

大 學 用 書

數理經濟分析

林 大 侯 著

三 民 書 局 印 行

數理經濟分析

林 大 侯 著

三 民 書 局 印 行

六十六年六月初版
十七年十月再版

數理經濟分析

基本定價叁元叁角叁分

著者 林 大 侯

發行人 劉 振 強

出版者 三民書局股份有限公司

印刷所 三民書局股份有限公司

臺北市重慶南路一段六十一號
郵政劃撥 九九九八號

新開局圖書業發行所〇〇〇號

自序

本書是民國六十六學年度著者在國立台灣大學和私立東吳大學經濟學系講授“數理經濟學”課程的主要內容，可當做大學部“個體經濟學”、“總體經濟學”和“經濟數學”課程的參考書。閱讀此書之前，最好已修過一年的經濟學和普通數學（微積分）。

本書原擬定名為“數理經濟學”，但若與研究所所採用的 *K. Lancaster, Mathematical Economics* (Macmillan, 1968) 或 *A. Takayama, Mathematical Economics* (Dryden, 1974) 相比較，則恐有魚目混珠之嫌，而且事實上本書之內容是以大學部的經濟分析為主，而輔以數學為推理工具，故改名為“數理經濟分析”。

就經濟分析的內容而言，本書在個體經濟學方面，包括第二章市場均衡分析，第十二章和第十三章的古典規劃及其應用可以說是一般個體經濟學的主要內容，舉凡消費者行為理論、廠商理論和福利經濟有關的外在性和 *Pareto* 最適境界，我們都詳加介紹，第十四章非線型規劃、第十五章線型規劃和第十六章遊戲理論亦都包含個體經濟學有關的模型化分析。另外第五章的蛛網理論模型、第八章的玉米毛豬循環模型、第九章單一市場的安定性，和第十一章 *Walras* 一般均衡的安定性都是在個體經濟理論常見到的動態分析。

總體經濟學方面，除了第二章均衡分析以外，第三章的靜態和比較靜態分析幾乎可以說是總體經濟學靜態部份的縮影，內容包括單一市場所得決定模型、*IS-LM* 模型和完整的總體經濟模型（包括古典和 *Keynes* 學派模型之比較）。第四章投入產出模型、第六章介紹的 *P.A. Samuelson* 的「乘數和加速原理的交互作用」和 *J.R. Hicks* 的景氣循環論，第九

章的 *Domar* 成長模型和 *Solow* 的成長模型、第十章的公債負擔和第十一章 *IS-LM* 模型均衡的安定性都是總體經濟學的主要模型。當然，本書列舉了很多經濟理論模型，但我們不能說本書包容了個體和總體經濟學上的所有內容，可是本書所提供的方法却可適用於大部份大學部所授的個體經濟學和總體經濟學課程。

就其結構而言，本書大體上可分兩大部份，前半部是均衡分析，後半部是最適化 (*optimization*) 問題。為了介紹前述經濟理論模型，本書介紹了適用的（也只如此而已）有關的數學工具，諸如隱函數定理、定差方程式、微分方程式、古典規劃、非線型規劃和線型規劃。本書不注重數學證明，而是介紹如何應用數學來解釋經濟學上的意義。

著者本人從未受過嚴格的數學訓練，撰寫本書之時，心中常惶恐不安，唯盼讀者留意本書之經濟分析，至於數學部份請勿用數學家的眼光審閱之。無論如何，希望海內外同道先進撥冗賜正，俾再版時修正。

台大同事吳忠吉先生、東吳大學同事林人傑先生、中國文化學院經研所的徐慶章先生和台大的姚莊小姬幫我審閱並修正部份原稿，謹此致謝。另外台大經研所的顏吉利先生和張嘉璈先生百忙中將全書細心的校正一次，改正了不少錯誤，並此致謝。當然，書中若仍有錯誤之處，應由作者本人負責。

林大侯

中華民國六十七年五月四日

於台大法學院教員研究室

內 容 簡 介

本書以大學部的經濟分析為主，而稍以數學為推理工具。結構上分為均衡分析與最適化 (Optimization) 問題兩類；內容則兼個體經濟與總體經濟，列舉各種經濟理論模型以供參研，並介紹適用的有關數學工具，諸如隱函數定理、線型規劃；等，說明如何應用數學來解釋經濟學上的意義。故研讀本書須具備經濟學與普通數學 (微積分) 之基礎，方能游刃有餘，觀此一書而知個體經濟、總體經濟、經濟數學三學科之大概。

