

實用工場數學

工場算術與代數

郭壽鐸 編譯
王復生



商務印書館

實用工場數學

工場算術與代數

郭壽鐸 編譯
王復生



商務印書館

工場算術與代數內容提要

這本書的編寫目的，是爲了使算學基礎較差的工場工作人員在短時間內能夠學習一些算術和代數的基本知識。爲了求它合於實用，算術只講分數、小數、平方根和百分法；代數只講代數式的加減乘除、一次方程、二次方程、比及比例以及對數的應用。更爲了結合工場應用的需要，除各章中隨時舉出實用例題外，並加入計算尺和公式的應用兩章，使讀過這本書之後，在工場計算方面有基本的認識和適當的準備。

實用工場數學 工場算術與代數

郭寧鐸 王復生編譯

★版權所有★

商務印書館出版

上海河南中路二一號

(上海市書刊出版業營業許可證出字第〇二五號)

新華書店總經理

聯華印刷廠印刷

上海天潼路二四二弄二六號

※ (51488)

1953年9月初版

開本 787×1092 1/32

1956年2月8版

字數 9,9000

1956年6月上海第2次印刷

印數 30,001-40,000

印張 5 6/16

定價 (10) ¥0.58

寫在前面

技術的學習是離不開數學的。一般學校所用的數學課本都不適合於技術工人同志的需要；工人同志所需要的並不是數學原理的證明，而是簡明的講解和實用的例題，並且這些資料都要由工場的實際操作出發，告訴讀者怎樣應用數學來解決日常操作上的問題。

本書就是專為工場的工人同志寫的，因此教材都很淺顯而實用。全書穿插着很多例題，把淺顯的數學和實際的工場操作緊密地聯繫起來。另外還有許多實用的雜題，以備讀者隨時練習，這樣，不特易於融會貫通，而且可以幫助記憶。

全書共有十二章。頭四章講分數、小數、方根和百分數，這是隨後幾章的基礎，讀者務必把這幾章的習題一一做過，然後進修以下各章，就容易多了。

第五章到第九章講述代數，目的是要教讀者怎樣寫出代數式和方程式，學會解方程式，才能夠靈活應用公式去解決問題。據有經驗的人談，工人同志在應用數學公式的時候，往往感到一種困難，就是不會隨機應變，把公式酌為改變一下，以便針對着所要計算的某一數量。所以這幾章所講代數式的加、減、乘、除的運算法，就是為掌握公式、變換公式的技巧打下基礎。

接着第十章講對數，第十一章講計算尺，這兩章是工人同志應當儘先掌握的計算工具。對數本身是一種無體無質的計算工

具。計算尺正是對數的應用而化成有體有質的工具。工人同志學會了查對數表,使用計算尺,來做單純的乘、除計算,不但手續簡捷,而且又相當準確可靠,可以省去不少的計算時間,並減少不少的錯誤可能。

末了一章講公式的運用。怎樣掌握公式,怎樣變換公式,不厭求詳地反覆解釋,用實例說明,務使工人同志們能根據實際的經驗,配合數學的技巧,用來解決隨時發生的問題。這章所舉例題雖祇是容易計算的數字,但是讀者如若遇到多位數的乘除,還可以儘量應用對數和計算尺這兩種工具。

本書是編者利用一部分公餘時間寫的,因此時停時續,歷時十個多月才告脫稿。雖然經過幾次校閱,但因編者能力有限,疏忽的地方,恐怕仍所難免,希望各地讀者隨時批評指正。

編者 1952年冬,北京。

目 錄

寫在前面

第一章	分數	1
第二章	小數	23
第三章	平方根	36
第四章	百分法	42
第五章	代數式和正負數	51
第六章	代數式的加減	60
第七章	代數式的乘除	69
第八章	方程式	87
第九章	比及比例	101
第十章	對數	111
第十一章	計算尺	128
第十二章	公式的運用	146
附表一	對數表	158
附表二	反對數表	160
附表三	平方、立方、平方根、立方根表	162

