高等学校理工科
电子信息类课程
学习辅导丛书

信号与系统
学习辅导及典型题解

邱天爽　等编

- 学习要点
- 典型例题
- 习题及参考答案
- 考研试题详解

学习的帮手　考研的参谋

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

高等学校理工科电子信息类课程学习辅导丛书

信号与系统

学习辅导及典型题解

邱天爽　等编

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是高等院校电子信息类专业信号与系统课程的配套辅导教材和硕士学位研究生入学考试的复习指导书。本书以国内高等院校广泛使用的信号与系统教材为框架，根据教学和考研复习的实际要求，高度概括了各个章节的知识点，在此基础上，精选了许多典型的和有一定难度的例题和习题，并对其中的大部分例题给出了详细解答。

本书可供高等院校有关专业的教师和学生作为教学参考书使用，也可以作为报考硕士学位研究生的复习资料。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习辅导及典型题解/邱天爽等编. —北京：电子工业出版社，2003.3

高等学校理工科电子信息类课程学习辅导丛书

ISBN 7-5053-8566-6

Ⅰ.信… Ⅱ.邱… Ⅲ.信号系统—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 013519 号

责任编辑：韩同平

印　　刷：北京兴华印刷厂

出版发行：电子工业出版社　http://www.phei.com.cn

北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036

经　　销：各地新华书店

开　　本：787×980　1/16　印张：19.75　字数：453.6 千字

版　　次：2003 年 3 月第 1 版　2003 年 3 月第 1 次印刷

印　　数：4000 册　定价：29.00 元

前　　言

信号与系统是国内外高等院校电子信息类专业学生必修的一门专业基础课，也是此类专业硕士学位研究生入学考试的必考科目之一，其重要性是显而易见的。因此，国内外高等院校电子信息类专业无不把信号与系统作为本科生教学的主干课程之一。

1. 信号与系统课程的主要内容

信号与系统课程主要研究确定性信号（包括连续时间信号和离散时间信号）的特性与线性时不变系统的基本理论以及线性系统的分析方法。主要包括以下四个方面的内容：

（1）信号与系统的时间域表示及分析方法。包括连续时间和离散时间信号与系统的表示及特性，系统的微分方程和差分方程表示，输入/输出函数表示，以及连续时间和离散时间卷积的表示与计算等。

（2）信号与系统的变换域表示与分析方法。包括傅里叶级数、傅里叶变换、离散傅里叶级数、离散时间傅里叶变换、拉普拉斯变换和 z 变换等，以及基于这些正交变换的系统分析方法。

（3）系统状态变量分析方法。包括时间域和变换域的系统状态变量分析。

（4）信号与系统课程还包括：模拟与数字滤波器的设计与应用，反馈系统的概念及分析设计，以及信号的矢量空间分析等。

在以上四个方面的内容中，前三个方面的内容为信号与系统课程的基本内容，而第四个方面的内容则可以根据教学、学习和考研的需要而适当取舍。从目前硕士学位研究生入学考试的情况来看，把第四个方面的部分或全部内容纳入考试范围是可能的，实际上不少高等院校已经这样做了。

2. 本书的内容特点

信号与系统是一门理论性和系统性很强的课程。要学好这门课程，除了掌握并深刻理解课程所涉及的概念、理论和方法之外，还必须加强实验和习题方面的训练，从而加深对课程的理解，并增强解决实际问题的能力。本书是在教学实践的基础上，以国内高等院校广泛使用的信号与系统教材为框架，经过认真整理完成的。在编写的过程中，主要参考了国内高等院校普遍使用的三本信号与系统教材。即：

郑君里，应启珩，杨为理编. 信号与系统（第二版）. 北京：高等教育出版社，2000

A. V. Oppenheim, A. S. Willsky. Signals and Systems, 2nd Edition, Prentice-Hall, Inc., 1997

管致中，夏恭恪编. 信号与线性系统（第三版）. 北京：高等教育出版社，1992

根据教学和考研的实际需求，本书高度概括了各个章节的知识点，形成了本课程的理论概要。在此基础上，参考了多种信号与系统教材，精选了许多典型的和有一定难度的例题和习题。对其中的例题部分给出了解题思路、提示和详细解答，习题部分只给出答案，留给读者自行求解。在例题和习题选择方面，本书既考虑了本科生信号与系统教学的需要，选择了一定数量的典型题，又兼顾了日益增长的考研需求，选择了较多的中等难度题（以“*”表示）和难题

