高等医药院校

物理实验教程

（供医学、儿科、口腔、卫生、药学、中医[illegible]）

华西医科大学　主编

华西医科大学　重庆医科大学
泸州医学院　第三军医大学
昆明医学院　贵阳中医学院　编写
大　理　医　学　院

四川科学技术出版社

高等医药院校

物理实验教程

（供医学、儿科、口腔、卫生、药学、中医专业用）

张书琴　主编

张书琴　张崇俊　刘袭君
胡新珉　谢正祥　龚尔璋　审编

邓必忠　邓俊昌　王学文　刘亚兰
刘袭君　张国是　张崇俊　陈良迟
时　遵　吴蕴中　周冠英　杨海珉　编写
胡新珉　唐志伦　袁常春　龚尔璋
谢正祥　傅尧礼　傅　进　韩森荣

四川科学技术出版社

一九八六年·成都

责任编辑：康利华
封面设计、朱德祥

高等医药院校
物理实验教程
张书琴　主编

四川科学技术出版社出版
（成都盐道街三号）
四川省新华书店发行
蓬溪县印刷厂印刷
统一书号：14298·102

1986年11月第1版　开本787×1092毫米1/16
1986年11月第1次印刷　字数275千
印数1—3,000册　印张 11　插页1
定价：2.40元

前　　言

物理学是一门定量的以实验为基础的自然科学。因此，物理学实验课的教学，是理论课无法代替的。多年来，由于不少人存在着重理论而轻实践的倾向，致使不少的毕业生缺乏基本技能的训练，缺乏自己动手搞科学试验的能力。这种现象的出现，一方面说明当前医学院校实验课程的薄弱，同时也是敦促我们编写本书的原因所在。

在本书编写过程中，我们学习和参照了全国医用物理学教学大纲，吸收和概括了国内兄弟院校的经验，系统地介绍了医用物理实验的基本知识和基本技能，并照顾到目前多数院校的设备条件，所以在实验课题的选择和编写中，留有较大的余地。

本书的部分内容，曾由西南地区医学物理协作委员会编印过，经使用三年后在原稿的基础上，经过删节、增补、改写和提高，编写成《物理实验教程》。这里，我们对曾参加过编写、使用和对本书提过不少宝贵意见的同志，一并致谢。

本书供高等医药院校的医学、儿科、口腔、卫生、药学及中医等专业用，同时也可供全国各中等卫生学校的师生参考。

编　　者

一九八六年三月

A0211/02

目　　录

实验一　绪　　论

（Introduction）

一、物理实验的重要性及其教学任务和要求

从自然科学的发展史可以清楚地看出：人们总是从实践中总结出规律和理论，然后又通过新的实践来检验这些规律和理论的正确性，借以进一步发展理论。物理学的理论和实验的关系非常密切，它们的所有成果都是来自定量的实验，或经定量实验证明，随后还将依靠实验而发展。因此，从某种意义上来说，物理学是一门定量的实验科学。

物理学是医、药科学的基础学科之一，现代医、药科学中，广泛地应用着物理的理论和实验方法。通过物理实验的学习，使学生在科学实验的能力、方法、态度方面得到系统地培养和训练，为学习专业课打下良好的基础。

物理实验是物理课程的重要组成部分，它与理论课既有联系，又是相对独立的，因为物理实验课有它本身的教学任务，这就是：

（一）培养学生逐步提高观察、分析实验现象以及理论联系实际的独立工作能力。通过对实验现象的观察、测量和分析，掌握理论的实验基础和验证理论的正确方法，从理论和实验的结合上加深对物理的基本概念、规律和理论的理解。

（二）在物理实验的基本知识、基本方法和基本技能方面接受较系统地培养和训练。具体内容是：掌握基本的物理量的测量原理和方法（如长度、质量、时间、角度、压强、电压、电流、电动势、光波波长、频率等）；基本仪器的合理选择和正确使用（如电子示波器、万用电表、光学显微镜、分光计等）；基本仪器的合理选择和正确使用；误差和有效数字的运算；数据处理和实验结果的分析、判断以及写出实验报告等，从而具有初步科学实验的方法和能力。