第一章 分數

一 分數的定義和類別

假設我們把一個量分成許多份，各份相等，則其中的一份或幾份，就叫做整個量的一個分數。比方說，我們把一寸分成五等份，其中每一份，都叫做‘五分之一’，寫成 $\frac{1}{5}$ ，這 $\frac{1}{5}$ 就是一個分數。五等份中取兩份，寫成 $\frac{2}{5}$ ，這 $\frac{2}{5}$ 也是一個分數。因為一個分數表明着除法的關係，所以 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{2}{5}$ 又可以改寫成 $1 \div 5$ 、 $2 \div 5$ 。

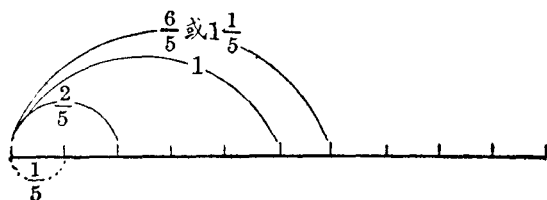


圖 1-1

在分數 $\frac{2}{5}$ 裏面，5 是表示全量被分成五等份，叫做分數的分母，2 是表示被分之後取了兩份，叫做分數的分子。換句話說，

分母是除數，分子是被除數。

帶分數 帶分數是由一個整數同一個分數合併而成。例如：

$4\frac{5}{16}$ 就是一個帶分數，其中，整數是 4，分數是 $\frac{5}{16}$ ，意思是 4 同 $\frac{5}{16}$ 合併在一起，也就是 $4 + \frac{5}{16}$ 的意思。

真分數 分數的分子如果小於分母，這分數叫做真分數。

以下這幾個分數，都是真分數： $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{9}{32}$ 、 $\frac{12}{23}$ 、 $\frac{1}{2}$ 。

假分數 如果分數的分子等於分母，或是大於分母，這分數叫做假分數。以下這幾個分數，都是假分數： $\frac{6}{5}$ 、 $\frac{32}{25}$ 、 $\frac{8}{3}$ 、 $\frac{4}{4}$ 、 $\frac{127}{13}$ 。

把整數或帶分數化成假分數的化法分述如下：

一、要把一個整數化成一個假分數，先看你想把一個什麼數做分母，便用那個數乘整數之積做分子。

例 1. 把 7 化成 8 分之幾。

$$\frac{7 \times 8}{8} = \frac{56}{8}$$

例 2. 把 5 化成 2 分之幾。

$$\frac{5 \times 2}{2} = \frac{10}{2}$$

二、要把一個帶分數化成一個假分數，拿分母乘整數部分，乘得的積跟分子相加，結果就是所求假分數的分子。

例 3. 化帶分數 $4\frac{2}{3}$ 為假分數。

$$4\frac{2}{3} = \frac{4 \times 3 + 2}{3} = \frac{12 + 2}{3} = \frac{14}{3}$$

拿 3 乘 4，再加 2，得 14，把 14 寫在 3 的上面，便得所求的假分數。

習 題

1. 把下面的分數，化為整數或帶分數： $\frac{5}{2}$ 、 $\frac{16}{4}$ 、 $\frac{7}{3}$ 、 $\frac{8}{5}$ 、 $\frac{32}{8}$ 、 $\frac{24}{12}$ 、 $\frac{127}{32}$ 、 $\frac{10}{3}$ 、 $\frac{100}{3}$ 、 $\frac{200}{3}$ 、 $\frac{147}{5}$ 、 $\frac{193}{6}$ 、 $\frac{313}{4}$ 、 $\frac{456}{7}$ 、 $\frac{531}{9}$ 、 $\frac{657}{13}$ 、 $\frac{951}{16}$ 、 $\frac{1431}{32}$ 、 $\frac{2513}{64}$ 、 $\frac{3754}{32}$ 、 $\frac{6531}{73}$ 、 $\frac{9999}{123}$ 。
2. 把下面的帶分數化成假分數： $1\frac{1}{5}$ 、 $3\frac{4}{3}$ 、 $24\frac{2}{3}$ 、 $82\frac{11}{17}$ 、 $6\frac{23}{124}$ 、 $11\frac{12}{57}$ 、 $34\frac{7}{152}$ 、 $73\frac{1}{16}$ 、 $945\frac{26}{123}$ 、 $43\frac{8}{135}$ 。
3. 把下面的整數化成 64 做分母的假分數：13、47、82、103。