(以“ * * ”表示)。在中等难度题和难题的题解方面尽可能给出对习题的分析和解题思路,以便帮助读者,特别是备考研究生入学考试者,达到提高解题能力和技巧的目的。此外,考虑到近年来国内高等院校推进双语教学的需求,本书还选择了部分英文原题(以“△”表示),基本上属于中等难度题和难题。这样,本书既可以作为本科生信号与系统课程的教学补充资料或辅助教材,也可以作为报考硕士学位研究生的复习指南。

3. 本书的编排特点

本书共12章。各章均由学习重点、理论概要、典型例题及习题四个部分组成(其中,第6章和第10章没有编排习题)。关于学习重点,主要是根据教学和考研要求,列出若干本章的知识重点和考研复习重点。各章的理论概要,基本上是根据郑君里等编的《信号与系统》教程提炼整理,并补充Oppenheim等编的 *Signals and Systems* 教程的部分内容而成,突出了信号与系统的时间域、变换域分析和状态变量分析,并且加强了双边拉普拉斯变换和双边 z 变换等内容。在典型例题中,一方面对精选的例题按难易程度分成了四类,即基本题、中等难度题、难题和英文原题;另一方面,在解题过程中,除了给出详细题解外,还尽可能说明分析方法和解题思路,并对所涉及到的应用问题给予一定的说明。各章的四部分内容是互相呼应的,例题和习题所涉及的内容基本上与理论概要的内容一致。书后附录部分给出了几套教学用期末考试模拟试题和国内部分重点高等院校的硕士研究生入学考试试题。在书末还给出了全部习题的参考答案。

4. 本书阅读指导

不同的读者可以参阅本书的不同部分。编者建议:

(1) 学习信号与系统课程的大学二年级学生,可以参阅本书各章节的学习重点、理论概要和典型例题及习题中的基本题和中等难度题,适当参考难题。

(2) 对于进行信号与系统课程双语教学的学生,可以参阅本书各章节的学习重点、理论概要。关于典型例题及习题,除参考基本题和中等难度题外,还可以参考英文原题和难题。

(3) 对于备考硕士学位研究生入学考试的考生,建议全面参考本书,除熟练掌握本书的学习重点和理论概要之外,典型例题和习题的重点要放在中等难度题和难题上,也可以适当参考英文原题。

本书各章的理论概要由邱天爽编写整理。各章习题及解答的编写人员为:牛杰(第3,9章),林相波(第2,7章),张金凤(第1,12章),李婷(第4,8章),黄隽毅(第10,11章),刘惠(第5,6章)。附录部分由邱天爽和刘惠整理完成。全书由邱天爽统稿。

在本书的编写过程中,我们参阅了较多国内外著作,均列于本书的参考书目之中,在此谨向有关作者表示深切谢意。同时,我们衷心感谢大连理工大学电子与信息工程学院以及学校有关部门的支持和帮助。由于作者水平所限,编写时间比较仓促,书中难免存在不妥和错误之处,恳请读者批评指正。

作　者

2003年2月于大连理工大学

目　录

第 1 章 信号与系统的概念

1.1 本章学习重点

- 信号的函数表示和图形表示；
- 单位冲激信号、单位阶跃信号及其他常用信号的表示和特性；
- 信号的运算和分解；
- 系统的概念及线性时不变系统的特性。

1.2 理论概要

1. 信号与系统的基本概念

信号与信息：信号是信息的载体或表现形式，而信息则是信号的具体内容。在电子信息科学技术中，信号一般指电信号，即随时间变化的电压或电流，也可以是电荷、磁通或电磁波等。

