

电法勘探文集

地质出版社

电法勘探文集

地质出版社

1958·北京

本書主要根据苏联以下几种書刊翻譯和編譯的：

1. Материалы геофизики госгеолиздат; 2. Разведочная и промысловая геофизика, гостоптехиздат; 3. Прикладная геофизика, гостоптехиздат; 4. Известия Академии наук СССР, серия геофизическая.

書中收集了这些書刊中 1956 年以前的 31 編論文。內容包括電法勘探的理論、實踐、儀器模型實驗等各方面的丰富資料。由傅良魁等編譯。

本書可供地球物理工程師和研究工作者以及教師們參考。在編譯的文章中，也收集了適合中等技術學校和大專學生閱讀的資料，因此也可供這些讀者們參考。

電法勘探文集

著者 謝 苗 諾 夫 等

出版者 地 質 出 版 社

北京宣武門外永光寺西街3号

北京市書刊出版業營業許可證出字第050号

發行者 新 華 書 店

印刷者 北 京 市 印 刷 一 厂

北京西便門南大道乙1号

印數(京)1—860册

1958年6月北京第1版

開本31'×43' $\frac{1}{2}$

1958年6月第1次印刷

字數375,000

印張16張

定價(10)2,10元

目 录

应用于等位导体的充电法理論	5
充电法中綫型不等位体的理論	74
电法勘探中場源的理論	82
地下电場建立的理論	110
非均匀半空間中点接地与綫接地的电流分布的理論	123
有效导电率的理論	138
有效导电率的实验	155
介質的导电率和介电常数与頻率的关系	159
找寻硫化矿时激發电位法的应用	166
岩石中激發电位問題的討論	180
在电法勘探中如何确定导体的位置	190
环形發射器在水平層狀介質中的交变电磁場及对二層剖面电磁場 的理論曲綫	200
等位綫法中点与綫狀电極的联合場	216
異常的地电現象	221
应用电法勘探解釋磁異常	228
关于电測剖面法中選擇电極距問題的一点意見	237
对寻找淺層水的电測深曲綫的解釋	240
关于为在喀斯特化土壤区設計和修建水庫、水塘和水池所进行的地 質調查工作中的电法应用問題	247
測量电極間的距离对电測深曲綫的影响	264
电測深理論曲綫的計算	281
三極裝置的电測深	313
电測深曲綫解釋的“脫离点”法	319
$\rho_1 = \infty$ 的四層电測深曲綫当三層曲綫解釋时所产生的誤差	322
电測深曲綫解釋中起始参数不正确所引起的誤差	327
基岩电参数取得不符合实际情况时电測深曲綫的解釋誤差	331

电测深曲线解释中确定误差的经验	340
偶极剖面法模型实验	343
电测深法、中间梯度法、四极对称剖面法模型实验	361
联合剖面法模型实验	377
电法勘探中定量测定用的电子管伏特计	404
适应强度法工作的新的电法勘探仪器	410

应用于等位导体的充电法理論

§ 1. 充电椭球体的場

1. 拉普拉斯普通正交坐标方程式: 用笛卡氏直角坐标表示的拉普拉斯方程式来求解椭球充电体的位是困难的。因此有必要首先提一下拉普拉斯普通正交坐标下的微分方程式。

設普通正交坐标为 ξ, η, ζ , 当 $\xi(x, y, z)$, $\eta(x, y, z)$ 和 $\zeta(x, y, z)$ 为常数时, 在笛卡氏空间中構成三个正交曲面, 設空間電場 E 在 ξ, η, ζ 坐标上的分量为 E_ξ, E_η, E_ζ 。当各坐标有增量 $\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta\zeta$ 时, 則引起各同类曲面的位移长度为 $\lambda\Delta\xi, \mu\Delta\eta, \nu\Delta\zeta$; λ, μ, ν 可称为正交坐标的变量系数, 三族曲面交成閉合六面体 (圖 1)。

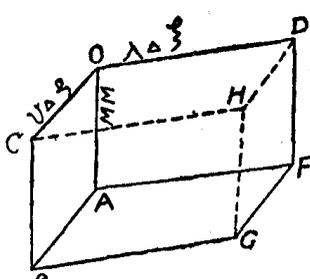


圖 1

在圖 1 中穿過口 $OABC$ 面的电流为 $\gamma E_\xi \nu \mu \Delta\zeta \Delta\eta$, 穿過 $\square DHGF$ 面的电流为 $\gamma [E_\xi \mu \nu + \frac{\alpha}{\alpha\xi} (E_\xi \mu \nu) \Delta\xi] \Delta\eta \Delta\zeta$, 以上兩面电流通量之差:

$$\gamma \frac{\alpha}{\alpha\xi} (E_\xi \mu \nu) \Delta\xi \Delta\eta \Delta\zeta \quad (1)$$

