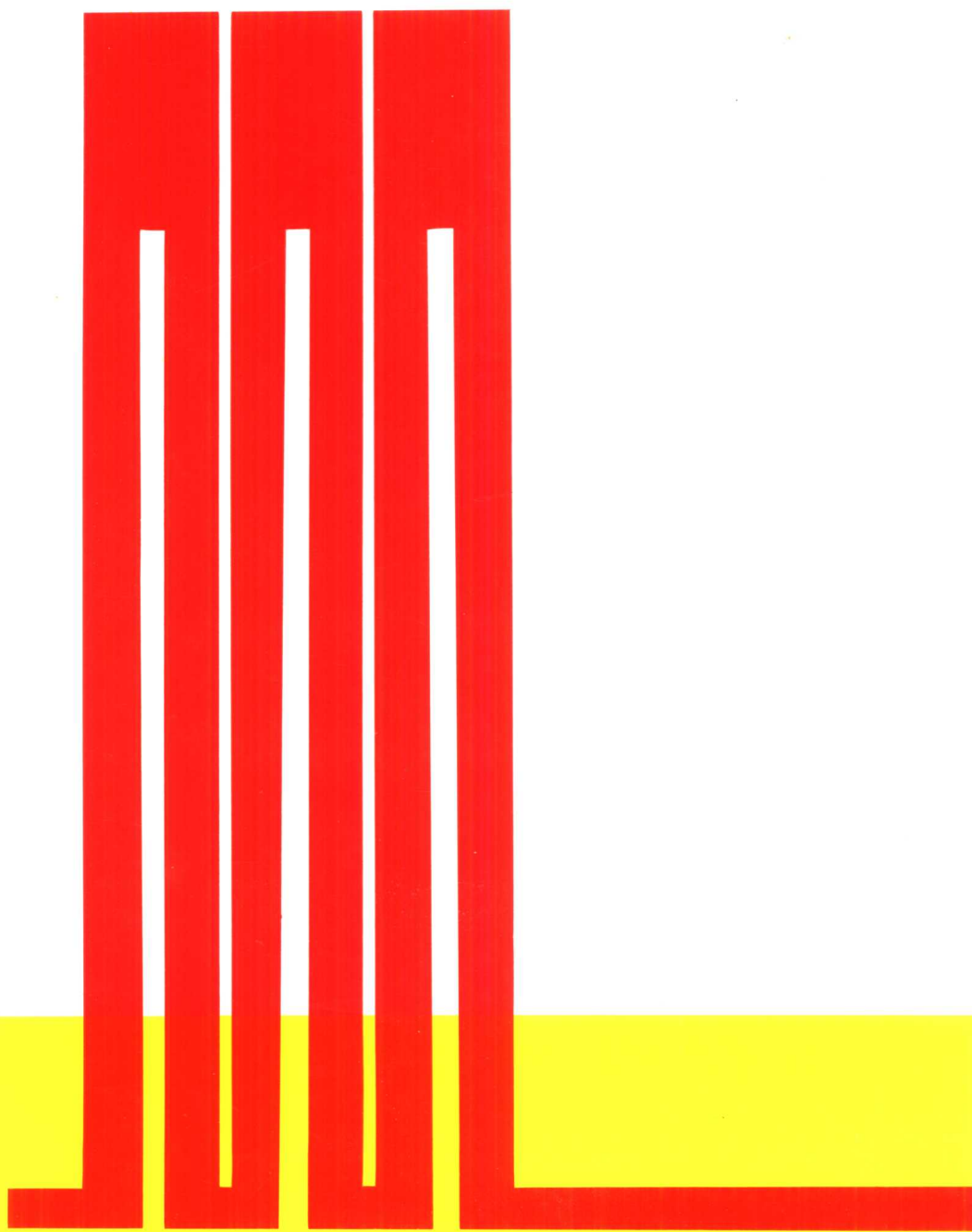


数字电路

何小艇 主编



浙江大学出版社

数 字 电 路

何小艇 主编

浙江大学出版社

内 容 简 介

本书是根据国家教委关于“脉冲与数字电路”课程教学基本要求编写而成的,可供“脉冲与数字电路”课程中数字电路部分使用。

全书以中大规模标准模块电路为重点,介绍了以中大规模标准模块电路设计数字电路的方法,全书特别注意了理论与实际相结合,并注意了实用性。

本书可供高等学校工科电子工程类、信息工程类、电子技术类专业作为本科生教材,也可供有关工程技术人员作为学习数字电路的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字电路 / 何小艇主编. —杭州:浙江大学出版社,
1995.10(2002 重印)