（三）培养严肃认真的工作作风、实事求是的科学态度和爱护国家财产、遵守纪律的良好品德。

实验课的这三项任务，是理论课不能代替的。因此，除了努力学好理论知识外，还要认真地学好物理实验课。

为了完成上述任务，要求做到如下几点：

1．实验前做好预习：为了使实验操作能准确和顺利达到预期效果，必须进行预习。预习时要明确实验目的，弄懂实验中用到的有关理论，熟悉所使用的仪器（注意仪器的型号），了解实验步骤和应注意的事项。

2．认真做好实验：实验前，指导教师要对学生的预习情况进行必要的考查。学生只有在做好预习的基础上，才能允许进行实验。

进行实验前，学生须对自己所使用的实验仪器进行检查，看是否齐全，是否良好。然后将仪器合理排列、安装，并准确地调整。经指导教师检查后，方可进行实验。

实验过程中，须仔细认真地操作、观察和记录，如发现仪器有故障，应立即报告指导教师。实验完毕后，要整理好实验仪器，经指导教师检查后，方可离开实验室。

3．写好实验报告：实验报告的内容包括：实验名称，实验目的，主要原理，关键性步骤，数据的记录（表格）、运算和结果，误差分析，回答问题。

实验报告要字迹清楚，段落分明．实验目的、原理、步骤要用自己的语言简练地写明，数据记录要齐全、真实，表格要合理清楚，回答问题要反映出自己在实验中的切身体会．

数据整理应在实验室进行，以便寻找产生错误数据的原因和进行必要的复核。

二、误差和有效数字

（一）测量和误差

1．测量及其分类：测量就是指待测量与已知同类单位量的比较。例如测量一物体的长度，就得把它与米尺相比较，从而读出物体长度是多少米，而且每一个测量值都是由数值（倍数）与单位构成．测量是人类认识和改造世界的重要手段之一。通过测量，人们对客观事物获得数量的概念，将结果进行归纳和分析．从而总结出一般规律，建立起定理或定律。

测量的种类很多，但可归纳为直接测量和间接测量。在测量中，某待测量能从仪器刻度上直接读出，这类测量称为直接测量．如用米尺测长度，用天平称质量，用温度计测温度等。在大多数的情况下，待测量并不能直接测量得出，而必须先直接测量出与所求量有关的一些待测量，然后借助于一些定律、公式将待测量推算出来、这类测量称为间接测量。例如直接测量球的直径（d），经公式（$v=\frac{\pi}{6}d^3$）可计算出体积

不论直接测量或间接测量，可分为单次测量和多次测量。多次测量又可分为等精度测量和非等精度测量．实验中对同一待测量，用同一仪器（或精度相同的仪器），在同一条件下进行的多次测量是等精度测量，否则是非等精度测量。等精度的各个测得量的可靠性是相同的，因此，只有等精度测得量才能进行误差计算。

2．误差及其分类：不论直接测量或间接测量，在同一种情况下，由同一人，以同一仪器、用同一种方法测量，各次所测得的数值都是不相同的，即使操作得很细心，仪器设备非常完善，结果也不可能一样，而且观察者也无法判断哪一次测得量绝对准确。任一测得量总是近似的．换句话说，用任何精密的仪器进行测量时，其结果都必然包含着误差。

任何物质都有自身的各种各样的物理特性，反映这些特性的待测量所具有的客观真实数值，称为待测量的真值。测量的目的，就是要力图得到真值，但是．实际上测量值总是真值的近似．设某待测量的真值为A，实验测得值为X，则

$$\triangle X=X-A \qquad (1-1)$$

△X称为该待测量的测量误差。X可能比A大，也可能比A小，因此，误差△X可能是正的，也可能是负的。在测量某一物理常数的实验中，常以标准值（公认值）或理论值代替真值。

误差存在于一切测量之中，而且存在于测量过程的始终．在实验中，每使用一种仪器、进行一次测量．都会引入误差。测量一个物理量用的仪器越多，连续测量的次数越多，引入误差的机会就越多，甚至误差很可能会大于或接近测量值。因此，讨论误差的来源，如何消除或减少误差．是提高测量精度，使测量结果更为可信的关键．

误差按其性质和产生的原因可分为两类：

系统误差：这类误差主要来源于仪器的不良或调节不准（如天平臂不等，砝码的质量不

准，仪器零点未校准等），定理或公式本身不够严密或实验方法粗糙；实验者技术不够熟练或不良习惯。这类误差的特点，是测量值总是有规律的向某一方偏离真值，因此，把它叫做系统误差，又叫做恒定误差。这种误差可以通过改进测量方法，校正仪器装置，调节仪器的零点等方法减少或部分地加以消除。