式中 γ ——介質的导电率。

同样, 其余兩对面对面的电流通量差为:

$$\gamma \frac{\alpha}{\alpha\eta} (E_\eta \nu \lambda) \Delta\xi \Delta\eta \Delta\zeta \quad (2)$$

$$\gamma \frac{\alpha}{\alpha\zeta} (E_\zeta \lambda \mu) \Delta\xi \Delta\eta \Delta\zeta \quad (3)$$

在所有研究空间中無場源存在, 电流通量的散度应等于零, 由 (1)、(2) 和 (3) 得:

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(E_{\xi} \mu \nu) + \frac{\partial}{\partial \eta}(E_{\eta} \nu \lambda) + \frac{\partial}{\partial \zeta}(E_{\zeta} \mu \lambda) = 0 \quad (4)$$

將以下关系代入(4)式:

$$E_{\xi} = -\frac{\partial U}{\lambda \partial \xi}, \quad E_{\eta} = -\frac{\partial U}{\mu \partial \eta}, \quad E_{\zeta} = -\frac{\partial U}{\nu \partial \zeta}$$

則:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\mu \nu}{\lambda} \cdot \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\nu \lambda}{\mu} \cdot \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\lambda \mu}{\nu} \cdot \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right) = 0 \quad (5)$$

方程式(5)即为拉普拉斯普通正交坐标的表示式:

2. 橢球充电体的位: 曲面方程式:

$$\frac{x^2}{\zeta + a_0^2} + \frac{y^2}{\zeta + b_0^2} + \frac{z^2}{\zeta + c_0^2} = 1 \quad (6)$$

为 ζ 的三次方程式,

为着解題簡單, 令:

$a_0^2 = -a^2$, $b_0^2 = -b^2$, $c_0^2 = -c^2$ 代(6)得

$$\frac{x^2}{\zeta - a^2} + \frac{y^2}{\zeta - b^2} + \frac{z^2}{\zeta - c^2} = 1 \quad (6')$$

在空間任意一点 (x, y, z) 方程式(6')中有三个实根: ξ, η, ζ 满足以下不等式:

$$\xi > a^2 > \eta > b^2 > \zeta > c^2$$

將 ξ, η, ζ 分別代入(6)式, 便得橢球面、單叶双曲面及与橢球共焦点的双叶双曲面, 这三个面在空間任一点 (x, y, z) 都是互相垂直的, 故称 ξ, η, ζ 为椭圆坐标——正交坐标。

將 ξ, η, ζ 分別代入(6)得:

$$\frac{x^2}{\xi - a^2} - \frac{y^2}{\xi - b^2} - \frac{z^2}{\xi - c^2} = 1 \quad (7)$$

$$\frac{x^2}{\eta - a^2} - \frac{y^2}{\eta - b^2} + \frac{z^2}{\eta - c^2} = 1 \quad (8)$$

$$\frac{x^2}{\zeta - a^2} - \frac{y^2}{\zeta - b^2} - \frac{z^2}{\zeta - c^2} = 1 \quad (9)$$

將(7)、(8)、(9)各式分別乘以 $(\xi-b^2)$, $(\eta-b^2)$, $(\zeta-b^2)$ 各項后变为(7'), (8'), (9')式, 由(7')-(8')得:

$$\left(\frac{\xi-b^2}{\xi-a^2}-\frac{\eta-b^2}{\eta-a^2}\right)x^2+\left(\frac{\xi-b^2}{\xi-c^2}-\frac{\eta-b^2}{\eta-c^2}\right)z^2=\xi-\eta$$

通分化簡得:

$$\frac{b^2-a^2}{(\xi-a^2)(\eta-a^2)}x^2+\frac{b^2-c^2}{(\xi-c^2)(\eta-c^2)}z^2=1 \quad (10)$$