ISBN 7-308-01545-9

I. 数... II. 何... III. 数字电路 IV. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 095132 号

责任编辑: 龚建勋

出版发行: 浙江大学出版社

(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版: 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷: 德清第二印刷厂

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 16.25

字 数: 416 千

版、印次: 1995 年 10 月第 1 版 2002 年 9 月第 5 次印刷

印 数: 7001—9000

书 号: ISBN 7-308-01545-9/TN·037

定 价: 16.00 元

前 言

本书是根据国家教委关于“脉冲与数字电路”课程教学基本要求编写而成的。考虑到当前电子工业发展的状况,本书的首要特点是把重点转向了以中大规模标准模块电路为核心的电路上。同时认识到数字电路应为各门专业课程提供必需的电路基础。因此,注意理论与实际相结合、注意解决工程设计中的问题是本书的第二个特点。本书的第三个特点是为了适应不同专业的需要,全书采用了模块结构,在教学过程中插入或去掉几个模块仍可满足教学基本要求。本书虽然着重于介绍标准模块电路以及利用标准模块电路构成数字电路方法,但是作为数字电路的基本理论、基本电路、基本工具以及使用小规模电路设计电路的基本方法,我们仍然作了系统介绍,以保证给学生打下足够的基础知识。

全书共 8 章:第一章是数制与编码,介绍了常用数制及编码方法;第二章是逻辑代数,介绍了逻辑代数、逻辑函数及卡诺图;第三章是集成逻辑门,介绍了数字电路中常用的不同系列的各种实用逻辑门,它们是数字电路的电路基础;第四章是组合逻辑电路,介绍了分析、设计一般组合逻辑电路的方法,着重介绍了各种中大规模标准组合模块电路的性能以及应用这些模块电路构成各种组合逻辑电路的方法,最后介绍了故障检测的基本概念与方法,本章内容是数字电路的重点内容之一;第五章是集成触发器及集成存储器,前半部分介绍了各种触发器的基本工作原理、性能及应用,后半部分以各种典型的实用大规模集成存储器为例,介绍它们的原理及性能,并且注意了介绍它们的时序特性;第六章是时序电路,本章首先介绍了分析、设计同步时序电路的一般方法,特别强调了原始状态图的建立,然后着重介绍了各种中大规模标准时序模块电路的性能以及应用各种模块电路构成各种同步时序电路的方法,专门讨论了利用中大规模标准模块电路设计数字电路的方法及时序设计,为设计实用的数字电路及数字系统打下基础,最后介绍了异步时序电路的基本概念、分析方法以及同步时序电路的故障检测,时序电路综合了数字电路的大部分内容,是本书的重点;第七章是可编程器件,介绍了 PAL、GAL、E-PLD 及 FPGA 的结构、原理及应用,为可编程器件的开发应用打下基础;第八章是数-模和模-数转换,这一章中在强调数-模和模-数转换的基本原理的基础上,以各种典型的实用器件为例介绍了不同变换方法、实用器件的性能及使用方法。

本书可作为高等学校工科电子工程类、信息工程类或电子技术类本科学生的数字电路教材使用,也可以作为有关专业学生的参考资料使用。本书深入浅出、图文并茂,便于阅读,也是一本较好的自学教材。

按照国家出版规定,全书统一采用了国家标准 GB4728-12-85 二进制逻辑单元的图形符号。同时采用了国际通用器件型号以利实用。

本书由何小艇主编。本书的第一、二、三、四、五、六章及第七章部分内容由何小艇同志编写,第八章由陈存椿同志编写,章守苗同志编写了第七章部分内容,并参加了全书初稿的讨论,最后由何小艇同志统一定稿。王锐同志、刘肖莲同志为本书的出版作了大量的工作,浙江大学教务处、信息与电子工程学系电子工程专业为本书的出版提供了支持,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中不妥或错误之处在所难免,请读者批评指正。