信号处理：对信号进行某种加工或变换。主要包括：削弱信号中的多余内容，滤除混杂的噪声和干扰，将信号变换成容易分析与识别的形式，估计信号的有关参量。

信号分析：研究信号的基本性能。主要包括信号的描述、分解、变换、检测、特征提取以及信号的设计。

系统：由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。在电子信息科学技术领域，系统是为传送信号或对信号进行加工处理而构成的某种组合，或者说系统完成由输入信号到输出信号的变换。

2. 信号的分类

① 确定性信号与随机信号

若信号可以表示为某一确定的时间函数，则这种信号称为确定性信号。

若信号具有某种不可预知的不确定性，则这种信号称为不确定性信号或随机信号。

② 周期信号与非周期信号

满足 $x(t)=x(t+nT)$，$n=0,\pm1,\pm2,\cdots$条件的信号称为周期信号，其中 T 为信号的周期。

当 $T\to\infty$时，$x(t)$变为非周期信号。

③ 连续时间信号与离散时间信号

在给定的时间间隔内，除若干不连续点之外，对于任意时间值都可给出确定性的函数值，称这样的信号为连续时间信号，常记为 $x(t)$。

离散时间信号仅定义在离散的时间点上，即其时间变量仅在一个离散集上取值，常记为 $x(n)$。图 1.1 给出了连续时间信号和离散时间信号波形的示意图。

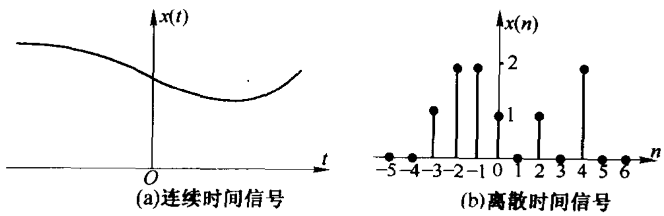

图 1.1　时间信号示意图

时间与幅值取值都具有离散性的信号称为数字信号。

④ 能量信号和功率信号

能量为有限值的信号为能量有限信号，简称为能量信号。功率为有限值的信号为功率有限信号，简称为功率信号。有些信号既不属于能量信号，也不属于功率信号。

⑤ 一维信号和多维信号

作为一个变量的函数的信号称为一维信号。作为多个变量的函数的信号称为多维信号。

3. 典型信号及其特性

① 指数信号

$x(t)=Ke^{at}$。若 $a>0$，则信号随时间而增加；若 $a<0$，则信号随时间而衰减；若 $a=0$，则信号不随时间变化。

② 正弦信号

$x(t)=K\sin(\omega t+\theta)$。式中，$K$ 为振幅；ω 为角频率；θ 为初相位。其周期为 $T=2\pi/\omega=1/f$（f 为信号的频率）。

③ 复指数信号

$x(t)=Ke^{st}$。式中，$s=\sigma+j\omega$。由欧拉公式，可将 $x(t)$ 分解为正弦项和余弦项。σ 值决定 $x(t)$ 振荡的增幅/减幅特性，ω 决定 $x(t)$ 的振荡频率大小。

欧拉公式为：$e^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta$；或 $\sin\theta=\frac{1}{2j}(e^{j\theta}-e^{-j\theta})$，$\cos\theta=\frac{1}{2}(e^{j\theta}+e^{-j\theta})$。

④ 采样信号

$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$为偶函数,向 $t=\pm\infty$衰减振荡。当 $t=\pm\pi,\cdots,\pm n\pi$时,$\mathrm{Sa}(t)=0$。类似地,定义 $\mathrm{sinc}(t)=\frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$。两者具有相似的特性。图 1.2 给出了 Sa($t$)信号的波形图。

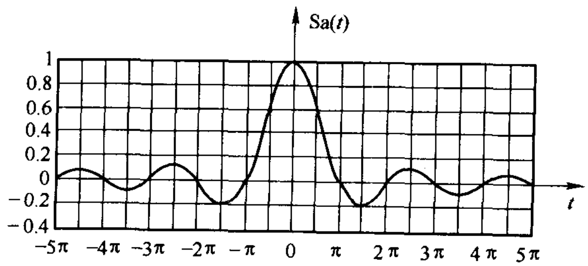

图 1.2　采样信号 Sa(t)的波形图

⑤ 钟形信号(高斯函数)

