^\circ - \Sigma)}$ (12-2-8 c)

2) 外锥-平面滚动 $\Sigma > 90^\circ$, 且有:

$$\delta_{w2} = 90^\circ, \quad \delta_{w1} = \Sigma - 90^\circ \quad (12-2-8 d)$$

3) 内锥滚动 $\Sigma < 90^\circ$, 且有:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \delta_{w2} &= \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma - \frac{1}{u}} \\ \delta_{w1} &= \delta_{w2} - \Sigma \end{aligned} \right\} \quad (12-2-8 e)$$

2. 节锥配对的形式——锥式

(1) 单个节锥的形式 (图12-2-4)

1) 外锥 ($0^\circ < \delta_w < 90^\circ$), 构成一般常用的锥

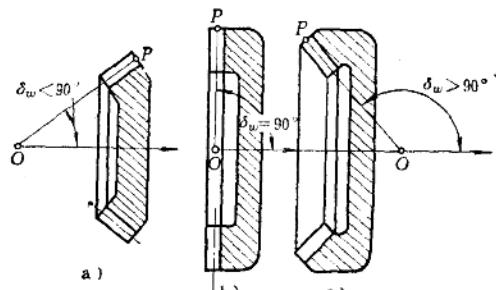


图12-2-4 单个节锥体的形式

a) 外锥 b) 平锥 (平面) c) 内锥

齿轮;

2) 平锥 ($\delta_w = 90^\circ$), 构成冠轮。又 $\delta_w = 90^\circ - \theta_e$ 构成平顶齿轮;