随机误差：在实验中，即使消除了产生系统误差的因素（实际上不可能、也不必完全消除），测量值仍有一定的误差。这种误差的产生，是由许多不可预测的偶然因素造成的，如测量时外界温度、湿度的微小起伏、杂散电磁场的干扰、不规则的机械振动和电压的随机波动等，使实验过程中的物理现象和仪器的性能时刻发生随机的变化，再加上人们感官灵敏度的限制，致使每次测得值都有偶然性。但是，经多次重复测量，结果总是在真值附近随机涨落，因此，把这类误差称为随机误差。

随机误差的性质不同于系统误差，在每次测量中随机误差的大小和正负是不确定的。但是，对于同一待测量，在相同条件下经多次测量，如果测量的次数足够多时，则可发现正、负误差出现的机会是相等的。因此，增加重复测量的次数可以减小随机误差，这正是在实验中常采用多次重复测量的依据。由于随机误差是由不可预测的偶然因素产生的，虽然每次测量的随机误差不可预测，但其出现的机会服从于统计规律。因此，随机误差是无法消除的。

总的说来，误差的大小表示测量结果的近真程度。根据误差的分类，测量结果的优劣从两方面反映出来，即测量的准确度和测量的精密度。测量的准确度，是指每次测量值与真值的符合程度，因此，准确度是表示系统误差的大小 准确度高，表示测量值与真值的系统误差小。测量的精密度，是指一组等精度测量值（叫做测量列）的重复性，即精密度表示测量列随机误差的大小，也就是测量列的离散程度 如果测量列的重复性好，则随机误差小，测量列的精密度高。测量的精确度（简称精度）是测量列的精密度和测量值的准确度的总称。只有测量值都很准确（即准确度高），并且测量列彼此的离散度又不大（即精密度高）时，才是好的测量。

应当指出，误差和错误完全不同 错误是由于实验者对仪器的使用不正确、实验方法不合理、忽视实验条件的影响，或由于粗心大意、违犯操作规程等原因引起的，如读错刻度、记错数据、运算错误等。误差应该设法减少，但不可能全部消除，然而错误是必须而且也是可以完全避免的

（二）测量结果的表示

在以后的讨论中 我们约定系统误差已经消除或修正，只剩下偶然误差。

2．随机误差的分布规律和测量结果的最佳估计值

随机误差的特征是它的随机性，从大量的实验中，人们通过无数次的观察，发现当测量次数很多时，随机误差的分布有如下规律，大小相等、符号相反的正负误差出现的次数接近相等；小误差比大误差出现的次数多；超过一定范围的很大误差，极少出现或不出现，因此，随机误差的分布服从统计规律。

根据随机误差分布的统计规律，n次等精度直接测量列的算术平均值：

$$\bar{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2\cdots\cdots\cdots X_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X \qquad (1-2)$$

最接近于真值，称为直接测量的最佳值或近真值，常作为n次等精度测量的结果。随着测量次数的增加，算术平均值将愈接近于真值。假若进行无限次等精度测量，其平均值即为真值。

1．*测量结果的表示：绝对误差和相对误差*

为了把测量结果$\overline{N}$和测量值的离散程度表示出来，通常将测量结果写成：

$$N=\overline{N}\pm\triangle N \qquad (1-3)$$

式中$\overline{N}$为测量的最佳值。它可以是单次测量值，也可以是测量列的算术平均值。它既可以表示直接测量列的算术平均值，又可以表示间接测量列的算术平均值。$\triangle N$是用绝对值表示的误差，因此把它叫做绝对误差。要注意的是，把测量结果写成（1－3）式的形式，并不表示测量结果，仅为$\overline{N}-\triangle N$和$\overline{N}+\triangle N$两个值，它是表示真值N在$\overline{N}$附近正、负$\triangle N$这个范围内的一定可能性，但并不排斥测量值在$\overline{N}\pm\triangle N$之外的可能性。