$x(t)=E\mathrm{e}^{-(t/\tau)^2}$,在随机信号分析中有重要作用。

4. 信号的运算

① 时移

$x(t)\rightarrow x(t+t_0)$。若 $t_0>0$,则 $x(t)$的波形沿时间轴向左移动。反之,则向右移动。

② 时间反转

$x(t)\rightarrow x(-t)$。把 $x(t)$的波形以 $t=0$ 为轴反褶。

③ 尺度变换

$x(t)\rightarrow x(at)$。若 $a>1$,则 $x(t)$的波形沿时间轴被压缩。反之,则扩展。

④ 信号的微分和积分

$$x'(t)=\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t},\qquad \int_{-\infty}^{t}x(\tau)\mathrm{d}\tau$$

④ 信号相加

$$x(t)=x_1(t)+x_2(t)+\cdots+x_m(t)$$

⑤ 信号相乘

$$x(t)=x_1(t)x_2(t)\cdots x_m(t)$$

5. 单位冲激信号和单位阶跃信号

① 单位斜变信号

$$r(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ t & t\geqslant 0\end{cases}$$

② 单位阶跃信号

$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}\quad 有:\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}=u(t)$$

③ 单位冲激信号

$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1$;$\delta(t)=0$(当 $t\neq 0$ 时)。$\delta(t)$为一种奇异函数,可以由一些常规函数(例如,矩形函数,三角形脉冲,双边指数脉冲,钟形脉冲和采样信号等)的广义极限而得到。$\delta(t)$的性质有:

- 筛选特性:$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)x(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)x(0)\mathrm{d}t=x(0)$;
- 对称性:$\delta(t)=\delta(-t)$;
- 与单位阶跃信号的关系:$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=u(t)$,或 $\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)$。

④ 冲激偶信号

为单位冲激信号的微分,呈正、负极性的一对脉冲。

6. 信号的分解

① 直流分量与交流分量

$x(t)=x_{\mathrm{D}}(t)+x_{\mathrm{A}}(t)$。式中,$x_{\mathrm{D}}(t)$和 $x_{\mathrm{A}}(t)$分别为信号的直流分量和交流分量。

② 偶分量与奇分量

$x(t)=x_{\mathrm{e}}(t)+x_{\mathrm{o}}(t)$。式中,$x_{\mathrm{e}}(t)=\frac{1}{2}[x(t)+x(-t)]$;$x_{\mathrm{o}}(t)=\frac{1}{2}[x(t)-x(-t)]$。

③ 实分量与虚分量

$x(t)=x_{\mathrm{r}}(t)+\mathrm{j}x_{\mathrm{i}}(t)$。式中,$x_{\mathrm{r}}(t)$和 $x_{\mathrm{i}}(t)$分别为 $x(t)$的实部和虚部。

④ 正交函数分量

如果信号可以用正交函数集来表示,则组成信号的各分量是相互正交的。

7. 系统的分类和特性

① 连续时间系统与离散时间系统

若系统的输入和输出都是连续时间信号，且其内部也未转换为离散时间信号，则称该系统为连续时间系统。若系统的输入和输出都是离散时间信号，则称该系统为离散时间系统。

② 系统的记忆性

若系统的输出信号只取决于同时刻的激励信号，则称该系统为无记忆系统。若系统的输出信号不仅取决于同时刻的激励信号，还与它过去的状态有关，则称该系统为有记忆系统。

③ 线性系统

具有叠加性和均匀性(又称为齐次性)的系统称为线性系统。反之，则称为非线性系统。

④ 系统时不变特性

若系统的参数不随时间变化，则称为时不变系统。反之，则称为时变系统。

⑤ 系统的可逆性

若系统在不同激励下产生不同的响应，则称为可逆系统。反之，则称为不可逆系统。

⑥ 系统的因果性

若系统的输出只与系统当前时刻和过去时刻的输入有关，则称为因果系统。反之，则为非因果系统。其中，若系统的输出只与系统将来时刻的输入有关，则称为反因果系统。

⑦ 系统的稳定性

若系统有界的输入信号导致有界的输出信号，则系统是稳定的。反之，系统是不稳定的。

8. 线性时不变系统的特性

同时满足线性和时不变特性的系统称为线性时不变(LTI)系统。LTI 系统具有以下主要特性:

- LTI 系统可以用单位冲激响应 $h(t)$ 和卷积来分析和描述;
- LTI 系统满足交换律: $x(t) * h(t) = h(t) * x(t)$;
- LTI 系统满足分配律: $x(t) * [h_1(t) + h_2(t)] = x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t)$;
- LTI 系统满足结合律: $x(t) * [h_1(t) * h_2(t)] = [x(t) * h_1(t)] * h_2(t)$;
- LTI 系统的记忆性: 若 $h(t) = K\delta(t)$，则系统 $h(t)$ 无记忆;
- LTI 系统的可逆性: 若 $h(t) * h_1(t) = \delta(t)$，则系统 $h(t)$ 可逆，且其逆系统为 $h_1(t)$;
- LTI 系统的因果性: 当 $t<0$ 时，若 $h(t)=0$，则系统 $h(t)$ 为因果系统;

● LTI 系统的稳定性：若$\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|\mathrm{d}t<\infty$，则系统稳定；

● LTI 系统的微分特性：若 LTI 系统的输入为 $x(t)$，输出为 $y(t)$，则当输入为$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$时，输出为$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}$。

9. 系统分析方法

① 关于建立系统模型方法

输入—输出描述法着眼于系统激励与响应之间的关系，而不关心系统内部的变量情况。状态变量描述法不仅可以给出系统的响应，还可提供系统内部各变量的情况，也便于多输入—多输出系统的分析。

② 系统数学模型求解方法

时间域方法：包括经典法求解系统常系数微分方程或差分方程；求解状态变量矩阵方程；卷积积分和卷积和求解系统响应；计算机数值求解方法等。

变换域方法：利用傅里叶变换分析系统频率特性；利用拉普拉斯变换和 z 变换分析系统的零极点特性；根据卷积定理，把卷积计算变换为乘积计算等。

1.3 典型例题

注：典型例题和习题均划分为四个难度层次。其中，基本题不做任何标记；中等难度题在题号后加“*”号；难题在题号后加“**”号；最后一个层次为英文题，题号后加“△”号，均属于中等难度题和难题。以下各章同。

例 1.1* 试判断下列论断是否正确。

(1) 两个周期信号之和必仍为周期信号；

(2) 非周期信号一定是能量信号；

(3) 能量信号一定是非周期信号；

(4) 两个功率信号之和仍为功率信号；

(5) 两个功率信号之积必仍为功率信号；

(6) 能量信号与功率信号之积必为能量信号。

解 (1) 错误。两个周期信号的周期不一定有最小公倍数。例如：$T_1=\pi$ 和 $T_2=1$ 就没有最小公倍数。

(2) 错误。例如，$x(t)=u(t)$是非周期信号，但不是能量信号。

(3) 正确。

(4) 错误。例如，$u(t)+\delta(t)$和$-u(t)$均为功率信号，但二者之和 $\delta(t)$不是功率信号。

(5) 错误。

(6) 错误。例如，$x_1(t)=\mathrm{e}^{-|t|}$为功率信号，$x_2(t)=\mathrm{e}^{-t}$为能量信号，而二者的乘积为：$x_1(t)x_2(t)=u(-t)+\mathrm{e}^{-2t}u(t)$不是能量信号。

例 1.2* 已知 $f(t)$,为求 $f(t_0-at)$,应按下列哪种运算求得正确结果(式中 t_0,a 都为正值)?