二 最簡分數

一個分數通常應當寫成最簡分數。什麼叫做最簡分數呢？凡一個分數，它的分母和分子沒有公共因數時，就是最簡分數。

例如 $\frac{8}{12}$ 的分子 8 和分母 12，有公因數 4，所以這個分數不是最簡分數。要把它化成最簡分數，只有用分子、分母的公因數去除。因為分數的分母和分子，用同一數乘或除，它的外貌雖

變，內容卻不變，便是說這分數的數值仍然不變。上一分數的分子 8 和分母 12 同用 4 除，如

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$$

所得的新分數 $\frac{2}{3}$ 和舊分數 $\frac{8}{12}$ 的數值相等。 $\frac{2}{3}$ 的分子 2 和分母 3 再沒有公因數了，所以它是最簡分數。

例 1. 把 $\frac{10}{25}$ 化成最簡分數。

這分數 $\frac{10}{25}$ 的分子 10 和分母 25 有公因數 5。用 5 除分子 10 和分母 25，如：

$$\frac{10}{25} = \frac{10 \div 5}{25 \div 5} = \frac{2}{5}$$

這裏的 2 和 5，再沒有公因數了，所以 $\frac{2}{5}$ 便是所求的最簡分數。

例 2. 把 $\frac{108}{150}$ 化成最簡分數。

這個分數的分子和分母都是偶數，它們有公因數 2，先用 2 除它們，如：

$$\frac{108}{150} = \frac{108 \div 2}{150 \div 2} = \frac{54}{75}$$

這分數 $\frac{54}{75}$ 的分子 54 和分母 75 有公因數 3，所以 $\frac{54}{75}$ 還不是最簡分數，再用 3 除第二分數的分子和分母，如：

$$\frac{54}{75} = \frac{54 \div 3}{75 \div 3} = \frac{18}{25}$$

這分數 $\frac{18}{25}$ 的分子 18 和分母 25 再沒有公因數了，所以 $\frac{18}{25}$ 是最簡分數。

通常寫法有下面兩種格式：

$$\frac{108}{150} = \frac{108 \div 2}{150 \div 2} = \frac{54}{75} = \frac{54 \div 3}{75 \div 3} = \frac{18}{25};$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 54 \\ 108 \\ \hline 150 \\ 75 \\ 25 \end{array} = \frac{18}{25}.$$

習 題

把下面的分數，化成最簡分數：

1. $\frac{2}{4}$

2. $\frac{3}{6}$

3. $\frac{6}{8}$

4. $\frac{6}{9}$

5. $\frac{6}{12}$

6. $\frac{5}{10}$

7. $\frac{5}{20}$

8. $\frac{15}{30}$

9. $\frac{15}{25}$

10. $\frac{18}{36}$

11. $\frac{21}{28}$

12. $\frac{32}{44}$

13. $\frac{30}{35}$

14. $\frac{63}{81}$

15. $\frac{24}{60}$

16. $\frac{24}{96}$

17. $\frac{36}{48}$

18. $\frac{3}{33}$

19. $\frac{121}{132}$

20. $\frac{108}{144}$

21. $\frac{720}{1440}$

22. $\frac{512}{1728}$

23. $\frac{354}{2980}$

24. $\frac{216}{752}$

25. $\frac{256}{1048}$

26. $\frac{2500}{12500}$

27. $\frac{208}{585}$

28. $\frac{3755}{7205}$

29. $\frac{363}{1083}$

30. $\frac{742}{2936}$

31. $\frac{432}{1440}$

32. $\frac{1250}{3750}$

33. $\frac{924}{1536}$

34. $\frac{2000}{8200}$

35. $\frac{2240}{4900}$

36. $\frac{2890}{4420}$

三 通分

一個分數的分子和分母用同一數乘，它的數值不變。由於這個道理，我們可以把分母不同的分數，化成同分母的分數。例如 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{3}$ 是兩個不同分母的分數。但是