编 者

1995年2月于杭州玉泉

目 录

绪论	1
第一章 数制与编码	4
§ 1-1 数制	4
一、进位计数制	
二、二进制数与十进制数的相互转换	
三、二进制数与八进制数及十六进制数之间的转换	
四、二进制数的算术运算	
§ 1-2 编码	9
一、二-十进制码(BCD 码)	
二、原码、反码和补码	
习题一	13
第二章 逻辑代数	16
§ 2-1 逻辑代数的基本运算规则	16
一、逻辑变量与逻辑函数	
二、逻辑代数的基本运算	
三、逻辑代数的基本定律及规则	
四、几个常用公式	
五、复合逻辑运算	
六、异或运算及符合运算的基本特性	
§ 2-2 真值表与逻辑表达式	25
一、逻辑表达式的建立	
二、最小项与最大项	
§ 2-3 卡诺图与逻辑表达式的化简	30
一、卡诺图的结构	
二、利用卡诺图化简逻辑表达式	
§ 2-4 非完全描述的逻辑函数和多输出逻辑函数及其化简	34
一、非完全描述的逻辑函数及其卡诺图化简	
二、多输出逻辑函数及其化简	
§ 2-5 正逻辑与负逻辑	36
习题二	37
第三章 集成逻辑门	40
§ 3-1 晶体管-晶体管逻辑系列(TTL)	40
一、TTL 电路的基本工作原理	
二、不同类型 TTL 电路的特点	
三、集电极开路与非门和三态门	
§ 3-2 射极耦合逻辑系列(ECL)	50

一、射极耦合逻辑单元电路	
二、ECL 或/或非门	
三、ECL 或/或非门的实际应用	
§ 3-3 互补金属氧化物半导体逻辑系列(CMOS)	54
一、CMOS 倒相器	
二、CMOS 逻辑门	
习题三	58
第四章 组合逻辑电路	61
§ 4-1 组合逻辑电路的分析	61
§ 4-2 组合逻辑电路的设计	63
一、设计中的一般问题	
二、利用逻辑门设计典型组合逻辑电路	
§ 4-3 中大规模标准组合模块电路	74
一、二进制译码器	
二、二进制编码器	
三、数据选择器	
四、数据分配器	
五、移位器	
六、只读存储器(ROMs)	
七、可编程序逻辑阵列(PLAs)	
八、码组变换器	
九、加法器	
十、比较器	
十一、算术逻辑运算部件(ALU)	
十二、乘法器	
§ 4-4 利用中大规模标准组合模块电路构成组合逻辑电路	89
一、逻辑函数的实现	
二、序列信号的形成	
三、码组变换	
四、8421BCD 码加法运算	
五、二进制减法运算	
六、二进制乘法运算	
§ 4-5 中大规模标准组合模块电路的扩展	98
一、多位信号的处理	
二、ROM 的扩展	
三、译码器的扩展	
四、数据选择器的扩展	
五、编码器的扩展	
六、移位器的扩展	
七、码组变换器的扩展	
八、加法器的扩展	
九、比较器的扩展	
十、ALU 的扩展	

