

全国高等农业院校试用教材

农业化学研究法

西北农学院、华南农学院 主编

土 化 专 业 用

农 业 出 版 社

全国高等农业院校试用教材

农业化学研究法

西北农学院 主编
华南农学院

土化专业用

农业出版社

S131

65

主 编：西北农学院 李昌纬

华南农学院 连兆煌

编写人员：北京农业大学 毛达如 杨志禧

沈阳农学院 邱忠祥 金耀青

东北农学院 余容扬

西北农学院 肖俊璋

华中农学院 尹名济

福建农学院 林齐民

吉林农业大学 周祖澄

天津师范学院 王焘宽

全国高等农业院校试用教材

农 业 化 学 研 究 法

西北农学院 主编
华南农学院

农业出版社出版（北京朝内大街130号）

新华书店北京发行所发行 西安新华印刷厂印刷

787×1092 毫米 16 开本 20.75印张 450千字

1980年12月第1版 1980年12月西安第1次印刷

印数 1—7,300 册

统一书号 13144·224 定价 2.15 元

说 明

根据农林部1977年关于编写高等农林院校试用教材的指示精神和土壤农化专业对《农业化学研究法》课程的要求写成本教材。

本教材内容包括误差理论与试验设计、田间试验、培养试验、示踪原子法、调查研究、统计分析和电子计算机在农化研究中的应用等方面。各校可以根据本身的课程设置和设备等条件进行安排。

本教材的初稿曾由中国科学院南京土壤研究所、中国农业科学院土壤肥料研究所、广东省农业科学院土壤肥料研究所、广东省开平县农业科学研究所、南京农学院、西南农学院、四川农学院、山西农学院、河北农业大学、湖南农学院、山东农学院等单位进行审阅，并提出许多宝贵意见，谨在此表示感谢。

编 者

一九七九年元月

目 录

绪论	(1)
第一章 误差理论与试验设计	(5)
第一节 误差的基本理论	(5)
第二节 试验设计	(25)
第二章 田间试验法	(39)
第一节 田间试验方法设计	(40)
第二节 田间试验的实施	(53)
第三节 田间试验的收获及资料的初步整理	(62)
第四节 特殊条件下的田间试验特点	(65)
第三章 培养试验法	(70)
第一节 土培试验	(70)
第二节 水培试验	(78)
第三节 砂培试验	(90)
第四节 其他培养试验	(94)
第五节 农化培养室的建立	(106)
第四章 示踪原子法	(113)
第一节 基本知识	(114)
第二节 同位素测量技术与安全防护	(124)
第三节 示踪肥料试验设置原理与技术	(140)
第四节 示踪样本的采集、处理与测量	(149)
第五节 示踪原子法在农化研究中的应用概况及实例	(159)
第五章 统计检验与方差分析	(167)
第一节 统计检验	(167)
第二节 方差分析	(179)
第三节 农化试验结果的方差分析	(185)
第六章 相关与回归	(205)
第一节 相关与回归的概念	(205)
第二节 直线回归	(207)
第三节 曲线回归	(218)
第四节 多元回归	(222)
第五节 协方差分析	(240)

第七章 调查研究.....	(253)
第一节 为制定肥料规划而进行的调查研究	(254)
第二节 肥料资源的调查	(260)
第三节 作物营养生理病害的调查	(264)
第四节 资料的整理与总结	(269)
第八章 电子计算机在农化研究中的应用.....	(277)
第一节 电子计算机的基本知识	(277)
第二节 计算机的算法语言	(283)
第三节 数字电子计算机在农化研究中的应用.....	(293)
附录.....	(300)
一些常见的曲线方程图形	(300)
附录表	(303)

绪 论

一、科学试验在农业化学发展中的作用

农业化学是研究植物营养和施肥的科学。它的主要任务是研究土壤养分状况及其演变规律，作物对养分的吸收利用规律和肥料的性质，特别是研究这三者之间的相互关系，进而确定合理施肥的措施，以调节这些关系，达到培肥土壤、提高作物产量与改良作物品质的目的。