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}; \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

$\frac{3}{6}$ 和 $\frac{4}{6}$ 便是同分母的分數了。凡是不同分母的分數可以化成同分母的分數。這種手續叫做通分。

最小公分母 兩個或兩個以上的分數，可以用通分的手續化成同分母的分數，這個同一的分母叫做公分母。公分母不只一個，如下例：

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 6}{2 \times 6} = \frac{6}{12}, \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12};$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 9}{2 \times 9} = \frac{9}{18}, \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18}.$$

這兩個分數 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{3}$ 可以化成許多樣子同分母的分數，它們的公分母可以是 6、12、18、24、30、……。但是 6 是最小的一個公分母，所以叫做最小公分母。

最小公分母^①，等於各分數的分母共同的最小的整倍數。比方說：要求三個分數 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{6}$ 的最小公分母，就是要求得一個最小的數，而這個數必須是 2、4、6 共同的整倍數。在這裏，我們用心算法，就能夠看出：所要求的最小的整倍數是 12，因為 12 是 2 的六倍，4 的三倍，6 的二倍，比它再小的是不可能了。

最小公分母假如用心算求不出，就要用一般的筆算方法去求。下面的例題，便是說明這一個算法。

例：求 $\frac{13}{75}$ 、 $\frac{2}{45}$ 和 $\frac{9}{125}$ 的最小公分母。

5	75	45	125
5	15	9	25
3	3	9	5
	1	3	5

最小公分母 = $5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 5 = 1,125$ 。這就是說：1,125 是

① 在做練習的時候，不妨用 'L. C. D.' 來代表最小公分母。

所要求的最小公倍數，也就是 75、45、125 共同的最小整倍數。

習 題

求下面各題分數的最小公分母：

1. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$

2. $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}$

3. $\frac{1}{4}, \frac{1}{12}$

4. $\frac{1}{2}, \frac{1}{10}$

5. $\frac{1}{9}, \frac{1}{12}$

6. $\frac{2}{9}, \frac{3}{12}$

7. $\frac{3}{15}, \frac{8}{105}$

8. $\frac{7}{8}, \frac{3}{5}, \frac{3}{20}$

9. $\frac{2}{5}, \frac{1}{9}, \frac{7}{15}$

10. $\frac{3}{35}, \frac{2}{7}, \frac{1}{49}$

11. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{8}$

12. $\frac{3}{16}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}$

13. $\frac{3}{4}, \frac{4}{15}, \frac{17}{30}$

14. $\frac{3}{25}, \frac{1}{5}, \frac{2}{35}$

15. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}$

16. $\frac{3}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{15}, \frac{1}{9}$

17. $\frac{1}{6}, \frac{5}{48}, \frac{7}{36}, \frac{5}{8}$

18. $\frac{3}{64}, \frac{7}{32}, \frac{1}{16}, \frac{5}{12}$

19. $\frac{2}{5}, \frac{21}{25}, \frac{7}{8}, \frac{17}{40}$

20. $\frac{1}{13}, \frac{7}{65}, \frac{1}{15}, \frac{8}{9}$

21. $\frac{2}{27}, \frac{5}{81}, \frac{1}{108}, \frac{35}{36}$

22. $\frac{1}{2}, \frac{1}{7}, \frac{3}{10}, \frac{4}{15}, \frac{7}{45}, \frac{4}{105}$