§ 4-6 故障检测	106
一、故障检测	
二、测试生成	
三、实用的测试生成	
四、故障定位	
习题四	111
第五章 集成触发器与集成存储器	117
§ 5-1 RS 触发器及锁存器	117
一、基本 RS 触发器	
二、锁存器	
三、时钟控制 RS 触发器	
§ 5-2 JK 触发器	123
一、主从 JK 触发器	
二、边沿触发 JK 触发器	
§ 5-3 D 触发器和 T 触发器	126
一、D 触发器	
二、T 触发器	
三、触发器的实用电路	
§ 5-4 触发器的应用	129
一、移位寄存器	
二、异步计数器	
§ 5-5 随机存取存储器(RAM)	134
一、静态随机存取存储器(SRAM)	
二、动态随机存取存储器(DRAM)	
§ 5-6 只读存储器(ROMs)	139
§ 5-7 顺序存取存储器(SAM)	141
习题五	142
第六章 时序电路	146
§ 6-1 同步时序电路的分析	147
一、同步时序电路的特点	
二、同步时序电路的分析	
§ 6-2 同步时序电路的设计	151
一、分析设计要求	
二、原始状态图(表)的建立	
三、状态化简	
四、状态分配(状态编码)	
五、设计举例	
六、米里型与摩尔型同步时序电路	
§ 6-3 中大规模标准时序模块电路	163
一、寄存器	
二、移位寄存器	
三、计数器	
四、随机存取存储器(RAM)	

§ 6-4 利用中大规模标准模块电路构成时序电路	168
一、计数器	
二、序列信号发生器	
三、控制器	
四、序列信号检测器	
五、时序译码器	
六、数据存储器	
§ 6-5 数字电路的设计方法及时序设计	188
一、数字电路的设计方法	
二、数字电路的时序设计	
§ 6-6 中大规模标准时序模块电路的扩展	193
一、寄存器的扩展	
二、移位寄存器的扩展	
三、计数器的扩展	
四、RAM 的扩展	
§ 6-7 异步时序电路	196
一、电平异步时序电路	
二、脉冲异步时序电路	
§ 6-8 同步时序电路的故障检测	203
一、基本概念	
二、序列信号确定的方法	
三、用预定测试法进行故障检测	
习题六	209
第七章 可编程器件	216
§ 7-1 概述	216
§ 7-2 可编程逻辑器件的原理及应用	217
一、可编程阵列逻辑(PAL)	
二、通用阵列逻辑(GAL)	
三、可擦除可编程逻辑器件(EPLD)	
§ 7-3 现场可编程门阵列(FPGA)的原理及应用	225
一、FPGA(LCA)的结构	
二、FPGA 的开发与应用	
三、器件参数及选择方法	
第八章 数-模和模-数转换	234
§ 8-1 数-模及模-数转换的基本概念	234
一、模-数转换(A/D 转换)	
二、数-模转换(D/A 转换)	
§ 8-2 数-模转换电路(DAC)	236
一、二进制权电阻网络 DAC	
二、T 型电阻 DAC	
三、8421BCD 码 DAC	
四、二进制双极型 DAC	
五、DAC 的主要性能参数	

六、集成 DAC 电路	
§ 8-3 模-数转换电路(ADC)	241
一、ADC 的主要性能参数	
二、并行比较型 ADC	
三、逐次比较型 ADC	
四、双积分型 ADC	
习题八	247
参考文献	248

绪 论

电子线路可以分成模拟电子线路和数字电子线路两大类。模拟电子线路处理的是模拟信号,它的特点是在时间上和数值上都是连续平滑变化的。数字电子线路又可简称为数字电路。数字电路处理的是数字信号,它的特点是在时间上和数值上都是离散的信号,也就是说,一方面它的变化在时间上是不连续的,另一方面它的变化在数值上也是不连续的。常用的数字信号是二值数字信号,它只有两个数值,用 0 和 1 来表示,例如,在数字通信中用只有 0、1 两个电平的、在时间上受语音调制的矩形脉冲序列表示人们的语言。

数字电路与模拟电路不同,数字电路中的电压或电流通常只有两个状态,即高电平或低电平、有电流或无电流两个状态,这样两个状态可用逻辑 1 状态和逻辑 0 状态表示。数字电路主要用来完成对数字信号的逻辑运算和算术运算。在中低速数字电路中人们对数字信号的波形形状不那么关心(因为数字信号的波形大都是在 0、1 两个电平之间跳变的矩形脉冲波形),而把大部分注意力放在数字信号的逻辑关系上。

正是由于数字电路的这个特点,所以数字电路有许多模拟电路无法比拟的优点。它们是:

1. 性能可靠、抗干扰能力强

因为数字电路中处理的信号大都是二值信号,人们可以很容易地将干扰从数字信号中分离出来并处理掉。还可以用纠错技术纠正数字信号在传输及处理中的错误。模拟电路则易于接收干扰,而且很难从模拟信号中将干扰分离出来并处理掉。

2. 运算精度高

用数字电路进行数值分析与处理时,为了提高运算精度,可以很方便地通过加长变量位数来实现。而在模拟电路中要提高运算精度,则必须提高关键元件的精度,这往往导致很大困难。

3. 适用性强

数字电路不但可以用于信号的数值分析与处理,而且也可以很方便地用于非数值信息的处理中,如对文字的分析与处理。模拟电路则只能用于信号的数值分析与处理。

4. 易于实现各种不同技术要求的电路

由于在数字电路中所处理的信号形式是相同的,因此可以很方便地用各种不同功能的模块电路构成各种不同技术要求的电路。而模拟电路则必须面对各种不同规格及性能的信号处理问题。

5. 易于与通用计算机配合使用

数字电路与计算机所处理的信号都是数字信号,因此它们之间的沟通比模拟电路与计算机之间的沟通要方便得多。

6. 价格便宜、体积小、发展快

由于数字电路结构简单、通用性强,并且电路中不存在大电阻及大电容,所以易于集成。随着微电子技术的发展,在一块集成电路中集成一台计算机已成为现实。而模拟电路的集成则要困难得多。

数字电路可分为组合逻辑电路及时序逻辑电路两大类。图 0-1(a) 所示为组合逻辑电路的

一般形式,图中 $X_1(t)$ 、 $X_2(t)$ 、 $\dots$ 、 $X_n(t)$ 为输入信号, $Z_1(t)$ 、 $Z_2(t)$ 、 $\dots$ 、 $Z_m(t)$ 为输出信号,它们都是二值数字信号。这种电路的输出仅仅决定于当前输入信号的数值。图 0-1(b) 所示为时序逻辑

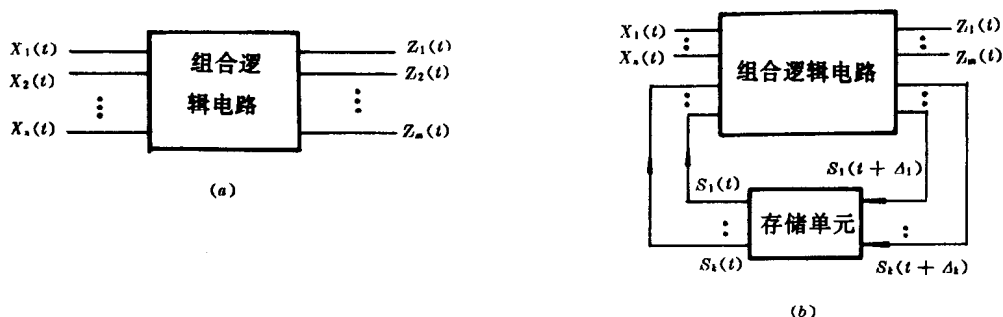


图 0-1 数字电路类型

(a) 组合逻辑电路

(b) 时序逻辑电路

辑电路的一般形式,除组合逻辑电路外,它还有用来记忆电路过去状态的存储单元,时序逻辑电路的输出 $Z_i(t)$ 不仅决定于当前输入信号 $X_1(t)$ 、 $X_2(t)$ 、 $\dots$ 、 $X_n(t)$ 的数值,而且还与电路的状态 $S_1(t)$ 、 $S_2(t)$ 、 $\dots$ 、 $S_k(t)$ 有关。

人们可以用大、中、小各种规模的数字集成电路构成数字电路,当前以中大规模模块电路为主。随着微电子技术的不断发展,数字集成电路的集成度越来越高,一块数字集成电路就是一个数字系统,甚至就是一台计算机。因此设计数字电路的方法也在不断发展与更新。当前设计使用中大规模数字集成电路构成的数字电路的方法是以算法分析及构成法为主,辅以设计使用小规模数字集成电路构成数字电路的方法及工具(如真值表、卡诺图、状态图等)。