同樣由(8')-(9')和(9')-(7')化簡得:

$$\frac{b^2-a^2}{(\xi-a^2)(\zeta-a^2)}x^2+\frac{b^2-c^2}{(\xi-c^2)(\zeta-c^2)}z^2=1 \quad (11)$$

$$\frac{b^2-a^2}{(\eta-a^2)(\zeta-a^2)}x^2-\frac{b^2-c^2}{(\eta-c^2)(\zeta-c^2)}z^2=1 \quad (12)$$

再將(10)、(11)各式變換如下:

$$\frac{b^2-a^2}{(\xi-a^2)(\eta-a^2)}\cdot\frac{(\xi-c^2)(\eta-c^2)}{b^2-c^2}x^2+z^2=\frac{(\xi-c^2)(\eta-c^2)}{b^2-c^2} \quad (10)'$$

$$\frac{b^2-a^2}{(\xi-a^2)(\zeta-a^2)}\cdot\frac{(\xi-c^2)(\zeta-c^2)}{b^2-c^2}x^2+z^2=\frac{(\xi-c^2)(\zeta-c^2)}{b^2-c^2} \quad (11)'$$

由(10')-(11')得:

$$\left[\frac{(b^2-a^2)}{(b^2-c^2)}\frac{(\xi-c^2)(\eta-c^2)}{(\xi-a^2)(\eta-a^2)}-\frac{(b^2-a^2)(\xi-c^2)(\zeta-c^2)}{(b^2-c^2)(\xi-a^2)(\zeta-a^2)}\right]x^2=$$

$$=\frac{(\xi-c^2)(\eta-c^2)}{b^2-c^2}-\frac{(\xi-c^2)(\zeta-c^2)}{b-c^2}$$

化簡后:

$$\frac{b^2-a^2}{\xi-a^2}\left[\frac{\eta-c^2}{\eta-a^2}-\frac{\zeta-c^2}{\zeta-a^2}\right]x^2=(\eta-c^2)-(\zeta-c^2)$$

或

$$\frac{b^2-a^2}{\xi-a^2}\left[\frac{\eta-\zeta}{\eta-a^2},-\frac{c^2-a^2}{\zeta^2-a^2}\right]x^2=\eta-\zeta$$

故

$$x^2=\frac{(\xi-a^2)(\eta-a^2)(\zeta-a^2)}{(a^2-b^2)(a^2-c^2)} \quad (13)$$

同样可得:

$$y^2 = \frac{(\xi - b^2)(\eta - b^2)(\zeta - b^2)}{(b^2 - c^2)(b^2 - a^2)} \quad (14)$$

$$z^2 = \frac{(\xi - c^2)(\eta - c^2)(\zeta - c^2)}{(c - a^2)(c - b^2)} \quad (15)$$

由(13),(14),(15)各式得出椭圆坐标 ξ, η, ζ 与笛卡氏直角坐标 x, y, z 之间的关系。

对(13),(14),(15)各式两端取对数并微分得:

$$2 \frac{dx}{x} = \frac{d\xi}{\xi - a^2} + \frac{d\eta}{\eta - a^2} + \frac{d\zeta}{\zeta - a^2} \quad (13)'$$

$$2 \frac{dy}{y} = \frac{d\xi}{\xi - b^2} + \frac{d\eta}{\eta - b^2} + \frac{d\zeta}{\zeta - b^2} \quad (14)'$$

$$2 \frac{dz}{z} = \frac{d\xi}{\xi - c^2} + \frac{d\eta}{\eta - c^2} + \frac{d\zeta}{\zeta - c^2} \quad (15)'$$

将(13)',(14)',(15)', 分别乘以 x, y, z 后取其平方相加:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = (\lambda d\xi)^2 + (\mu d\eta)^2 + (v d\zeta)^2 \quad (16)$$

式中

$$\lambda^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{x^2}{(\xi - a^2)^2} + \frac{y^2}{(\xi - b^2)^2} + \frac{z^2}{(\xi - c^2)^2} \right] \quad (17)$$

$$\mu^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{x^2}{(\eta - a^2)^2} + \frac{y^2}{(\eta - b^2)^2} + \frac{z^2}{(\eta - c^2)^2} \right] \quad (18)$$

$$v^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{x^2}{(\zeta - a^2)^2} + \frac{y^2}{(\zeta - b^2)^2} + \frac{z^2}{(\zeta - c^2)^2} \right] \quad (19)$$