一般说来，绝对误差可以大体说明测量结果的好坏，但是很不全面。例如测量人的体重，误差几克无足轻重，但是，在称某种药物时，几克的误差，可以导致生命的危险。所以，要说明测量值的优劣，不能单从绝对误差的大小去看，还应当从相对误差即绝对误差占测量值的几分之几来判断。相对误差就是绝对误差与算术平均值之比，即

$$E=\frac{\triangle N}{\overline{N}} \qquad (1-4)$$

相对误差也可用百分数来表示，所以又叫做百分误差，即

$$E=\frac{\triangle N}{\overline{N}}\times 100\% \qquad (1-5)$$

例如，测量一物体的长度L＝23.50厘米，绝对误差为$\triangle L=0.03$厘米，其相对误差为

$$E=\frac{0.03}{23.50}\times 100\%\approx 0.13\%=0.1\%$$

测量另一物体的长度为L＝2.35厘米，$\triangle L=0.03$厘米，其相对误差为

$$E=\frac{0.03}{2.35}\times 100\%\approx 1.3\%=1\%$$

从上面的计算可以看出，二者绝对误差虽然相等，但相对误差不同，后者比前者大10倍，自然认为前者测量的精密度高于后者。相对误差E越小，表明测量愈集中于真值的附近，测量的精密度愈高。因此，一个好的测量结果，要求相对误差要小。

对一些测定常数的实验，可用下式

$$E=\frac{|\overline{N}-N_{公}|}{N_{公}}\times 100\% \qquad (1-6)$$

计算百分误差，式中$N_{公}$为公认值（或称标准值），它也可以是理论计算的结果，或另一种高精度仪表的测得值。

由于误差本身是一个估计值，所以误差（绝对误差和相对误差）值要求取一位或两位数字，一般取一位即可。

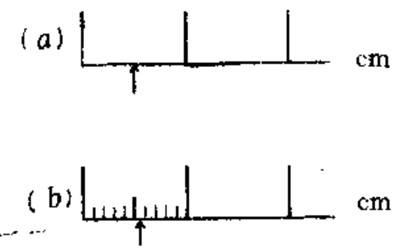
（三）有效数字及其近似计算

1．有效数字的意义：当用仪器对某一物理量进行测量时，由于仪器精度（即仪器上的最小分度）的限制和读数无法完全准确的原因，所以只能读出一近似值。如果仪器的精度越高，它的最小分度就愈小，就愈能细致地把不同大小的待测量加以区分，因此，仪器的精度、可以决定直接测量值的精度（一般为仪器最小分度的1/10）。

所有直接测量都应估计读出仪器最小分度以下的一位数字。如图（1－1）a 所示，把尺的最小分度1cm目视分为5等份或10等份，可以估计读出测量长度为30.5cm，最后一位数字是

估计的，可能是4也可能是6，总之，目视估计一定在4至6之间。“5”这个数字是可疑的，这位数字称为可疑数字，可疑数字前面的两位是准确的，可靠的。从可疑数字算起，包括前面几位可靠数字，在测量中都是有效的，称为有效数字。图（b）中直尺的最小分度是1 mm，则可估计出是30.54cm，“4”是可疑数字，30.5是可靠的。可以看到，在上述两种情况下，由于测量仪器最小分度不一样，可使其测量结果的精度不同，（a）中读数误差在0.1cm以内，（b）中的读数误差在0.01cm以内。

从可疑数字起，向左数到最后一个不是零的数字（与小数点无关）的位数，叫做有效数字的位数（简称为有效位数）。例如“30.5”是三位有效数字，“30.54”是四位有效数字。“0”在其他数字最前面，不计在有效位数中，如“0.3”、“0.03”、“0.003”等一律是一位有效数字，“3”是可疑数字。如果“0”在其他数字后面，应该计入有效位数中，如“3.050”、“30.50”都是四位有效数字。因为有效位数能表示测量的准确程度，所以一个测量数字后面的“0”，即使在小数点后面，绝不可任意增减。例如3.50cm，不能写成3.5 cm，因为前者表示测量准确到1/100cm，而后者表示测量准确到1/10cm。又如300cm，如果有效数字只有一位，应该把它记作3 m或3×10^2cm。



图（1－1）

2．有效数字与误差的关系：根据有效数字的定义，有效数字的最后一位是含有误差的。因此，确定测量结果有效位数的原则，是最后一位要与绝对误差所在的一位取齐。例如，电流I＝3.50±0.02安培的记录是正确的，I＝3.5±0.02安培的记录是错误的。要确定测量结果的有效数字位数，首先应确定绝对误差的大小，然后按上述原则来判断。例如，某电流表最小分度为0.01安培，可判断绝对误差在小数点后第三位，测量时如果表针正好指在1安培的刻度上，测量值应写成1.000安培。写成1安培、1.0安培、1.0000安培等都是错误的。