由于数字电路越来越复杂,为了尽可能地将设计错误消灭于电路实现之前。所以在设计

完毕后总是先使用计算机辅助分析与设计软件将所设计的电路进行逻辑模拟,找出并修改设计错误后再进行实现与测试,同样由于电路的复杂性及集成化,数字电路故障检测也要使用计算机辅助检测故障的方法。但有关计算机辅助分析与设计及故障检测不属于本课程的范围,本书只能简单加以介绍。

最后介绍一下数字电路中常用的数字信号的类型。数字电路中有串行数字信号与并行数字信号两种。串行数字信号由一位信号串接组成,各位信号依次连续地传送,其中任一位信号的值不是 1 就是 0。但是每一位信号的持续时间 Δt 都是相同的。根据各位信号组成一个数字信号的不同方式,又可把数字信号分成电位型(不归 0 型)和脉冲型(归 0 型)两种。图 0-2(a) 所示的串行数字信号是不归 0 型 0111010 七位二进制信号。我们之所以称为不归 0 型,是由于相邻高电位是连续不变的,而不是先回到 0 再变到 1。图 0-2(b) 是归 0 型 0111010 七位二进制信号。

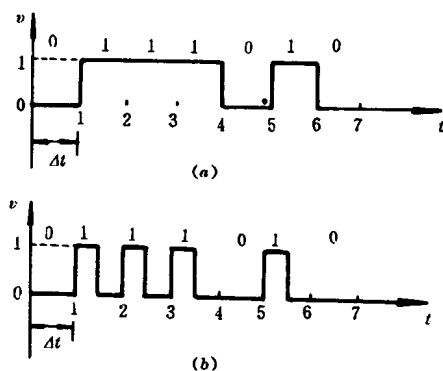


图 0-2 串行数字信号

由于相邻高电位是先回到 0 再变到 1, 所以叫做归 0 型。此时 1 信号成为一个脉冲。有脉冲则为 1、无脉冲则为 0, 所以又把归 0 型数字信号称为脉冲型数字信号。并行数字信号由多位数字信号串接组成, 把并行数字信号的多位信号称为一个字。 n 位并行数字信号表示的是并行数字信号的每一个字由 n 位信号组成, n 位信号中各位信号值非 0 即 1。并行数字信号的各个字依次连续地传送。

第一章 数制与编码

§ 1-1 数制

一、进位计数制

各种数都是采用进位制的,如我们日常用的有十进制、六十进制等。

1. 十进计数制(十进制)

十进制数大家都很熟悉,例如,一台收录机的价格是 322.27 元。我们会自动地反映成

$3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}$ 元。这就是说我们会自动地根据一个数所处的位置而赋给它不同的含义,也就是说它们具有不同的权值。

一个十进制数 D 可表示为

$$\begin{aligned} D &= d_{n-1}(10)^{n-1} + d_{n-2}(10)^{n-2} + \cdots + d_1(10)^1 + d_0(10)^0 \\ &\quad + d_{-1}(10)^{-1} + d_{-2}(10)^{-2} + \cdots + d_{-m}(10)^{-m} \\ &= \sum_{j=-m}^{n-1} d_j(10)^j \quad (n, m \text{ 是正整数}) \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中, d_j 为第 j 位数或第 j 位数码;

$(10)^j$ 为第 j 位数的权;

括号中的 10 叫做基数 r ;

n 为小数位前的位数;

m 为小数位后的位数。

根据十进制数的特点,可以归纳如下:

(1) d_j 的最大值为 $(10 - 1) = 9$, 即 $(r - 1)$ 。

(2) 用 $0 \sim (r - 1)$ 个符号或数字符号表示 d_j , $0, 1, 2, \dots, 9$ 共 10 个。我们把这 10 个符号叫做数字符号或符号或者叫做数字。

(3) 逢 r 进 1 位, 即逢 10 进 1。

(4) 基数是该进制数的名称, $r = 10$ 为十进制。

2. 二进计数制(二进制)