(1) $f(-at)$左移 t_0; (2) $f(at)$右移 t_0; (3) $f(at)$左移 t_0/a; (4) $f(-at)$右移 t_0/a。

解 (4) 为正确答案。$f[-a(t-t_0/a)]=f(-at+t_0)=f(t_0-at)$。(1),(2)和(3)均为错误答案。

例 1.3 粗略给出下列各函数式的波形图。

(1) $x(t)=(2-e^{-t})u(t)$; (2) $x(t)=e^{-t}\cos(10\pi t)[u(t-1)-u(t-2)]$。

解 给定各函数的波形如图 E1.3 所示。

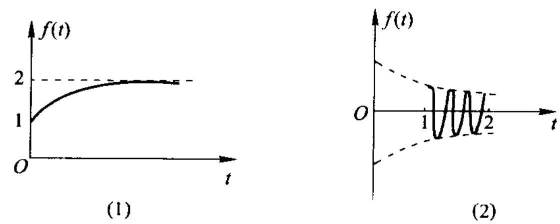

图 E1.3 给定各函数的波形

例 1.4 给出下列各时间函数的波形图,注意它们的区别。

(1) $t[u(t)-u(t-1)]+u(t-1)$; (2) $-(t-1)[u(t)-u(t-1)]$;

(3) $(t-2)[u(t-2)-u(t-3)]$。

解

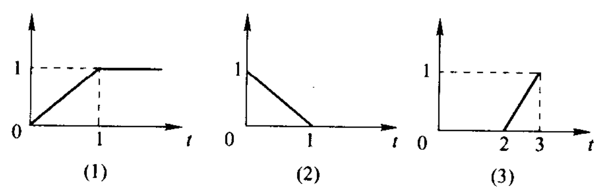

图 E1.4 给定时间函数的波形图

例 1.5 应用冲激信号的抽样特性,求下列各表达式的函数值。

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t$; (2) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)u(t-2t_0)\mathrm{d}t$;

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]\mathrm{d}t$。

解 (1) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty} x(t_0-0)\delta(t)\mathrm{d}t=x(t_0)$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)u(t-2t_0)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}u(t_0-2t_0)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=u(-t_0)=\begin{cases}0 & t_0>0\\ 1 & t_0<0\end{cases}$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}\delta(t)\mathrm{d}t-\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t$

$=1-e^{-j\omega t_0}$

例 1.6 * 计算下列积分：

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t+t_0)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t$ ； (2) $\int_{-\infty}^{t} \mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau$； (3) $\int_{-1}^{1}\delta(t^2-4)\mathrm{d}t$

解 (1) $\int_{-\infty}^{\infty} f(2t_0)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(2t_0)$

$$
\begin{aligned}
(2) \int_{-\infty}^{t} \mathrm{e}^{-\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau &= \int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-\tau}\mathrm{d}[\delta(\tau)] = \mathrm{e}^{-\tau}\delta(\tau)\Big|_{-\infty}^{t} + \int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{e}^{-\tau}\mathrm{d}\tau \\
&= \mathrm{e}^{-t}\delta(t) + \int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{e}^{-\tau}\mathrm{d}\tau = \delta(t) + \int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{e}^{-\tau}\mathrm{d}\tau \\
&= \delta(t) + \int_{-\infty}^{t}\delta(t)\mathrm{d}\tau = \delta(t) + u(t)
\end{aligned}
$$

(3) $\int_{-1}^{1}\delta(t^2-4)\mathrm{d}t = \int_{-1}^{1}[\delta(t+2)+\delta(t-2)]\mathrm{d}t = 0$

例 1.7 * 分别指出下列各波形的直流分量。

(1) 全波整流 $f(t)=|\sin(\omega t)|$； (2) 升余弦函数 $f(t)=K[1+\cos(\omega t)]$

解 信号的直流分量即信号在一个周期内的平均值。

(1) $f_{\mathrm{D}}=\dfrac{1}{T}\int_{t}^{t+T}f(t)\mathrm{d}t = \dfrac{\omega}{\pi}\int_{0}^{\pi/\omega}\sin(\omega t)\mathrm{d}t = \dfrac{2}{\pi}$

(2) $f_{\mathrm{D}}=\dfrac{1}{T}\int_{t}^{t+T}f(t)\mathrm{d}t = \dfrac{\omega}{2\pi}\int_{0}^{2\pi/\omega}K[1+\cos(\omega t)]\mathrm{d}t = K$

例 1.8 * 绘出下列系统的仿真框图。

(1) $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}r(t)+a_0r(t)=b_0e(t)+b_1\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}e(t)$；

(2) $\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}r(t)+a_1\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}r(t)+a_0r(t)=b_0e(t)+b_1\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}e(t)$