有效数字与相对误差也有一定的关系。大体上说，有效位数越多，相对误差越小。两位有效数字，相对误差大约是$\frac{1}{10}\sim\frac{1}{100}$，三位有效数字，相对误差大约是$\frac{1}{10}\sim\frac{1}{1000}$，余类推。

3．有效数字的近似计算：有效数字的运算方法，是以误差理论为根据的，间接测量中最终结果的有效位数，也由误差计算来判断。在运算中，把每一个数据中的可疑数下面加一横线，以示清楚。

在进行有效数字的运算中，其计算的最终结果要求只保留最高一位可疑数字，在其后的数字小于5则舍去，大于5则入，等于5时把可疑数字凑成偶数。例如，计算结果为$12.\underline{45}$和1.35，最终结果应取12.4和1.4。

下面介绍常用的近似计算法则：

（1）几个有效数字相加减，只保留所得结果中最左边的那一位可疑数字。

例1　　176.5＋0.294＝176.8

$$\begin{array}{r} 176.\underline{5} \\ +\quad 0.29\underline{4} \\ \hline 176.\underline{794}=176.\underline{8} \end{array}$$

例 2 $43.3206-36.25=7.07$

$$
\begin{array}{r}
43.320\underline{6} \\
-\quad 36.2\underline{5} \\
\hline
7.07\underline{06}=7.07
\end{array}
$$

（2）几个数值相乘除，积或商所保留的有效位数与诸数中有效位数最少的那一个相同（有时可多一位或少一位）。

例 3 $4.325\times1.5=6.5$

$$
\begin{array}{r}
4.32\underline{5} \\
\times \quad 1.\underline{5} \\
\hline
2\underline{1}\underline{6}\underline{2}\underline{5} \\
4325 \\
\hline
6.\underline{4}\underline{8}\underline{7}\underline{5}=6.\underline{5}
\end{array}
$$

例 4 $4.178\div10.1=0.414$

$$
\begin{array}{r}
0.41\underline{3}\underline{6}=0.414 \\
10.\underline{1}\,\sqrt{4.17\underline{8}} \\
40\underline{4} \\
\hline
13\underline{8} \\
1\underline{0}\underline{1} \\
\hline
\underline{3}\underline{7}\underline{0} \\
\underline{3}\underline{0}\underline{3} \\
\hline
\underline{6}\underline{7}\underline{0} \\
\underline{6}\underline{0}\underline{6}
\end{array}
$$

注意：被除数的所有数字是可疑数字时，其商为可疑数字。

（3）乘方、开方的有效位数与其底数的有效位数相同。

例：$39.2^{\frac{1}{2}}=6.26$　　　$6.26^2=39.2$

（4）三角函数的有效位数与其角度的有效位数相同。

（5）对数的有效位数与其真数的有效位数相同。

（6）混合运算中，结果的有效位数比按规定运算多保留一位。

例：$\dfrac{(11.37-10.52)\times275}{11.37}=\dfrac{0.85\times275}{11.37}=20.5$

（7）常数 π、e、$\sqrt{2}$ 等有效位数，在运算中通常取得与各量中有效位数最少的一样。指定数（如测单摆振动100次的时间来计算其周期，100次就是指定数）的有效位数不论怎样取法，都不影响结果的有效位数。

例：用单摆法测重力加速度g时，实验测得摆长L＝100.23厘米，振动100次的时间t＝200.2秒，求重力加速度。

解：根据单摆公式 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$，可知 $g=4\pi^2\dfrac{L}{T^2}$，所以周期

$$T=\frac{t}{n}=\frac{200.2}{100}=2.002\ (秒)$$

重力加速度

$$g=4\pi^2\frac{L}{T^2}=4\times(3.142)^2\times\frac{100.23}{(2.002)^2}=9.875\ (米/秒)$$

按照上面所说的近似方法定出的有效位数，绝大多数情况与误差确定的有效位数相一致，少数例外者待算出误差后稍加修改即可。

（四）误差的估算

1．直接测量误差的估算

（1）单次直接测量的误差估算

由于条件不许可，对某一待测量的直接测量只能进行一次，或测量精度要求不高，测一次就够了，在此情况下，可根据仪器的精度和当时的具体测量条件，对单次测量误差作出合理的估计。一般说来，仪器的误差在出厂鉴定书或仪器上已经注明，这个误差可以作为单次直接测量误差的估计值。如果没有注明，也可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的误差，例如用米尺测量长度，米尺的最小分度是1 mm，单次测量误差可估计为0.5mm.