怎樣把幾個分數化成有最小公分母的分數呢？舉幾個例在下面：

例 1. 把 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{2}{5}$ 化成有最小公分母的相當分數。

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20};$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}.$$

憑心算，知道最小公分母是 $4 \times 5 = 20$ 。拿第一分數的分母 4 除這最小公分母 20，得商 5；又拿這商 5 乘第一分數的分子 1，得 5，把 5 寫在最小公分母的上面，成 $\frac{5}{20}$ ，便是和第一個分數相等的分數。再取第二個分數的分母 5 除 20（即最小公分母），得商 4，又拿這商 4 乘分子 2，得 8，8 寫在最小公分母的上面，成 $\frac{8}{20}$ ，便是和第二個分數相等的分數。

例 2. 把 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{7}{12}$ 化成有最小公分母的相當分數。

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 3 & 5 & 12 \\ & 1 & 5 & 4 \end{array}$$

$$3 \times 5 \times 4 = 60$$

以 60 為公分母， $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{7}{12}$ 各化成同母分數如下：

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 20}{3 \times 20} = \frac{40}{60}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 12}{5 \times 12} = \frac{36}{60}$$

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \times 5}{12 \times 5} = \frac{35}{60}$$

習 題

把下面的各題分數，化成有最小公分母的相當分數：

1. $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$

2. $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}$

3. $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}$

4. $\frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}$

5. $\frac{5}{12}, \frac{7}{16}, \frac{11}{24}$

6. $\frac{5}{6}, \frac{13}{16}, \frac{21}{46}$

7. $\frac{35}{36}, \frac{11}{12}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}$

8. $\frac{20}{21}, \frac{11}{105}, \frac{5}{7}, \frac{11}{42}$

四 分數的加減

同分母分數的加減，只要把分子加減之後的結果做分子，原分母做分母。不同分母分數的加減，須要先通分化做同分母分數，再來計算。

一、真分數的加法，依照上述法則計算。所得結果倘若是假分數，便須化成帶分數。

例 1. $\frac{5}{11} + \frac{7}{11} = \frac{5+7}{11} = \frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$

例 2. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$

最小公分母是 4。先把 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{4}$ 都化為以最小公分母 4 為分母的分數，得相當的兩分數 $\frac{2}{4}$ 和 $\frac{1}{4}$ 。分母既然已經相同，把兩個新分子相加，得 3。把 3 寫在最小公分母的上面，便得 $\frac{3}{4}$ 。

例 3. $\frac{3}{5} + \frac{7}{8} + \frac{11}{24} = ?$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) \begin{array}{ccc} 5 & 8 & 24 \\ 5 & 1 & 3 \end{array}} \end{array}$$

$$8 \times 5 \times 3 = 120$$

以 120 為公分母，原式等於

$$\begin{aligned} & \frac{3 \times 24}{5 \times 24} + \frac{7 \times 15}{8 \times 15} + \frac{11 \times 5}{24 \times 5} \\ &= \frac{72}{120} + \frac{105}{120} + \frac{55}{120} = \frac{232}{120} = \frac{29}{15} = 1\frac{14}{15} \end{aligned}$$

最小公分母是 120。先把三個分數這樣寫下： $\frac{3 \times}{120}$ 、 $\frac{7 \times}{120}$ 、 $\frac{11 \times}{120}$ 。

拿第一個分數的分母 5，除最小公分母 120，得 24；把 24 寫在 $\times$ 號的右邊，成為 $\frac{3 \times 24}{120}$ ，這個分數等於 $\frac{72}{120}$ 。其餘的兩個分

數，也照樣去算，結果，得到三個同分母的分數 $\frac{72}{120}$ 、 $\frac{105}{120}$ 、 $\frac{55}{120}$ 。

這三個分數的分母既是相同，其分子可以相加，於是得 232。把這 232 寫在最小公分母的上面，便得 $\frac{232}{120}$ 。不過，這個分數還可