科学来源于实践。农业化学是人类在农业生产实践和科学试验中对植物营养和施肥的不断认识的总结。人类在数千年的农业生产实践中，经过长期的反复的实践——认识——再实践，逐步形成了土壤具有肥力的概念，认识到各种自然肥料的增产作用，总结出利用自然肥料、栽培绿肥以及因土因作物进行合理施肥等一系列技术措施。我国农业历史悠久，早在公元前十一世纪至四世纪就有了施肥的记载。但是自然界和生产中出现的现象往往是错综复杂的，是内外因素综合作用的结果。通过生产实践，只能在宏观上去认识所发生的现象，不能深入到微观世界去说明事物内部变化的实质。所以从生产实践所得到的经验，常带有一定的局限性。要想深入地认识和掌握事物内在的规律性，还必须借助于科学试验。

人们在对客观事物的观察中，积累了许多感性认识，从这些感性认识的抽象，形成了假设，然后根据假设进行科学试验。科学试验就是用人工的办法使欲研究的现象发生在便于研究的条件和环境中，以检验假设能否成立。由试验所得到的结果，再回到生产中去，既指导生产实践，又受生产实践的检验，人们又在新的实践中，进行新的观察，积累新的事实，设置新的试验。随着不断的反复的观察、试验和分析，逐步的去粗取精、去伪存真，由此及彼、由表及里，使认识不断深化。例如在现代农业化学建立以前的很久，我国及希腊、罗马的农民已经从生产实践中认识到豆科作物的肥田养地作用，因而用它们进行轮作养地和压青肥地。但是，只靠在生产实践中的直接观察根本无法知道，它们为什么能肥地。随着科学的发展，十九世纪中叶，布森高 (Boussingault) 在人工控制条件下，进行了七年细致的田间试验、砂培试验和化学分析以后，才在1841年明确提出了：豆科植物能利用空气中的氮素使土中氮素增加而其它植物则只能从土中吸收氮素。又经过四十多年 (1883—1886年) 海罗芮格 (Hellrigel) 经过培养试验的观察分析，又确定了根瘤在豆科植物氮素营养中的作用。1888—1890年伯尔蓉克 (Beijerinck) 进一步从根瘤中分离出了根瘤菌。根瘤菌的发现为根瘤菌剂在生产上的应用，提供了理论基础。近几十年来，人们对根瘤菌的固氮机制进行了长期的试验研究。现在已能说明豆科作物固氮的主要化学过程

和参与固氮作用的酶作用。科学家们正在努力争取将它们应用到化肥工业和遗传工程上去,以期能为农业提供更多而廉价的化肥和能固氮的作物新品种。在一定意义上讲,农业化学的发展史是不断进行科学试验的历史。

二、农业化学的研究方法及其意义

先进而严密的研究方法能推动科学技术的不断发展。只有掌握了相应的研究方法,才能保证在最短的时间内,以最高的精确度和可靠性来完成预期的研究任务。在农业化学发展过程中,不断完善起来的研究方法也始终起着十分积极的作用。农业化学研究法的内容包括生物、化学、物理、数学的各种试验研究方法和调查研究方法。这些方法各有它的特点和局限性,但是将它们密切配合却能相辅相成,使研究不断深入。

田间试验是农化研究的基本方法。它是在田间自然的土壤气候条件下进行的生物试验。它的任务是在田间条件下阐明各种肥料的肥效,不同肥料相互配合的效果以及土壤、植物、肥料间的相互作用,为合理施肥提供科学依据,为不同土壤、气候、农业技术条件选择最佳施肥方案。因为它是在最接近于生产条件的情况下进行的,应用它不但能研究不同因素的作用方向,而且能研究不同因素在具体的土壤、气候和技术条件下作用的大小,它的结果在生产上具有更实际的指导意义。一切其它试验成果在应用于生产以前也都应经过田间试验的检验。