（2）多次直接测量误差的估算

实验中待测量的真值是不知道的，测量列的算术平均值$\overline{X}$是最佳估计值。第i次测量值与算术平均值之差 $d_i=x_i-\overline{x}$ 叫做第i次测量的偏差。因此，n次直接测量偏差绝对值的算术平均值，叫做直接测量列的算术平均偏差，即

$$\delta=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|d_i| \qquad (1-7)$$

要注意的是，偏差和误差是有区别的，但在精度要求不高的实验中，可将算术平均偏差作为算术平均误差进行运算。

例：用托里拆利管直接测量大气压强四次，测量值与计算结果列表记录如下：

表1—1

	大气压强 p (cmHg)	偏差 (cm)	相对误差	结果 (cmHg)
1	72.3	0.1	$E=\frac{\delta}{\overline{p}}\times100\%$	
2	72.0	0.2		$p=\overline{p}\pm\delta$
3	72.2	0	$=\frac{0.1}{72.2}\times100\%$	$=(72.2\pm0.1)$
4	72.3	0.1	$=0.1\%$	或$p=\overline{p}(1\pm E)$
平均	$\overline{p}=72.2$	$\delta=0.1$		$=72.2(1+0.1\%)$

2．间接测量误差的估算

（1）间接测量误差的传递与合成

利用一定的关系式计算间接测得量时，因式中的直接测得量都含有误差，所以，间接测

得量也必然有误差，这就是误差的传递与合成。

假设N为间接测得量，x、y、z……为直接测得量，它们之间的关系为

$$N=f(x, y, z\cdots\cdots) \qquad (1-8)$$

各直接测得量可以表示为 $X=\overline{X}\pm\delta x$，$y=\overline{y}\pm\delta y$，$Z=\overline{Z}\pm\delta z\cdots\cdots$，代入上式计算，间接测得量的结果可写成

$$N=\overline{N}\pm\delta N \qquad E=\frac{\delta N}{\overline{N}}$$

式中$\overline{N}=f(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}\cdots\cdots)$是间接测得量的算术平均值，是把各个直接测得量的平均值代入公式经计算得出的。δN是间接测得量的算术平均误差，它的计算方法讨论如下：

①如果间接测得量是二直接测得量的和（或差）即

$$N=x\pm y$$

将$x=\overline{x}\pm\delta x$、$y=\overline{y}\pm\delta y$代入上式，得

$$N=\overline{N}\pm\delta N=(\overline{x}\pm\delta x)\pm(y\pm\delta y)$$

容易看出

$$\overline{N}=\overline{x}\pm\overline{y}$$

$$\delta N=\delta x+\delta y$$

考虑到测量精度最差的情况，把δN的最大绝对误差作为间接测得量的算术平均误差，于是

$$\delta N=\pm\delta x\pm\delta y \qquad (1-9)$$

即两量之和（或差）的绝对误差等于两量的算术平均误差之和。

最大相对误差为

$$E=\frac{\delta N}{N}=\frac{x\delta+\delta y}{x\pm y}\times 100\% \qquad (1-10)$$

②如果间接测得量与直接测得量间是一般的函数关系〔$N=f(x, y, z\cdots\cdots)$〕，间接测量误差计算公式可由对函数的全微分求得

$$dN=\frac{\partial f(x, y, z\cdots\cdots)}{\partial x}dx+\frac{\partial f(x, y, z\cdots\cdots)}{\partial y}dz+$$

$$\frac{\partial f(x, y, z\cdots\cdots)}{\partial z}dz+\cdots\cdots \qquad (1-11)$$

上式就是误差传递与合成的基本公式 其中$\frac{\partial f}{\partial x}dx$、$\frac{\partial f}{\partial y}dy$、$\frac{\partial f}{\partial z}dz$……各项叫做分误差、$\frac{\partial f}{\partial x}$、$\frac{\partial f}{\partial y}$、$\frac{\partial f}{\partial z}$叫做误差的传递系数。