将(13),(14),(15), 各式代入(17),(18),(19), 得:

$$\lambda^2 = \frac{1}{4} \frac{(\xi - \eta)(\xi - \zeta)}{(\xi - a^2)(\xi - b^2)(\xi - c^2)} \quad (17)'$$

$$\mu^2 = \frac{1}{4} \frac{(\eta - \xi)(\zeta - \eta)}{(\eta - a^2)(\eta - b^2)(\eta - c^2)} \quad (18)'$$

$$v^2 = \frac{1}{4} \frac{(\zeta - \xi)(\zeta - \eta)}{(\zeta - a^2)(\zeta - b^2)(\zeta - c^2)} \quad (19)'$$

$$R\xi = (\xi - a^2)(\xi - b^2)(\xi - c^2) \quad (17)''$$

$$R\eta = (\eta - a^2)(\eta - b^2)(\eta - c^2) \quad (18)''$$

$$R\zeta = (\zeta - a^2)(\zeta - b^2)(\zeta - c^2) \quad (19)''$$

將(17)'', (18)'', (19)'' 代入(17)', (18)', (19)', 然後將 λ, μ, ν 代入(5)式。這時(5)式等號前的第一項為:

$$\frac{\lambda}{2\xi} \left[\frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\eta-\xi)(\eta-\zeta)}{R_\eta}} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\zeta-\xi)(\zeta-\eta)}{R_\zeta}}}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\xi-\eta)(\xi-\zeta)}{R}}} \cdot \frac{\partial U}{\partial \xi} \right]$$

$$= \frac{\sqrt{-1}}{2} \cdot \frac{\zeta - \eta}{\sqrt{R_\eta, R_\zeta}} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{R_\xi}, \frac{\partial U}{\partial \xi} \right)$$

同樣可得第二項和第三項，故(5)變為:

$$\frac{\sqrt{-1}}{2} \cdot \frac{\zeta - \eta}{\sqrt{R_\eta, R_\zeta}} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{R_\xi}, \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) + \frac{\sqrt{-1}}{2} \cdot \frac{\xi - \zeta}{\sqrt{R_\xi, R_\zeta}} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\sqrt{R_\eta}, \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \frac{\sqrt{-1}}{2} \cdot \frac{\eta - \xi}{\sqrt{R_\xi, R_\eta}} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\sqrt{R_\zeta}, \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right) = 0$$

或:

$$\frac{\zeta - \eta}{\sqrt{R_\eta, R_\zeta}} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{R_\xi}, \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) + \frac{\xi - \zeta}{\sqrt{R_\xi, R_\zeta}} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\sqrt{R_\eta}, \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) + \frac{\eta - \xi}{\sqrt{R_\xi, R_\eta}} \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\sqrt{R_\zeta}, \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right) = 0 \quad (20)$$

此即用橢圓坐標表示的拉普拉斯方程式。

不難理解，與給定半軸為 a, b, c 的橢球體其焦點的橢圓坐標為 ξ 的所有橢球體的表面都是充電橢球體的等電位面，空間的電位分佈與 η, ζ 坐標無關，放橢球充電體的空間電位方程式為:

$$\frac{\zeta - \eta}{\sqrt{R_\eta, R_\zeta}} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{R_\xi}, \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) = 0$$

$$\text{或 } \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sqrt{(\xi - a^2)(\xi - b^2)(\xi - c^2)} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) = 0 \quad (21)$$

$$\text{或 } \sqrt{(\xi-a^2)(\xi-b^2)(\xi-c^2)} \frac{\partial U}{\partial \xi} = \text{常数} \quad (22)$$

設常数为 e , 則:

$$U = e \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{R_3}} + e' \quad (23)$$

当 $\xi = \infty$ 时即在無限远处 $u_{\infty} = 0$, 代入(23)得 $e' = 0$, 故得:

$$U = e \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{R_3}} \quad (23)$$

当 $a = b = c$ 时 $\sqrt{R_3} = (\xi - a^2)^{3/2}$ 故

$$U = e \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi + a^2)^{3/2}} = \frac{2e}{\sqrt{\xi - a^2}} \quad (24)$$

ξ 值由下式确定:

$$\frac{x^2}{\xi - a^2} + \frac{y^2}{\xi - a^2} + \frac{z^2}{\xi - a^2} = 1 = \frac{r^2}{\xi - a^2}$$

$$\text{故} \quad \xi - a^2 = r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (25)$$