培养试验是在人工控制水分、光照、温度等条件下,采用特殊容器,给予特定营养环境进行的作物营养与施肥的研究,根据栽培作物的营养环境条件又可将它分成土培、砂培、水培以及其它特殊的培养方法。培养试验的任务是进一步揭露作物营养和各种肥料效应的实质,确定因素的作用方向。它可以作田间试验的深入和补充,也可以是对生产中的农化问题进行的探索试验。

农业化学分析是研究土壤—植物—肥料体系内营养物质运动的必需手段。它可以与其它方法密切配合,帮助我们认识研究过程中出现的有关化学现象;也可以独立进行营养诊断和障碍因素诊断等,为施肥提供建议。随着农化分析方法的日益发展,它已成为一门独立的课程,所以在本课程中不再进行讲授。

统计分析是用数学逻辑研究总体变量的方法。它从误差理论出发,一方面提出控制误差的具体途径,帮助确定正确的试验设计,以减少试验误差,提高试验工作的精确度;另一方面,它研究误差出现的规律性,确定对各类试验数据中误差的估计方法,帮助评定试验结果的可靠性,使试验者能客观地认识试验资料,进而合理地判断试验结果,做出正确的科学结论。所以它在包括试验研究和调查研究的各种方法中都是一种不可缺少的手段。

示踪原子法就是利用放射性及稳定性同位素能示踪的特性,追踪它们的变化以揭露物质运动的规律。示踪原子法在农化研究中的应用,为深入了解植物营养和新陈代谢的实质,为探索和揭露土壤、植物、肥料三者之间的复杂关系提供了新的手段。在田间试验,培养试验及实验室试验中应用示踪原子法,可以缩短试验进程,简化操作手续,提高工作效率。

率，特别是能揭示原来无法解决或解决不够深入的问题。例如，植物对土壤及肥料中营养元素的吸收利用率；肥料成分在土壤中的转化及损失机制；营养元素在植物体中的同化过程；生物固氮的实质等，用示踪原子法进行试验研究，都获得了更加深入的认识。

调查研究也是研究农业化学的一个重要方法。根据调查研究的目的可以将它分成三类，即：对先进经验的总结；对存在问题的分析和对自然肥源的了解。和试验研究一样，调查研究的方法、内容也随着科学的发展而不断地完善着。在进行农化方面的调查研究时应尽可能带上必要的分析鉴定仪器，在调查现场时，应注意采集必要的样品，准备在实验室内进一步分析研究。为了检查调查所得原始资料的代表性，探索他们的规律性往往还要做相应的统计分析。解放三十年来土壤农化科技工作者深入生产实际，与农村社员结合进行了大量的调查研究，应该认真总结在这面积累的工作经验。

除了上述常用的方法外，数学方法对土壤肥力和植物营养理论的影响正在日益增大。从胶体、能量、电化学等各种物理化学角度对土壤、植物、肥料体系内的动力学研究也在不断深入。根据研究工作的需要还可以充分应用其它学科的各种方法，如微生物学技术，生物化学方法等。

当前，科学技术以原子能的利用、电子计算机技术和空间技术的发展为主要标志，正在经历着一场不断的变革，农化研究也在经历着一次大的变革。电子计算机及一些快速、精确、自动化分析仪器的应用，对于人类进一步掌握土壤、植物、肥料以及它们中间相互关系的客观规律，进而对它们进行预测预控，提供了良好的条件，展示了宏伟的前景。电子计算机的主要优点是它的存储能力（或记忆能力）大，能对资料作逻辑判断，计算的速度快、精度高。现代一些新型分析仪器的特点是自动化、精度高、速度快。它们在农化研究中的应用，提供了在短时间内进行大量样品的分析，对于许多因素进行多元分析和对于生活的作物进行动态研究的有利条件。过去的肥料试验往往根据少数田块的增产效应及其误差范围，来考察某一地区土壤对于肥料的需求情况。近年已趋向于通过大量田块的多点试验来说明问题。随着电子计算机的应用，大大促进了试验研究方法的发展，如近代发展起来的回归旋转设计，回归最优设计以及模拟试验等，已逐步应用于各种试验研究之中。