數理經濟分析 目錄

第一章 導 論

第一節	數理經濟分析概說	1
第二節	本書的內容和架構	3

第二章 均衡分析

第一節	靜態均衡分析	7
第二節	動態均衡	11

第三章 靜態和比較靜態分析

第一節	隱函數定理	17
第二節	單一市場均衡模型	19
第三節	商品和貨幣市場均衡模型	23
第四節	完整的靜態總體經濟模型	31
	甲、古典模型	31
	乙、Keynes 學派模型	32

第四章 投入產出模型

第一節	模型結構	37
第二節	比較靜態分析	40
第三節	Hawkins-Simon 條件	41
第四節	簡例說明	43

第五章 一階線型定差方程式及其應用

第一節 數學基礎·····	49
第二節 經濟學上的應用·····	55

第六章 二階線型定差方程式及其應用

第一節 數學基礎·····	67
第二節 經濟學上的應用·····	71
甲、乘數和加速原理的交互作用·····	71
乙、景氣循環理論·····	75

第七章 高階定差方程式及其應用

第一節 數學基礎·····	83
第二節 經濟學上的應用·····	86

第八章 聯立定差方程式及其應用

第一節 數學基礎·····	87
第二節 經濟學上的應用·····	91
甲、玉米、毛豬循環模型·····	91
乙、動態投入產出模型·····	96

第九章 一階微分方程式及其應用

第一節 數學基礎·····	99
第二節 經濟學上的應用·····	104
甲、單一市場的安定性·····	104

乙、*Domar* 成長模型..... 106

丙、*Solow* 成長模型..... 109

第十章 二階及高階微分方程式及其應用

第一節 數學基礎..... 117

第二節 經濟學上的應用..... 123

第十一章 聯立微分方程式及其應用

第一節 聯立線型微分方程式..... 127

第二節 商品和貨幣市場均衡的安定性..... 132

第三節 *Liapunov* 全域安定性..... 140

第十二章 古典規劃及其應用(一)——無限制條件

第一節 數學基礎..... 146

第二節 經濟學上的應用..... 149

甲、消費者的行為..... 149

乙、生產者行為..... 152

丙、外在性問題..... 159

第十三章 古典規劃及其應用(二)——附帶限制條件

第一節 數學基礎..... 165

第二節 經濟學上的應用..... 172

甲、消費者行為理論..... 172

一、簡單模型..... 172

二、一般化模型..... 184

三、多期均衡..... 193

4 數理經濟分析

乙、勞動供給	195
一、簡單模型	195
二、一般化模型	199
丙、生產者的行為理論	202
一、簡單模型	202
二、完全競爭市場之一般化模型	205
三、不完全競爭市場之一般化模型	213
丁、 <i>Pareto</i> 最適境界	218
一、消費方面	218
二、三個邊際條件	219

第十四章 非線型規劃及其應用

第一節 數學基礎	225
第二節 經濟學上的應用	237
甲、消費者行為理論	237
乙、生產者行為理論	244

第十五章 線型規劃及其應用

第一節 淺說	253
第二節 單純形法	268
第三節 對偶定理、互補鬆弛性和評判值	288
第四節 運輸問題	297

第十六章 遊戲理論

第一節 兩人零和遊戲	307
第二節 兩人非零和遊戲	314

第一章 導 論

第一節 數理經濟分析概說

一、數理經濟分析之優點

數理經濟分析和一般的經濟分析所分析的對象完全一樣，其分析步驟亦是從既定的假設，經嚴密的邏輯推理而獲得明確的結論。兩者唯一的不同是在於其表達方式：數理經濟分析的前提和結論大都以數學符號表現，其邏輯推理則採用已知的數學定理證明，而一般的經濟分析則偏重於文字及圖形解說。