將(25)代入(24)并由尽人皆知的充电球体的位:

$$U = \frac{2e}{r} = \frac{I\rho}{4\pi r} \quad (26)$$

$$\text{故 } e = \frac{I\rho}{8\pi} \quad (27)$$

式中 I : 由充电体流向空間的电流。 ρ : 空間介質的电阻率。將(27)代入(23)則:

$$U = \frac{I\rho}{8\pi} \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{R_3}} \quad (28)$$

此即为三度橢球体在無限空間中位的积分式, 对(28)式积分得:

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{I\rho}{8\pi} \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi-a^2)(\xi-b^2)(\xi-c^2)}} \\
 &= \frac{I\rho}{4\pi\sqrt{a^2-c^2}} S n^{-1} \left[\sqrt{\frac{a^2-c^2}{\xi-c^2}} \cdot \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}} \right] \quad (29)
 \end{aligned}$$

(29)为椭球充电体在电阻率为 ρ 的无限介质中位的分佈公式，在实际工作中，椭球状充电体处于地面下某一深度，地面的影响简单的取原椭球对地面的镜像，这时，地面上任一点的位：

$$U = \frac{I\rho}{2\pi\sqrt{a^2-c^2}} \cdot S n^{-1} \left[\sqrt{\frac{a^2-c^2}{\xi-c^2}} \cdot \sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-c^2}} \right] \quad (30)$$

应当指出，对特殊形状的椭球体如：旋轉椭球体，椭球柱体等，其位的公式可由(28)式直接化简而得较为简单的形式。

§ 2. 球形导体

我们来研究分佈在均匀、各向同性及无限或半无限介质中具有电阻率为 ρ 的理想导球的场，用下面已知的公式来表示电位及其微分：

$$u = \frac{\rho i}{4\pi} \cdot \frac{1}{r} \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{\rho i}{4\pi} \cdot \frac{x}{r^3}; \\
 \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\rho i}{4\pi} \cdot \frac{z}{r^3},
 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

式中 i ——通过球体的电流，而 r ——观察点与球体中心的距离，等于 $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ ； x, y, z ——观察点相对球体中心的坐标。

当存在平的地表面时我们近似的用球体对地面的镜像来代替它的作用。令地表面与 xy 面平行，我们得到：

$$u = \frac{\rho i}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (31)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{\rho i x}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1^3} + \frac{1}{r_2^3} \right); \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\rho i}{4\pi} \left(\frac{z}{r_1^3} - \frac{2z_0 - z}{r_2^3} \right), \end{aligned} \right\} (32)'$$

式中 z_0 ——矿体中心对地面的深度， r_1 和 r_2 ——观察点与真实球体及反射球体中心之距离。

观测通常是在地面上进行的，在这种情况下公式(31)'和(32)'经过稍许简化便得以下形式：

$$u = \frac{\rho i}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \quad (31)''$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{\rho i}{2\pi} \cdot \frac{x}{r^3}; \\ \frac{\partial u}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} (32)''$$