三、农业化学研究的任务

科学是生产力。实现四个现代化，关键是抓好科学技术现代化。现代化农业必须建立在先进的农业科学技术的基础上。在农业中要真正开展好科学种田，也必须组织好以专业研究队伍为骨干带动亿万农民参加的持续而深入的农业科学试验活动。由于土壤、肥料、作物种类的千变万化，而它们还受到不同地区、不同年份等自然条件变化的影响，在植物营养和施肥问题的研究中始终存在着两方面的任务：一方面必须继续深入地研究土壤—植物—肥料体系的各种基本规律，以及人工调控农业中营养物质循环过程的技术措施；另一方面在运用已知的农化知识从事生产活动时，还必须结合当时当地的特殊条件和要求，进行具体的试验研究。例如，我们既要深入研究氮素化肥利用率低的基本理论及控制方法，

又要细致观察当前在本地区不同生产水平的社队中，在不同土壤、不同作物情况下，各种氮肥的实际损失情况和肥效，考察各种提高氮肥利用率的措施在当地的具體效果。这两者之间存在提高和普及的辩证关系，在普及的基础上提高，在提高的指导下普及。提高时需要有严谨的科学试验；普及中也要组织大量细致的试验研究，昨天看去还是局限于专业研究的工作；今天、明天可能已经普及到生产试验中去。因此，从事农业化学专业研究工作的同志必须熟练地掌握研究方法，不断地应用先进的理论和技术推动农业化学试验研究的发展，这是实现农业现代化的迫切需要。

农业化学是生物科学。正确的农化试验结果必须在正确的农业技术措施配合下才能获得。各种营养及肥料试验的结果也要从作物的生物学性状上去观察。因此，要正确运用农化研究法，多、快、好、省地完成各项试验研究任务，必须十分重视数学、物理、化学、植物学、植物生理学、生物化学、作物栽培学等学科中的一些基本理论与方法的熟练应用。进行农业化学研究还必须强调理论和实际的统一，树立实事求是的科学态度，坚持辩证唯物主义的观点与方法。

为了实现农业现代化，有很多关于植物营养与施肥的理论和技术问题需要我们去研究解决。农化工作者必须以“攻关”的精神树雄心、立壮志、攀高峰，充分引用现代基础科学的新成就、新技术，实现本学科研究手段的现代化，出色完成历史赋予我们的使命，为人类做出较大贡献。

第一章 误差理论与试验设计

试验研究是认识世界和改造世界十分有效的工具，对于发展生产和提高科学水平有着非常重要的推动作用。

由于偶然因素的客观存在，任何试验研究，误差总是难免的，尤其是生物试验，受环境条件的影响更大，造成误差的因素更多。试验误差的大小，反映了试验精确度的高低和试验结果的可靠程度。试验误差愈小，试验的精确度愈高，试验愈可靠，试验结果也就能更好的反映客观规律，可以更好的去认识和改造世界；反之试验误差愈大，试验的可靠性愈差，试验结果也就不能很好的反映客观实际，甚至优劣颠倒，南辕北辙。应用不可靠的试验结果，不仅不能正确地认识和改造世界，甚至还会受到客观规律的惩罚。由此可见，误差是试验研究中一个十分重要的问题，它直接关系到试验研究的成败和能否达到预期的结果。要搞好试验研究，必须掌握误差的产生、形成、分布规律以及如何控制和正确估计误差的基本理论与方法。

由于试验误差是在进行试验的整个过程中产生和形成的，所以，从试验的设计到试验实施的全部过程中，都需要以误差理论作指导，以达到降低试验误差，提高试验精确度的目的，并为试验结果的统计分析打下基础。

第一节 误差的基本理论

一、总体与样本

总体就是同质事物的全体，也称全群或集团。构成总体的每一个成员叫做个体或总体单元。所谓同质，也不是绝对的，而是相对的，是有条件的，是随着研究目的而变的。比如我们研究小麦籽粒中氮素的含量，所有小麦就构成一个总体，每一品种小麦籽粒中的含氮量就是一个总体单元；如果我们仅研究“丰产三号”小麦籽粒中的氮素含量，则其总体只包括所有“丰产三号”小麦，而不同栽培条件下“丰产三号”小麦籽粒中的含氮量就是一个总体单元。因此，总体的大小，也就是总体所包含个体数目的多少，可能是有限的，也可能是无限的，前者称为有限型，后者称为无限型。误差理论大多都是建立在无限型总体的基础上。