最近三、四十年來，數理經濟分析非常普遍，其原因主要的可歸納如下：

(1) 數理經濟分析具有較簡捷而明確的特點，我們知道數學的證明都是先從「不含糊」的假設，然後經過一連串的「若…則」的推理過程而達到「勢必如此」的結論，從這一點來看，數學推理要比文字解說明確得多。當然，也許有些經濟學者不太滿意這種論調。事實上，我們若參看 J. R. Hicks 的 *Value and Capital* 2nd.ed. (Clarendon, 1961)，其本文中不用數學之推論亦相當嚴謹。不過，受過數學訓練的經濟學者若翻看其書後的數學附錄，不難發現數學式可以省下很多篇幅而且可以一目瞭然吧！

(2) 數理經濟分析較適合一般化分析：我們並不否認非數學的推理同樣可以敘述許多消費者和生產者相互買賣多種產品和多種生產要素的

一般均衡情況，但是若用數學符號及數學推理，其表達效果將會更加明確且有效。

按上述之說法，可見著者本身並非認為數理經濟分析「非有不可」。但是，由於經濟學界潮流如此，數學已經變成當代經濟學界的一種語言或一主要的分析工具，初學者唯有熟悉數理經濟分析才能了解新經濟理論的傳播。

二、數理經濟學的發展

1838 年 A. A. Cournot 首用數學（微積分）來分析複占廠商的經濟行為，他以猜測變量（*conjectural variation*）來說明廠商之間的猜測和反應。因此，Cournot 常被稱為數理經濟學之父。

可惜 Cournot 的文章在當時並沒有引起太大的注意，其後在 1870 年代，L. Walras 提出一般均衡理論模型，V. Pareto 和 A. Marshall 漸以微積分來說明經濟學上邊際值的概念，用以分析消費者和生產者的行為。至於經濟學開始廣泛的採用古典規劃（*classical programming*）來分析個別經濟單位的均衡和用隱函數定理（*implicit function theorem*），微分方程式和定差方程式來分析市場的均衡、比較靜態分析，及均衡的安定性要歸功於 J. R. Hicks 的 *Value and Capital* (Clarendon, 1939) 和 P. A. Samuelson 的 *Foundations of Economic Analysis* (Harvard U. P., 1947) 兩書。此種分析方式，目前在經濟學界已被認為是“通俗語言”，應該廣泛地介紹給大學部的學生。

1950 年代以後的發展，一方面是 K. J. Arrow, G. Debreu, H. Nikaido, T. Negishi, 和 Hurwicz 等用抽象的新數學分析一般均衡理論的安定性、存在性和最適性，另一方面的發展是實用方面如 W. W. Leontief 的投入產出模型，G. B. Dantzig 等的線型規劃和 Von Neumann-Morgenstern 遊戲理論等的線型模型及其在經濟學上廣泛的

應用，同時，*Kuhn-Tucker* 的非線型規劃模型在理論上亦被加以採用。

最近的數理經濟學，除了繼續再補充或以更嚴謹的方式修正以前的一般均衡和福利經濟理論外，實用方面更積極地推廣變分法 (*calculus of variation*)、動態規劃 (*dynamic programming*) 和最適控制 (*optimal control*) 等的動態最適化模型及其在經濟理論上的應用。

第二節 本書的內容和架構

本書以大學部的個體經濟學和總體經濟學課程的一般內容為分析對象，分析工具雖然包括微積分、行列式和矩陣、定差方程式、微分方程式、古典規劃、非線型規劃、線型規劃等，但本書的重點在經濟分析，而非數學證明。因此本書在做經濟分析以前，都先簡單地介紹數學工具，再討論其在經濟學上的應用。

本書大體上可以分為兩部份，包括第一部份均衡分析和第二部份的最適化模型。第二章將先介紹靜態均衡和動態均衡，同時強調對應原理的意義，第三章將利用微積分及隱函數定理討論總體經濟學的單一市場、兩市場 (*IS-LM*)，和三市場（完整的總體經濟模型）的均衡和比較靜態分析，第四章介紹投入產出模型。第五章以後介紹靜態均衡的安定性和動態均衡，其所用的數學工具業已超過微積分的範圍，所以每章均先簡單扼要地介紹有關的數學並立即將之應用於經濟學上，俾使讀者不致於因摸索於數學的領域中而煩燥厭煩。第五章到第十一章將介紹各階線型定差方程式及其應用、微分方程式及其應用、聯立定差方程式和聯立微分方程式及其應用。