3) 内锥 ($90^\circ < \delta_w < 180^\circ$), 构成内啮合锥齿轮。

(2) 锥式 (节锥副配对的形式) 图12-2-5

一般采用“同锥顶”结构; 个别也用“异锥顶”结

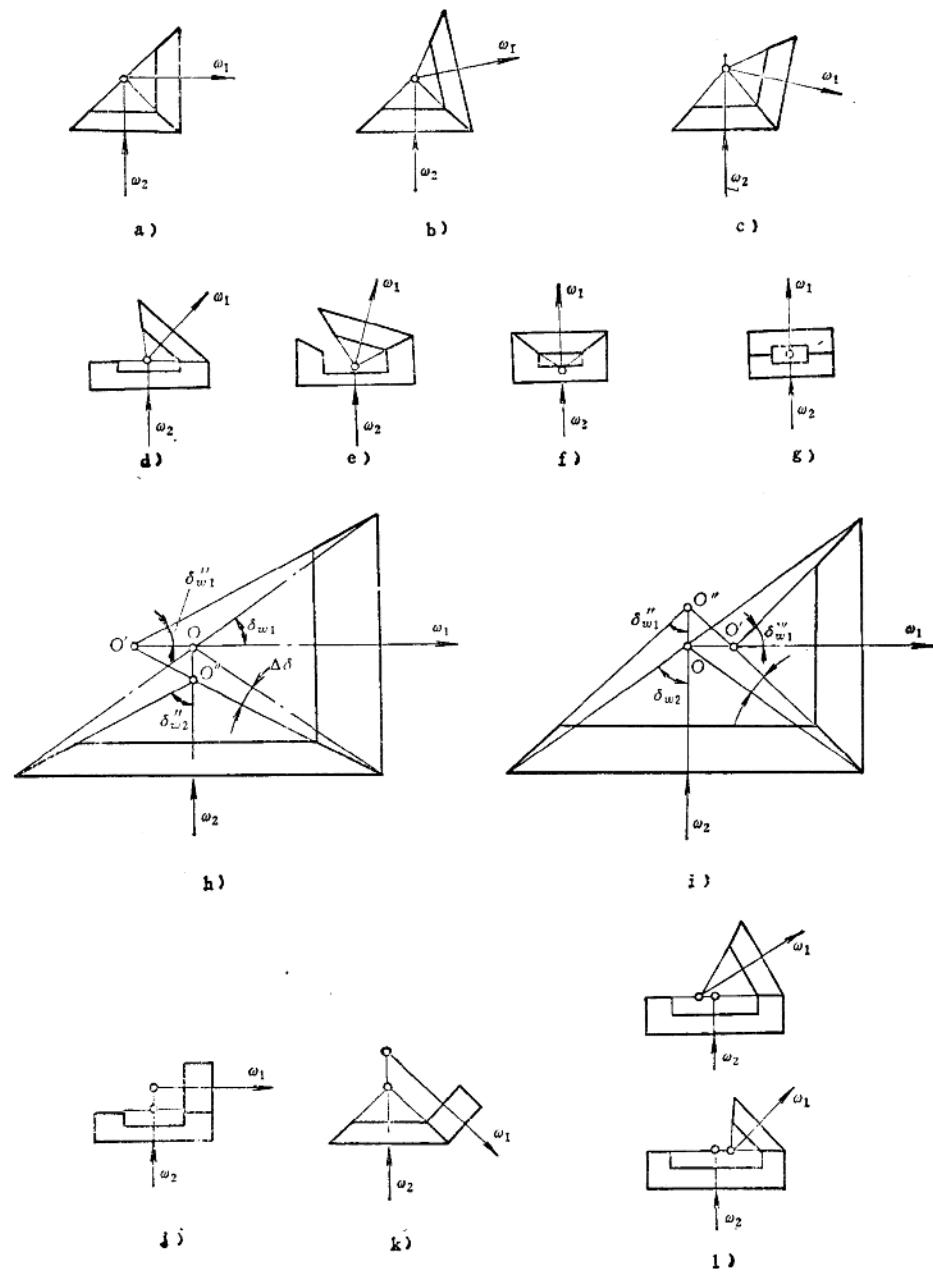


图12-2-5 节锥副的配对形式(锥式)

表12-2-4 锥式(节锥副配对的形式)

图12-2-5 分图号	锥 式				应 用 举 例
	小齿轮	大齿轮	轴交角 Σ	安装结构	
a	外锥	外锥	正交	同锥顶	常用于各种圆锥齿轮
b、c	外锥	外锥	斜交	同锥顶	用得较少
h	外锥	外锥	—	异锥顶 $\delta_{w1}'' < \delta_{w1}$	渐开线锥齿轮($u > 1$ 时用)
i	外锥	外锥	—	异锥顶 $\delta_{w1}'' > \delta_{w1}$	外摆线锥齿轮($u \geq 4$ 且有重切危险时用)
g	平锥	平锥	180°	同锥顶	用于锥形离合器或联轴节
d	外锥	平锥	$> 90^\circ$	同锥顶	用于等高齿锥齿轮的产形
					用于收缩齿锥齿轮的产形
e	外锥	内锥	$> 90^\circ$	同锥顶	用于等高齿锥齿轮的产形(新庄氏法)
f	外锥	平锥	$90^\circ + \delta_{w1}$	异锥顶 $\delta_{w1}'' < \delta_{w1}$	用于等高齿锥齿轮的产形
					$\delta_{w1}'' > \delta_{w1}$ 用于等高齿锥齿轮的产形
j	圆柱齿轮	平锥	90°	$\delta_{w1} = 0^\circ$	用于手动操纵机构
f	外锥	内锥	180°	共线轴	用于锥形离合器
k	圆柱齿轮	外锥	$< 90^\circ$		用于变速机构

构, 后者两个锥顶点和传动轴交点, 三点分离, 这时安装距 $A \neq$ 基顶距 A_0 。各种锥式列于表12-2-4。

(三) 冠轮副的构成和齿线接触传动的规律性

1. 冠轮副的构成特征及其规律性

节锥角 $\delta_w = 90^\circ$ 的锥齿轮称为冠轮。由一对共轭的冠轮组成的冠轮副是一种特殊形式的锥齿轮副(见图12-2-5 g)。其主要特征如下:

(1) 节锥面变成节平面 参看图12-2-6, 设冠轮与一锥齿轮作配对的啮合传动, 则冠轮的节平面 S 与该锥齿轮的节锥面 R 相滚动, 存在一公切平面 T , 其公切线 OP 即公共瞬时轴线。规定该切平面 T 上显示的齿线代表锥齿轮的齿线。切面 T 与节平面 S 相重合, 在节平面 S 上, 可以清楚地显示出齿线的形状和特征, 我们把 S 面作为锥齿轮齿线分析的基准面。

(2) 背锥面变成圆环面 圆环面中心线即冠轮的轴线。冠轮的当量齿轮(圆环面的展开面)是齿条。这是采用冠轮作产形齿轮的理论根据。

(3) 共线轴的传动 相当一对齿形联轴节的传动。这是采用冠轮副作传动联轴节或离合器的根

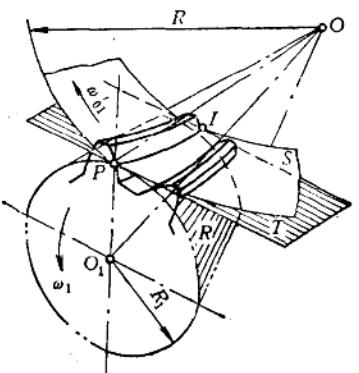


图12-2-6 齿线的构成
S—冠轮的节平面 T—锥齿轮节锥 R 的切平面

据。在上述特性的基础上, 可得出规律性如表12-2-5所示。

2. 冠轮齿线的形式——线式

设计的齿线是指在节平面上同名轮齿的齿廓的轴心线(即同名轮齿左、右两个齿廓曲线所包容的诸内切圆的圆心联线)。在制造时, 也可取同名齿沟槽的轴心线, 甚至取某一个齿廓侧面曲线作为切齿的齿线。

理论上任何一种无拐点的连续曲线, 都可用作