根据十进制数的表示方法, 可以写出二进制数 B

$$B = \sum_{j=-m}^{n-1} b_j(2)^j \quad (1-2)$$

二进制数的基数为 2; b_j 的最大值为 $(2 - 1) = 1$; 共有 0, 1 两个数字符号; 逢 2 进 1。

例如, 二进制数 $(110111.101)_2$ 可表示为

$$(110111.101)_2 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$+ 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-3}$$

3. 八进制与十六进制

二进制数是二值数字信号,适用于数字电路。但是它的缺点是位数多,不易读写。为了更方便地表示 1 个很长的二进制数,常常采用基数为 2^K 的进位计数制, K 是正整数。这种计数制的基数是 2 的幂,因此与二进制之间的相互转换特别方便。在数字电路中广泛采用的是八进制(2^3)及十六进制(2^4)。

八进制的基数为 8;一共有 $0 \sim (8 - 1)$ 个数字符号,即 0、1、2、3、4、5、6、7;逢 8 进 1。

例如,八进制数 $(1247.56)_8$ 可表示为

$$(1247.56)_8 = 1 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} + 6 \times 8^{-2}$$

十六进制的基数为 16;一共有 $0 \sim (16 - 1)$ 个数字符号,即 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F;逢 16 进 1。

例如,十六进制数 $(18DF.E6)_{16}$ 可表示为

$$(18DF.E6)_{16} = 1 \times 16^3 + 8 \times 16^2 + D \times 16^1 + F \times 16^0 \\ + E \times 16^{-1} + 6 \times 16^{-2}$$

表 1-1 列出了十进制、二进制、八进制、十六进制数的对应关系。

表 1-1 十进制、二进制、八进制、十六进制数对照表

十进制数	二进制数	八进制数	十六进制数
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

二、二进制数与十进制数的相互转换

1. 二进制数转换为十进制数

二进制数转换为十进制数常用按权展开法——将二进制数按(1-2)式展开,然后按十进制的运算规则求和。

例 1-1 将二进制数 $(110110.101)_2$ 转换为十进制数

$$\begin{aligned}\text{解} \quad (110110.101)_2 &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\ &\quad + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 32 + 16 + 4 + 2 + 0.5 + 0.125 \\ &= (54.625)_{10}\end{aligned}$$

2. 十进制数转换为二进制数

十进制数转换为二进制数应对十进制数的整数部分与十进制数的小数部分分别进行转换,然后再将转换后的二进制数加起来。下面分别介绍整数转换与纯小数转换。

(1) 整数转换

十进制整数转换为二进制整数采用基数连除法。

十进制整数 $(N)_{10}$ 转换为二进制数,可表示为

$$\begin{aligned}(N)_{10} &= b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots \\ &\quad + b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0\end{aligned}\tag{1-3}$$

用基数 2 除式(1-3)两边,得

$$\begin{aligned}\frac{(N)_{10}}{2} &= b_{n-1} \times 2^{n-2} + \dots + b_2 \times 2^1 + b_1 \times 2^0 + \frac{b_0}{2} \\ &= A_1 + \frac{b_0}{2}\end{aligned}$$

式中 $A_1 = b_{n-1} \times 2^{n-2} + \dots + b_2 \times 2^1 + b_1 \times 2^0$ 是 $(N)_{10}/2$ 的商, b_0 是 $(N)_{10}/2$ 的余数。将所得的商 A_1 再除以 2, 得

$$A_1/2 = b_{n-1} \times 2^{n-3} + \dots + b_2 + b_1/2 = A_2 + b_1/2$$

式中 $A_2 = b_{n-1} \times 2^{n-3} + \dots + b_2$ 是 $A_1/2$ 的商, b_1 是 $A_1/2$ 的余数。将这个除以基数 2 的过程一直进行下去,直至商为 0 为止。当商为 0 时,就确定了 b_{n-1} 。最后将这些余数按(1-3)式排列,就可得到相应的二进制数。