解 此类题型通常是先引入中间变量 $x(t)$，进而分别建立激励信号与中间变量和输出信号与中间变量之间的关系，再根据这些关系得出系统的仿真框图。

(1) 引入中间变量 $x(t)$，令$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)+a_0x(t)=e(t)$，则 $r(t)=b_0x(t)+b_1\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)$，故系统的仿真框图如图 E1.8(a)所示。

(2) 引入中间变量 $x(t)$，令$\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}x(t)+a_1\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)+a_0x(t)=e(t)$，则 $r(t)=b_0x(t)+b_1\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)$。故系统的仿真框图如图 E1.8(b)所示。

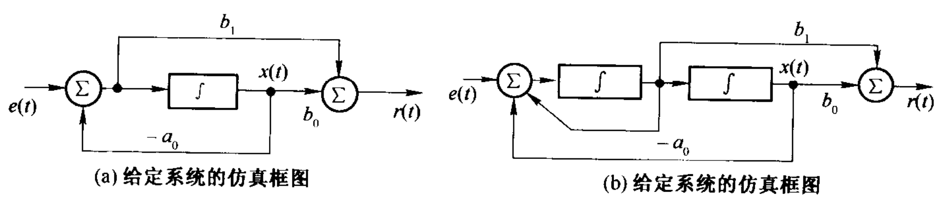

图 E1.8 例 1.8 的图

例 1.9 *　试证明：$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$

证明　设 $a>0$，且令 $at=t_1$，则上式左端积分为：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(at)\varphi(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{a}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t_1)\varphi(t_1/a)\mathrm{d}t_1=\frac{1}{a}\varphi(t)$$（其中 $\varphi(t)$ 是在 $t=0$ 处的连续函数）

又设 $a<0$，且令 $|a|t=t_1$，并考虑到 $\delta(t)$ 是偶函数，同样可证明：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(-|a|t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{-|a|}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t_1)\varphi[t_1/(-|a|)]\mathrm{d}t_1=\frac{1}{|a|}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t_1)\varphi(t_1/|a|)\mathrm{d}t_1=\frac{1}{|a|}\varphi(0)$$

由于右端积分为：$\frac{1}{|a|}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{|a|}\varphi(0)$，故有：$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$

例 1.10 **　已知 $f(5-2t)$ 的波形如图 E1.10 所示。试按下列三种方法，求 $f(t)$ 的波形，并画出每一种运算的波形图。

(1) 比例——时移——反褶；　(2) 时移——比例——反褶；

(3) 反褶——时移——比例。

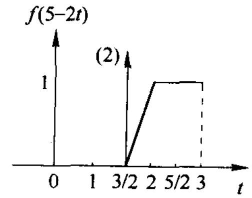

图 E1.10　例 1.10 给定的信号波形图

解　对信号的时移、比例、反褶都是通过对其自变量的不同运算来进行的。例如，将 $f(t)$ 左移 $t_0(t_0>0)$ 个单位，会得到 $f(t+t_0)$，然后再扩展 $k(k>1)$ 倍，得到 $f(t/k+t_0)$；接着对其进行反褶，会得到 $f(-t/k+t_0)$。

(1) 比例——时移——反褶

首先将 $f(5-2t)$ 以时间轴扩展 2 倍，得到 $f(5-t)$；再向左平移 5 个单位，得到 $f(-t)$；再将 $f(-t)$ 反褶得到 $f(t)$。上述过程的波形如图 E1.10A 所示。需注意的是：由于 $\delta(nt)=\frac{1}{|n|}\delta(t)$，因此 $\delta(2t)=\frac{1}{2}\delta(t)$。

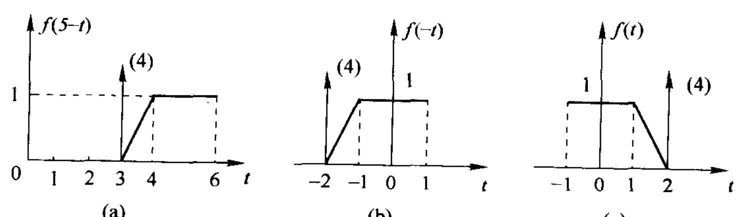

图 E1.10A　给定信号和运算的波形图

(2) 时移——比例——反褶

将 $f(5-2t)$ 向左平移 (5/2) 个单位，得到 $f(-2t)$；再以时间轴扩展 2 倍，得到 $f(-t)$；反褶后得到 $f(t)$。波形如图 E1.10B 所示。