应当注意，矿体存在的深度愈大，地表面作用的近似计算愈精确。

按上面公式对 $z_0=1$ ， $\rho=1$ 及 $i=1$ 的情况计算电位值及沿着通过

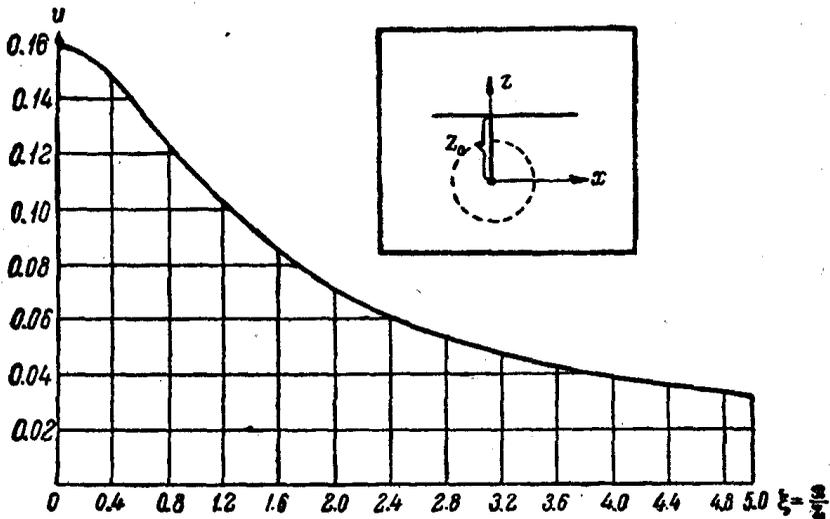


圖 2. 充电球体上的电位曲线

矿体中心剖面上的梯度值。计算的结果列于表1并绘于图2及3上。在 $x=0.5-1.0z_0$ 间隔内电位曲线具有极有趣的单调下降的特性。当 z_0 小时梯度曲线具有近于直线的一段, 并当 $x=0.707z_0$ 时有极大。当 ρ, i 和 z_0 改变时可以得到上列曲线变形的类似曲线或纵坐标比例尺的简单变化。

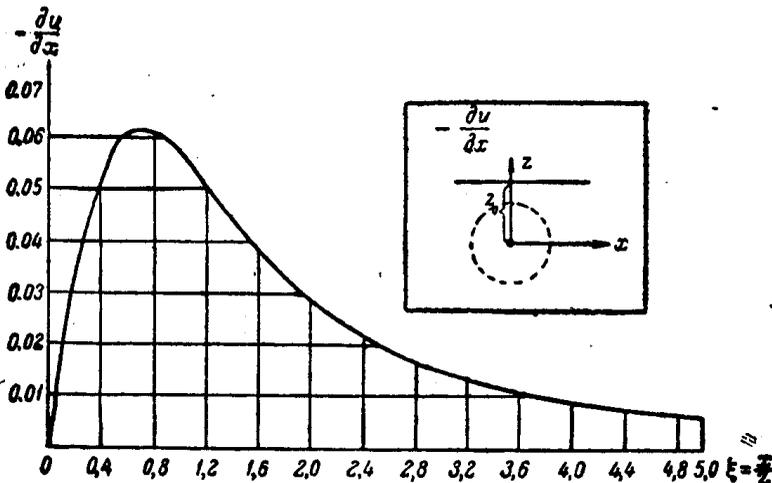


图3. 充电球体上的梯度曲线

上面所计算的每个值(电位, 梯度)与观测点对球体中心的坐标有关系。确定球体的位置可以用不同的方法, 而我们来研究其中一些较重要的方法。

假设地面上的等位线图是已知的^①。球心的地面位置由等位线的中心来确定。 z_0 由相应的等位线的直径来确定。由公式(1'')确定 $S = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及 z_0 的电位与最大电位之比: $\frac{u_s}{u_{\text{极大}}} = \frac{z_0}{\sqrt{S^2 + z_0^2}} = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}$, 对于 $n=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 相应地得到:

$$\frac{u_s}{u_{\text{极大}}} = 0.71, 0.45, 0.32, 0.24, 0.20 \text{ 等等。}$$

按等位线图构制在两个或三个通过最大的截面上的电位剖面。对

^① 所有等位线应当是包着的, 并且每条等位线的电位是已知的。

量为 $0.71u_{\text{極大}}$ 及 $0.45u_{\text{極大}}$ 等等，其弦長將等于球体中心深度的兩倍及三倍等等。

假設梯度曲綫是已知的，我們可对梯度分量 $-\frac{\partial u}{\partial x}$ 和 $-\frac{\partial u}{\partial y}$ 構制向量。所構向量的会集中心便相当于球体中心。

也可以用按电位曲綫相同的方法而由梯度曲綫来确定球体的中心深度。用类似的討論方法对于等于 z_0 ， $2z_0$ ， $3z_0$ 等等的 S 。由比值 $\frac{\partial u_s}{\partial s} : \left(\frac{\partial u_s}{\partial s}\right)_{\text{極大}}$ 便得相应地等于：0.91，0.46，0.25；0.15；0.10 及其他的各值。

为了确定 z_0 利用梯度曲綫經過零的轉折点处的傾斜也是很方便的。

由公式(32)''对于小的 x 值当 $y=0$ 时，得到：

$$-\frac{\partial u}{\partial x_{x \rightarrow 0}} \approx \frac{\rho i x}{2\pi z_0^3} = \alpha x. \quad (33)$$

在球体中心地带按公式(33)梯度曲綫具有直綫的特征，这在实际中常常观察到。按以下公式由直綫段的角系数来确定 z_0 的数值：

$$z_0 = \sqrt[3]{\frac{\rho i}{2\pi\alpha}} = -\sqrt[3]{\frac{\rho i x}{2\pi \cdot \frac{\partial u}{\partial x}}}. \quad (34)$$