例 1-2 将十进制数 $(45)_{10}$ 转换为二进制数 $(N)_2$ 。

$$\begin{array}{rcl} \text{解} & 2 \overline{) 45} & \\ & 2 \overline{) 22} & \text{余 } 1(b_0) \\ & 2 \overline{) 11} & \text{余 } 0(b_1) \\ & 2 \overline{) 5} & \text{余 } 1(b_2) \\ & 2 \overline{) 2} & \text{余 } 1(b_3) \\ & 2 \overline{) 1} & \text{余 } 0(b_4) \\ & 0 & \text{余 } 1(b_5) \end{array}$$

$$\therefore (N)_2 = b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 b_0 = (101101)_2$$

(2) 纯小数转换

十进制纯小数转换为二进制纯小数采用基数连乘法。

十进制纯小数 $(.N)_{10}$ 转换为二进制纯小数,可表示为

$$(.N)_{10} = b_{-1} \times 2^{-1} + b_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m} \quad (1-4)$$

用基数 2 乘式(1-4) 两边,得

$$2(.N)_{10} = b_{-1} \times 2^0 + b_{-2} \times 2^{-1} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m+1} = b_{-1} \times 2^0 + B_1$$

式中 b_{-1} 为 $2(.N)_{10}$ 的整数部分; $B_1 = b_{-2} \times 2^{-1} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m+1}$ 为小数部分。将 B_1 再乘以 2, 则得

$$\begin{aligned} 2B_1 &= b_{-2} \times 2^0 + b_{-3} \times 2^{-1} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m+2} \\ &= b_{-2} \times 2^0 + B_2 \end{aligned}$$

式中 b_{-2} 为 $2B_1$ 的整数部分; B_2 为小数部分。将这个乘基数 2 的过程一直进行下去,直至求出 b_{-K} ,乘积的小数部分已经是 0,这表示已求出准确转换的小数,余下的各位都是 0;也可能已求出 b_{-K} ,而乘积的小数部分还不是 0,这表示转换出的二进制小数存在误差 ε , 剩余误差 $\varepsilon < 2^{-K}$ 。

例 1-3 将十进制纯小数 $(.93)_{10}$ 转换为二进制纯小数(取小数点后 6 位,即 $K=6$)。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 2 \times 0.93 &= 1.86, & B_1 &= 0.86, b_{-1} = 1 \\ 2 \times 0.86 &= 1.72, & B_2 &= 0.72, b_{-2} = 1 \\ 2 \times 0.72 &= 1.44, & B_3 &= 0.44, b_{-3} = 1 \\ 2 \times 0.44 &= 0.88, & B_4 &= 0.88, b_{-4} = 0 \\ 2 \times 0.88 &= 1.76, & B_5 &= 0.76, b_{-5} = 1 \\ 2 \times 0.76 &= 1.52, & B_6 &= 0.52, b_{-6} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{得} \quad (.93)_{10} = .b_{-1}b_{-2}\cdots b_{-6} = (.111011)_2 + \varepsilon \quad (\varepsilon < 2^{-6})$$

三、二进制数与八进制数及十六进制数之间的转换

由于二进制数与 2^K 进制数的基数都是 2 的幂,所以二进制数的 K 位对应于 2^K 进制数的一位。对于非整数的二进制数应分成整数部分与纯小数部分分别加以转换。举例加以说明。

例 1-4 将二进制数 $(1110111.10111)_2$ 转换为八进制数 $(N)_8$ 。

解 首先进行整数部分转换。从二进制数的最低位开始,按三位一组进行分组,最高有效位不足三位,可在高位加 0。

$$\begin{array}{ccccccc} (1110111)_2 & = & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ & & & & 1 & & 6 & & 7 & & \end{array}$$

纯小数部分应从二进制数的最高位开始,按三位一组进行分组,最低有效位不足三位,可在低位加 0。

$$\begin{array}{ccccccc} (.10111)_2 & = & . & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & & & \downarrow & & \downarrow & & & \\ & & & . & 5 & & 6 & & \end{array}$$

$$\text{则} \quad (1110111.10111)_2 = (167.56)_8$$

例 1-5 将二进制数 $(1110111.10111)_2$ 转换为十六进制数 $(N)_{16}$ 。

解 方法相仿,只不过是按四位一组进行分组。可得

$$\begin{array}{ccccccc} (1110111)_2 & = & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\ & & & 7 & & 7 & & & & \end{array}$$