我们对事物的观察和研究，在于找出其总体的客观规律性。由于一个总体中所包含的个体往往很多，甚至无穷，以致在研究时不能对其一一加以考察；有时测定是破坏性的，尽管总体所包含的个体有限，也不允许全部加以考察。因此，我们只能从总体中取出一部

262182

分个体进行研究,这部分个体的总合叫做样本或抽样总体。几乎所有的研究工作,都是通过样本来了解总体。根据包括个体数目的多少,样本也有大小之分,一般包含个体30个以上者为大样本,30个或30个以下者为小样本。

(一) 真值与平均值 在一定条件下,事物所具有的真实数值就是真值。由于偶然因素不可避免的存在和影响,实际上真值是无法测得的。如测定一个土样的含氮量,由于测定仪器、测定方法、环境条件、测定过程、测定者的技术等因素的影响,测定十次就可能得到十个不同的结果。显然,土样含氮量的真值只有一个,在十个结果中就无法肯定那一个是真值。偶然因素对事物的影响,有正有负,有大有小,根据误差分布定律,偶然因素对事物的正负作用大小相等,概率相同。因此,如果将土样含氮量测定的次数无限增多,求出所有测定结果的平均值,则偶然因素的正负作用相抵消,在无系统误差的情况下,这个平均值就极近于真值,一般就把这个平均值当作真值看待。在实际中,我们的测定次数总是有限的,故其平均值只能是近似真值或称最佳值。

平均值的另一个意义,它是变事物物的代表值,能反映变事物物的集中性。任何事物的存在,总是和它周围的环境条件连系在一起的,同一总体中的个体,不可能都处在绝对相同的条件之中,因而个体间的变异也是必然的。例如在同一麦田中,不同植株的高度、穗长、粒数、粒重等总是有差异的。

同一总体中,个体间具有变异的每种性状或特性,在量的方面可以表现为不同的数值,对于这种因个体不同而变异的量,在统计上称为变量,而不同个体在某一性状上具体表现的数值,则称为观察值。如小麦株高就是一个变量,某株高102厘米就是一个观察值。总体平均值,由于偶然因素正负作用的抵消,所以最能反映总体的典型水平和总体集中性的特征。凡能说明总体特征的数值如平均值、方差、标准差、变异系数等称为总体特征数,一般都假定总体特征数来自无限型总体,所以我们可以把总体特征数作为真值来理解,样本特征数是总体特征数的近似值或估计数。

平均值有多种,现仅介绍在农化研究中应用最广的算术平均值。算术平均值也称平均数或均数,是观察值总和除以观察值个数的商。

设样本平均数为 $\bar{x}$ (读 x bar) 其观察值为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 则

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n} \quad (1.1)$$

式中: Σ 为求和的意思, $\sum_{i=1}^n x_i$ 为 $\sum x$ 的简写,表示从 x_1 加到 x_n 的和。

由(1.1)得: $\sum x - n\bar{x} = 0$

同时: $\sum (x - \bar{x}) = \sum x - n\bar{x} = 0 \quad (1.2)$

由(1.2)知: 一个样本中各个观察值与平均数的差数 $(x - \bar{x})$ (称离均差) 的总和即 $\sum (x - \bar{x})$ 等于零, 这是平均数很重要的特性之一。

在计算平均数时, 如果观察值 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 在样本中的比重不同, 式 (1.1) 就不适用, 应按加权平均数法进行计算。其计算公式为:

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum f x}{\sum f} \quad (1.3)$$

式中 $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ 为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 在样本中所占的比重, 称为权数, 即对不同观察值有权衡轻重的作用。用式 (1.3) 求出的平均数一般称加权算术平均数, 简称加权平均数。如果不同观察值的 f 相等, 则式 (1.3) 与式 (1.1) 完全相同。