将（1—11）式改写成计算间接测量的算术平均误差公式时，式中的dN、dx、dy、dz……分别用直接测得量的算术平均误差δ_N、δ_x、δ_y、、δ_z……代替。考虑到误差可能出现的最大值，右方各项均取绝对值，于是算术平均误差的传递合成公式为

$$\delta N=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\delta x+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\delta y+\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\delta z+\cdots\cdots \qquad (1-12)$$

上式里误差传递系数中的x、y、z……，在计算时均用$\overline{x}$、$\overline{y}$、$\overline{z}$……代替，相对误差公式可写成

$$E=\frac{\delta N}{\overline{N}}=\frac{1}{\overline{N}}\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\delta x+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\delta y+\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\delta z\cdots\cdots(1-13)$$

其中$\overline{N}=f(\overline{x},\overline{y},\overline{z},\cdots\cdots)$。应用（1－12）式和（1－13）式导出的几种常用函数关系的算术平均误差传递合成公式列于表（1－2）中。

在上述算术平均误差的估算中，各项误差取绝对值相加，是考虑了最不利的情况同时出现而设计的，虽然对间接测量误差有所夸大，但是，作为实验结果的误差分析，实验设计的粗略误差估算是有意义的。

例 有一圆柱体，直接测得其高$h=10.0\pm0.1\text{cm}$，直径$d=5.00\pm0.01\text{cm}$，计算这个圆柱体体积的相对误差和算术平均误差，并写出测量结果

解 已知圆柱体的体积公式$V=\frac{\pi}{4}hd^2$，根据相对误差公式（1－13），圆柱体的相对误差

$$E=\frac{\delta V}{V}=\frac{1}{V}\left(\left|\frac{\partial V}{\partial h}\right|\delta h+\left|\frac{\partial V}{\partial d}\right|\delta d\right)$$

$$=\frac{1}{\frac{\pi}{4}\overline{h}\,\overline{d}^2}\left(\frac{\pi}{4}\overline{d}^2\,\delta h+\frac{\pi}{4}\overline{h}\cdot2\overline{d}\,\delta d\right)$$

$$=\frac{\delta h}{h}+2\frac{\delta d}{d}$$

$$=\frac{0.1}{10.0}+\frac{2\times0.01}{5.00}$$

$$=1\%$$

圆柱体的平均值

$$\overline{V}=\frac{\pi}{4}\overline{h}\overline{d}^2=\frac{1}{4}\times3.14\times10.0\times5.00^2=196.2(\text{cm}^3)$$

圆柱体的算术平均误差

$$\delta V=E\cdot\overline{V}=0.01\times196.2=2\text{ cm}$$

算术平均误差取在个位，因此，$\overline{V}$的有效值也取到个位，于是测量结果写成

$$V=\overline{V}\pm\delta V=(196\pm2)\text{cm}$$

或 $$V=\overline{V}(1+E)=196(1+1\%)\text{cm}.$$

（2）误差传递合成公式对误差分析和选择仪器的指导意义

根据误差传递合成公式可知，在误差合成时起主要作用的常常是其中一、二项或少数几项分误差。由于误差本身是估计值，一般说来，在计算中把小于最大分误差1/10略去不计，并不影响总误差，这一点在分析误差、估计误差时是很有意义的，可以大大地简化计算。在分析误差时，常常不必把误差合成公式全部写出，根据具体情况，在每一步计算中都可略去较小项，以便分析主要因素的影响。

误差传递公式对选择仪器也有指导意义。根据间接量与直接量之间的函数关系，由（1－12）式可找出影响总误差的主要分误差因素，为了减小测量总误差，对于主要因素的直接测量仪器，要将其精度选择得高一些。例如，由上例中圆柱体的体积公式可以看出，直径比高对总误差的影响大，为了减小总误差，对大的圆柱体，测高用米尺，测直径用游标卡尺。对于小的圆柱体，测高用游标卡尺，测直径用千分尺。