梯度曲綫的角系数与 z_0 值間的关系列于圖 4。

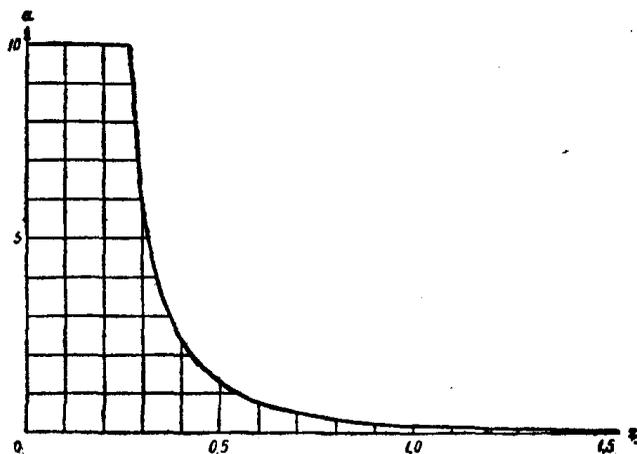


圖 4. 角系数与球形导体中心深度的关系曲綫

在那種情況下，即當 ρ 未知時，必須從公式中把它消掉，為此目的可運用最大梯度值：

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{\text{極大}} = \frac{\rho i}{\sqrt{27\pi z_0^2}} \quad (35)$$

將(35)代入公式(34)，我們得到：

$$z_0 = \frac{\sqrt{27}}{2} x \cdot \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{\text{極大}}}{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x \rightarrow 0}} = 2.598x \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{\text{極大}}}{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x \rightarrow 0}} \approx 2.6 \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{\text{極大}}}{\alpha} = 2.6m. \quad (36)$$

以後用字母 m 來表示梯度的極大對角系數的比。參數 m 的長度對 z 而言用單位值表示^①。

按梯度曲綫極值間的距离確定 z_0 可以更簡單，梯度曲綫的極大和極小相當於：

$$x_{\text{極大}} = -x_{\text{極小}} = \frac{1}{\sqrt{2}} z_0 \quad (37)$$

或用 P 來表示極值間的距离，便得：

$$z_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} P \approx 0.71P. \quad (38)$$

為了消除觀測的偶然性及地區的不均勻性影響，建議同時運用公式(36)和(38)。

最後，最可靠的確定球體中心的深度可用對數量板來進行。

假設對通過球體中心的剖面公式(31)"和(32)"具有以下形式：

$$u_x = \frac{\rho i}{2\pi z_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + 1}}; \quad (39)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\rho i}{2\pi z_0} \cdot \frac{\xi}{(\sqrt{\xi^2 + 1})^3}, \quad (40)$$

式中 $\xi = \frac{x}{z_0}$ 。

① 參數 m 首先由 А. П. 賀斯基引入。

对主要剖面以 $\rho=1$; $i=1$ 和 $z_0=1$ 在对数纸上構制 u_x 和 $-\frac{\partial u}{\partial x}$ 值与 ξ 的关系曲线 (圖 5)。

將所得曲线放在主要剖面的、并以相同模数繪于对数纸上的实际曲线上,便确定出 z_0 和 ρ 。对电位量板的註号“1”——縱軸为 z_0 , 横軸为 $\frac{\rho}{z_0}$; 对梯度量板的註号表示縱軸为 z_0 , 横軸为 $\frac{\rho}{z_0^2}$ 。

在公式(31)和(32)中不包括球体半径, 它可以用确定球体接地电阻的方法来确定, 或用

观测它的电位的方法来确定。对于小块体实际上应用第一个方法。这时要做一个輔助接地, 它具有同級的或較所求电阻較小的接地电阻。这时每个接地电阻都不应当較連接导线的电阻还要小。用已知的方法(3)确定接地电阻, 从而确定球体半径—— a , 由关系:

$$a = \frac{\rho}{4\pi R - \frac{\rho}{2z_0}}, \quad (41)$$

式中 R ——接地电阻。

圖 5. 球形导体的梯度和电位的量板
第二个方法由測量球体电位所組成。
用最基本的方法, 对 a 可得以下关系:

$$a = \frac{1}{\frac{4\pi u_0}{\rho i} - \frac{1}{2z_0}} \quad (42)$$

式中 u_0 ——充电球体的电位。