例如某生产队共种五块小麦, 各地块的面积为10, 20, 40, 15, 15亩, 其对应的小麦产量为600, 500, 400, 300, 600斤/亩, 求这个生产队小麦的平均亩产。

显然, 各地块的面积不同, 其亩产在全队平均亩产中的比重也就不同, 故应按式 (1.3) 进行计算。各地块的面积为 f , 各地块的亩产为 x , 则:

$$\sum f x = 10 \times 600 + 20 \times 500 + 40 \times 400 + 15 \times 300 + 15 \times 600 = 45500$$

$$\sum f = 10 + 20 + 40 + 15 + 15 = 100$$

$$\therefore \text{生产队平均亩产}(\bar{x}) = \frac{\sum f x}{\sum f} = \frac{45500}{100} = 455 \text{斤/亩}$$

(二) 样本变异性的度量 平均值只能反映变异事物的集中性, 不能说明其变异情况, 往往不同样本的平均值相等, 但其变异情况却相差很大, 比如4与6的平均值为5, 而1与9的平均值也是5, 显然二者是不相同的, 仅看平均值就无法区别。因此, 还需要描述样本变异的特征数。衡量样本变异的大小, 通常有下列几种方法:

1. 极差 样本观察值中最大值与最小值之差称为极差, 亦称变异幅度或全距, 用 R 表示, 即:

$$R = \max \{ x_1, x_2, \dots, x_n \} - \min \{ x_1, x_2, \dots, x_n \} \quad (1.4)$$

式中: $\max$ 和 $\min$ 分别表示 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 中最大值和最小值。极差简单直观, 便于计算, 其缺点是只取两极端值, 与其它观察值不发生关系, 没有充分利用数据所提供的信息, 不能完全说明观察值间的变异程度, 所以反映实际情况的精确度较差。

2. 方差 平均数是总体或样本的代表值, 以平均数为标准, 每个观察值与平均数的偏差即离均差, 可以说明不同观察值的变异程度。一个总体或样本包含很多观察值, 也就有很多离均差, 要反映总体或样本变异的一般水平, 就应求出离均差的平均值, 但是, 不论总体或样本的变异情况如何, 把所有的离均差加起来, 由于正负相抵消, 总是等于零, 无法反映变异大小。为了克服这个问题, 可用离均差的绝对值, 但计算上不甚方便, 最好的办法是将离均差平方, 不仅消除了负号, 而且使离均差增大, 更有利于度量变异程度的灵敏性。离均差平方的平均数就称为方差。

设总体的平均数为 μ , 方差为 σ^2 , 其计算公式为:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \mu)^2}{N} \quad (1.5)$$

式中: $\sum(x-\mu)^2$ ——离均差平方和简称平方和

N ——总体中观察值的个数

总体的方差一般不易获得, 通常是用样本进行估计, 根据数学理论推知, 要达到无偏估计, 样本方差的计算公式如下:

设样本含有 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ n 个观察值, 平均数为 $\bar{x}$, 方差为 S^2

$$\text{则} \quad S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1} \quad (1.6)$$

一个样本含 n 个观察值, 则得 n 个离均差, 由于受 $\sum(x-\bar{x})=0$ 这个条件的限制, 其中有 $n-1$ 个可以自由变动, 最后一个就没有变动的自由, 例如有 4 个观察值, 其中 3 个离均差为 2, 2, -3, 则第 4 个离均差就必须等于 -1, 才能达到 $\sum(x-\bar{x})=0$, 所以在统计学上把 $n-1$ 称为自由度。显然, 如受 K 个条件限制, 则其自由度就为 $n-K$ 。

3. 单次标准差 方差的平方根称为单次标准差, 简称标准差。在计算方差时, 离均差经过平方, 原来的度量单位 (如斤、厘米等) 也随之变为平方, 再经开平方又恢复原来的度量单位, 所以标准差是个有名数, 其度量单位与观察值相同。