表1－2　　常用函数关系的算术平均误差传递合成公式

函数关系	间接测得量的算术平均误差 δN	相对误差
$N=f(x, y, z\cdots)$	术平均误差 δN	$E=\frac{\delta N}{\bar{N}}$
$x \pm y$	$\delta N+\delta y$	$\frac{\delta x+\delta y}{\bar{x} \pm \bar{y}}$
$x \cdot y$	$\bar{y}\,\delta x+\bar{x}\,\delta y$	$\frac{\delta x}{\bar{x}}+\frac{\delta y}{\bar{y}}$
x^n	$n \cdot \bar{x}^{(n-1)}\,\delta x$	$n \cdot \frac{\delta X}{\bar{x}}$
$x^{\frac{1}{n}}$	$\frac{1}{n} \bar{x}^{\left(\frac{1}{n}-1\right)}\,\delta x$	$\frac{1}{n} \cdot \frac{\delta X}{\bar{x}}$
$\frac{x}{y}$	$\frac{\bar{y} \cdot \delta x+\bar{x}\,\delta y}{\bar{y}^2}$	$\frac{\delta x}{\bar{x}}+\frac{\delta y}{\bar{y}}$
$\sin x$	$\lvert\cos \bar{x}\rvert \cdot \delta x$	$\lvert\operatorname{ctg} \bar{x}\rvert \cdot \delta x$
$\cos x$	$\lvert\sin \bar{x}\rvert \cdot \delta x$	$\lvert\operatorname{tg} \bar{x}\rvert \cdot \delta x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{\delta x}{\cos^2 \bar{x}}$	$\frac{2\,\delta x}{\lvert\sin 2\bar{x}\rvert}$
$\operatorname{ctg} x$	$\frac{\delta x}{\sin^2 \bar{x}}$	$\frac{2\,\delta x}{\lvert\sin 2\bar{x}\rvert}$
$\ln x$	$\frac{\delta x}{\bar{x}}$	$\frac{\delta x}{\bar{x}\,\mathrm{Ln}\,\bar{x}}$

三、实验数据的表记和图示

（一）列表记录

物理实验中常将测量数据列表记录。数据列表可以清楚地表示出有关物理量之间的对应关系，便于检查测量结果是否合理，并有助于分析物理量之间存在的规律性关系。因此，表格设计要简明，易于看出有关量间的关系；表中各符号所代表物理量的意义要清楚并写出单位；单位一般写在标题栏中，不重复地记录在各数字上；表中数据要正确地选用测量结果的有效数字，以反映测量的精度；在表中不能说明的问题，可在表下加以说明。

（二）描绘实验曲线

在物理实验中，对几个物理量需要同时测量，这些测量值之间往往有一定的内在物理规律，其规律可用实验图线来表示，即实验曲线的图示。

描绘实验图线应注意以下几点：

1．为使图线描绘准确，测量的数据点应尽可能地多。

2．作实验曲线要用坐标纸，坐标纸的大小，要根据实验数据的有效数字而定，尽量使数据中的有效数字都能标出。

3．确定坐标轴，以横轴代表自变量，以纵轴代表因变量，并在轴的末端近旁注明轴的名称和单位。图纸上部要标明图名。

4．确定分度值（坐标轴每格代表的物理量数值）：原则上应使坐标轴上每一小格代表的物理量数值与测量值的有效位数中最末一位可靠数字相对应。为使读数方便，以不用计算就能直接读出曲线上每一点的坐标为宜。常使每一小格所代表的值为 1、 2、 5，而不用 3、7、9。

两轴比例选择要合适，使曲线倾斜度接近于45°（或135°），不要偏于一角或一边。横轴和纵轴可以选取不同的分度值，坐标原点一般不取为零值，除非数据从零开始。

5．标点：每对数据要用符号在坐标纸上清晰而准确地标出。常用的符号有“×”、“+”、“△”、“⊙”，符号中心与实验点对应。曲线作好以后，这些符号不允许擦去，它起着保存原始数据记录的作用，便于复核数据。不是同一图线，不要使用相同的符号。

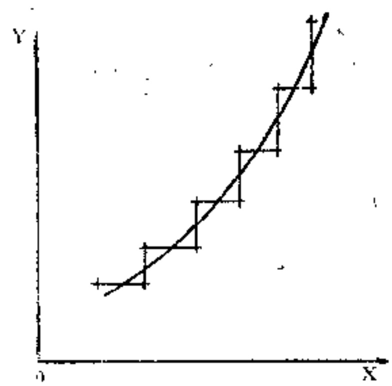


图 1－2

各点标出后，可以看出各点大体分布在一图线的两侧，个别点偏离较远，其数据应予以复核。

6．连线：为了尽可能地减小误差，使图线更接近于物理量之间的关系，先把相邻各点连成折线，找出各段折线的中点，然后凭直觉观察，用直尺或曲线尺把各中点连成一条光滑的曲线，如图 1－2 所示。