(3) 反褶——时移——比例

将 $f(5-2t)$ 反褶得到 $f(2t+5)$；再向右平移 (5/2) 个单位，得到 $f(2t)$；再以时间轴扩展 2 倍，得到 $f(t)$。波形如图 E1.10C 所示。

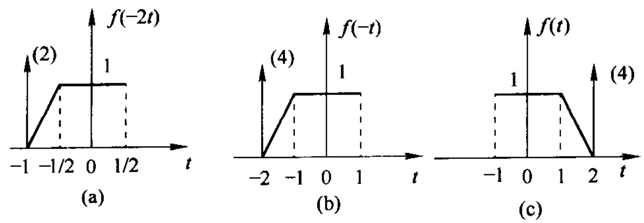

图 E1.10B 给定信号和运算的波形图

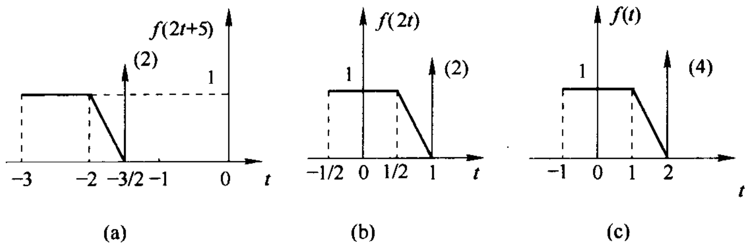

图 E1.10C 给定信号和运算的波形图

例 1.11 * 已知信号波形 $f(t)$ 如图 E1.11(a)所示,试画出 $\int_{-\infty}^{t} f(2-\tau)\mathrm{d}\tau$ 及 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[f(6-2t)]$ 的波形图。

解 (1) 首先求 $f(2-t)$ 的波形。由表达式可知:$f(2-t)$ 是由 $f(t)$ 先反褶,再向右平移 2 个单位得到的,故 $f(2-t)$ 的波形如图 E1.11(b)所示。

进一步地,$\int_{-\infty}^{t} f(2-\tau)\mathrm{d}\tau$ 的波形如图 E1.11(c)所示。

(2) 同样,先画 $f(6-2t)$ 的波形。$f(6-2t)$ 是由 $f(t)$ 先以时间轴压缩一半,再反褶,再向右平移 3 个单位得到的。这样,$f(6-2t)$ 的波形如图 E1.11(d)所示。

进一步地,$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[f(6-2t)]$ 的波形如图 E1.11(e)所示。

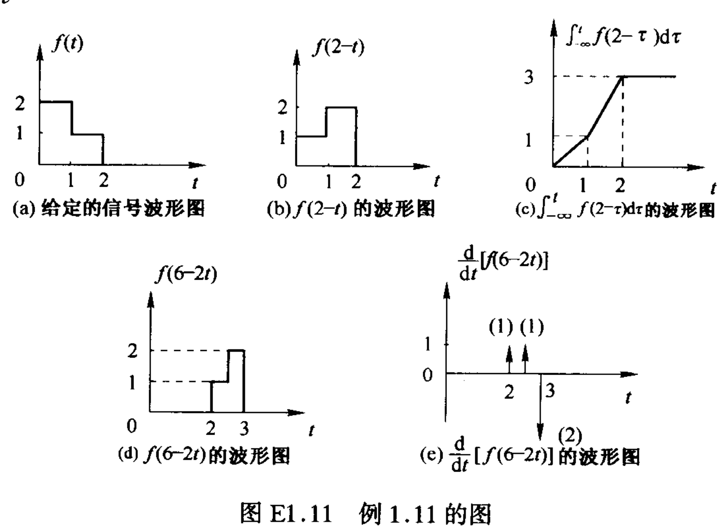

图 E1.11 例 1.11 的图