设总体标准差为 σ , 样本标准差为 S , 则

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\mu)^2}{N}} \quad (1.7)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.8)$$

在计算方差或标准差中, 计算 $\sum(x-\bar{x})^2$ 是主要工作, 有时直接计算较为麻烦, 需要采取简化方法, 常用的有:

1. 变量平方法

$$\begin{aligned} \because \quad \sum(x-\bar{x})^2 &= \sum(x^2 - 2x\bar{x} + \bar{x}^2) \\ &= \sum x^2 - 2\bar{x}\sum x + n\bar{x}^2 \\ &= \sum x^2 - 2\bar{x}n \frac{\sum x}{n} + n\bar{x}^2 \\ &= \sum x^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 \\ &= \sum x^2 - n\bar{x}^2 \\ &= \sum x^2 - n\left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 \\ &= \sum x^2 - n \frac{(\sum x)^2}{n^2} \\ &= \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \end{aligned}$$

$$\therefore S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}} \quad (1.9)$$

2. 数值缩简法

设 a 为任意数 $x' = x - a$ $\bar{x}' = \bar{x} - a$

则 $x = x' + a$ $\bar{x} = \bar{x}' + a$ 代入平方和公式得:

$$\begin{aligned} \sum (x - \bar{x})^2 &= \sum [(x + a) - (\bar{x}' + a)]^2 \\ &= \sum (x' + a - \bar{x}' - a)^2 \\ &= \sum (x - \bar{x}')^2 \\ &= \sum x'^2 - n\bar{x}'^2 \\ &= \sum x'^2 - \frac{(\sum x')^2}{n} \end{aligned} \quad (1.10)$$

式 (1.10) 证明, x 减去一任意数后进行计算, 与用 x 直接计算平方和完全相等。在实际中, 如观察值数值较大, 可按情况减去一数, 再根据式 (1.9) 进行计算, 能大大减少计算工作量。

3. 化整算法 有时观察值在小数后的位数较多, 为了简化计算, 可将观察值乘 (或除) 某一数, 使之变为整数, 然后再进行计算, 最后将计算结果再作相应的修正。

设 b 为任意数 $bx = x'$ $b\bar{x} = \bar{x}'$

$$\text{则: } x = \frac{x'}{b} \quad \bar{x} = \frac{\bar{x}'}{b}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum (x - \bar{x})^2 &= \sum x^2 - n\bar{x}^2 \\ &= \sum \left(\frac{x'}{b}\right)^2 - n\left(\frac{\bar{x}'}{b}\right)^2 \\ &= \sum \frac{x'^2}{b^2} - n\frac{\bar{x}'^2}{b^2} \\ &= \frac{1}{b^2} \sum x'^2 - \frac{1}{b^2} n\bar{x}'^2 = \frac{1}{b^2} (\sum x'^2 - n\bar{x}'^2) \\ &= \frac{1}{b^2} \sum (x' - \bar{x}')^2 \end{aligned} \quad (1.11)$$

按式 (1.11), 观察值乘以任意数 b 后所计算出的平方和除以 b^2 等于按原观察值计算的平方和。在求标准差时, 由于要开平方, 所以用观察值乘一任意数 b 后所算出的标准差只需除以 b 就可以了。

现举例说明以上方法的具体应用及计算过程。

例: 陕西岐山县马江公社塄土上16个土样全氮量测定的结果 (表 1-1), 试计算其方差及标准差。

表 1-1 16个土样全氮量测定结果

(1976年)

编 号	土 壤 全 氮 量 (%)	编 号	土 壤 全 氮 量 (%)
1	0.102	9	0.115
2	0.094	10	0.109
3	0.096	11	0.104
4	0.082	12	0.085
5	0.076	13	0.102
6	0.112	14	0.091
7	0.096	15	0.104
8	0.111	16	0.100