第二部份，本書將在第十二、十三兩章涉及在個體經濟學中被廣泛應用的古典規劃模型 (*classical programming model*)，如無限制條件

4 數理經濟分析

的 $\max(\text{or } \min) y=f(x_1, \dots, x_n)$ 模型和附帶限制條件的模型如

$$\max(\text{or } \min) y=f(x_1, \dots, x_n)$$

$$\text{s.t.} \quad \phi^j(x_1, \dots, x_n)=0 \quad j=1, \dots, n$$

由於其在大學課程上的重要性，本書在其應用上將作普遍的介紹，大體上包括消費者行爲、生產者行爲和福利經濟學上有關的模型。接着我們在第十四章將介紹非線型規劃模型 (*non-linear programming model*) 如

$$\max(\text{or } \min) y=f(x_1, \dots, x_n)$$

$$\text{s.t.} \quad \phi^i(x_1, \dots, x_n) \leq (\text{or } \geq) 0 \quad (i=1, \dots, m)$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n$$

此一模型和古典規劃的主要不同在於不等式限制 (*inequality constraints*) 和非負性條件 (*non-negativity constraints*) 的加入，此章將先介紹 *Kuhn-Tucker* 的條件再論及其應用。第十五章將擴大篇幅介紹線型規劃模型 (*linear programming*)，即

$$\max(\text{or } \min) y=\sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\text{s.t.} \quad a_{i1} x_1 + \dots + a_{in} x_n \leq (\text{or } \geq) b_i$$

$$i=1, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1, \dots, n$$

由於線型規劃的實用性相當高，故本書將詳細地介紹模型的建立、單純形法 (*simplex method*) 的理論及計算、對偶性 (*duality*)、互補鬆弛性 (*complementary slackness*) 及其在經濟學上的意義。最後我們將介紹遊戲理論 (*game theory*) 及其與線型規劃的相似點，結束本書的主要內容。

本書「不敢」稱之爲數理經濟學，從以上所述的架構可以看出，本書有意不涉及利用抽象代數和拓樸學所申論的一般均衡的存在性，同樣地本書亦不論述動態最適化模型，依著者淺見，以上兩大主題可能超過

目前一般大學部的水準。或許五年後，爲了順應時代的潮流，此兩大主題非列入不可吧！

參考書籍

1. *Bressler, B. A Unified Introduction to Mathematical Economics*, (Harper & Row, 1975), ch.1
2. *Chiang, A.C., Fundamental Methods of Mathematical Economics* 2nd. ed. (McGraw-Hill, 1974), ch. 1
3. *Lancaster, K., Mathematical Economics* (Macmillan, 1968), ch.1
4. *Takayama, A. Mathematical Economics* (Dryden, 1974), ch.1

第二章 均衡分析

第一節 靜態均衡分析

一、均衡

經濟學上的均衡意指靜止狀態，說明其他情況不變，無外來因素干擾的情況下，經濟行為或經濟情況不再變動之意。例如消費者的均衡乃說明某特定時間，其他情況不變，預算和商品的價格已知，消費者獲得最大滿足而不再變更其消費量的情況。

均衡的討論（亦即靜態分析）通常須注意三點：即（1）單一性（*uniqueness*），說明均衡點是不是只有一個？如以商品的供給和需要決定均衡價格和數量而論（參看圖 2.1.1），當供給函數 $Q^s = Q^s(P)$ 為單

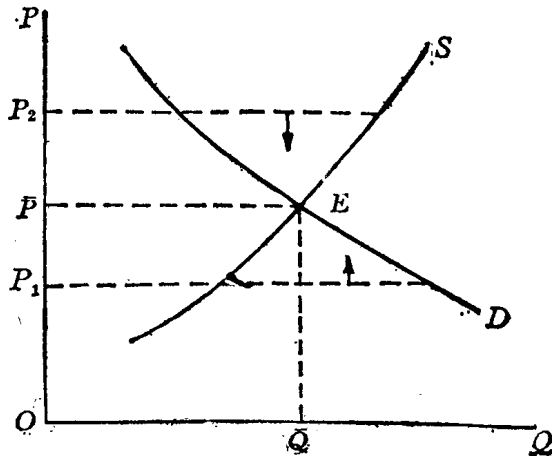


圖 2.1.1