计算方差或标准差,通常按具体步骤列表进行较为方便,几种方法的计算可见表 1-2。

表 1-2 方差及标准差几种方法计算表

编 号	土壤全氮量 (%) x	直 接 法		变 量 平 方 法	数 值 缩 简 法		化 整 计 算 法	
		$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	x^2	x' $(x - 0.096)$	x'^2	x' $(x - 0.096)$ $\times 1000$	x'^2
1	0.102	0.003	0.000009	0.010404	0.006	0.000036	6	36
2	0.094	-0.005	0.000025	0.008836	-0.002	0.000004	-2	4
3	0.096	-0.003	0.000009	0.009216	0	0	0	0
4	0.082	-0.017	0.000289	0.006724	-0.014	0.000196	-14	196
5	0.076	-0.023	0.000529	0.005776	-0.020	0.000400	-20	400
6	0.112	0.013	0.000169	0.012544	0.016	0.000256	16	256
7	0.096	-0.003	0.000009	0.009216	0	0	0	0
8	0.111	0.012	0.000144	0.012321	0.015	0.000225	15	225
9	0.115	0.016	0.000256	0.013225	0.019	0.000361	19	361
10	0.109	0.010	0.000100	0.011881	0.013	0.000169	13	169
11	0.104	0.005	0.000025	0.010816	0.008	0.000064	8	64
12	0.104	0.005	0.000025	0.010816	0.008	0.000064	8	64
13	0.085	-0.014	0.000196	0.007225	-0.011	0.000121	-11	121
14	0.102	0.003	0.000009	0.010404	0.006	0.000036	6	36
15	0.091	-0.008	0.000064	0.008281	-0.005	0.000025	-5	25
16	0.100	0.001	0.000001	0.010000	0.004	0.000016	4	16
Σ	1.579	-0.005	0.001859	0.157685	0.043	0.001973	43	1973
$\bar{x}$	0.099							

由上表几种方法计算的结果如下。

①直接法

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.001859}{16-1}} = \sqrt{0.0001239} = 0.011$$

②变量平方法:

$$S = \sqrt{\frac{0.157685 - \frac{1.579^2}{16}}{16-1}} = \sqrt{0.0001238} = 0.011$$

③数值缩简法:

$$S = \sqrt{\frac{0.001973 - \frac{0.043^2}{16}}{16-1}} = \sqrt{0.0001238} = 0.011$$

④化整计算法:

$$S = \frac{1}{1000} \sqrt{\frac{1973 - \frac{43^2}{16}}{16-1}} = \frac{1}{1000} \sqrt{1238} = \frac{1}{1000} \times 11 = 0.011$$

前三个方法所求出的根号中的数 0.0001238 便是要计算的方差, 第一个方法由于平均数原为 0.0986875 四舍五入后为 0.099, 所以较二、三法稍高一点。第四法的方差应为根号中的数值乘 $\frac{1}{1000^2}$ 即 $1238 \times \frac{1}{1000^2} = 0.001238$ 。

以上四种方法所计算的结果完全相同, 但计算的繁简却有很大差别, 由于我们所举的例子小数以后的位数较多, 所以化整计算法较为方便。在实际中, 可根据具体情况选用不同方法。

4. 变异系数 标准差是反映总体中各观察值变异程度大小的绝对量, 受平均数的影响很大, 所以只能在平均数相同或接近的情况下, 用标准差作指标, 比较不同样本变异程度的大小; 标准差是一个有名数, 度量单位不同也不能相互比较。因此, 要比较不同样本变异的大小, 需将标准差化为相对值。标准差占平均数的百分率称为变异系数, 用 C. V. 表示, 即:

$$C. V. = \left(\frac{S}{\bar{x}} \times 100 \right) \% \quad (1.12)$$

例如比较两个生产队小麦生产的均衡性, 甲队小麦平均产量 800 斤/亩, 标准差为 60 斤/亩, 乙队小麦平均产量 400 斤/亩, 标准差为 50 斤/亩, 其变异系数为:

$$\text{甲队 } C. V. = \left(\frac{60}{800} \times 100 \right) \% = 7.5\%$$

$$\text{乙队 } C. V. = \left(\frac{50}{400} \times 100 \right) \% = 12.5\%$$