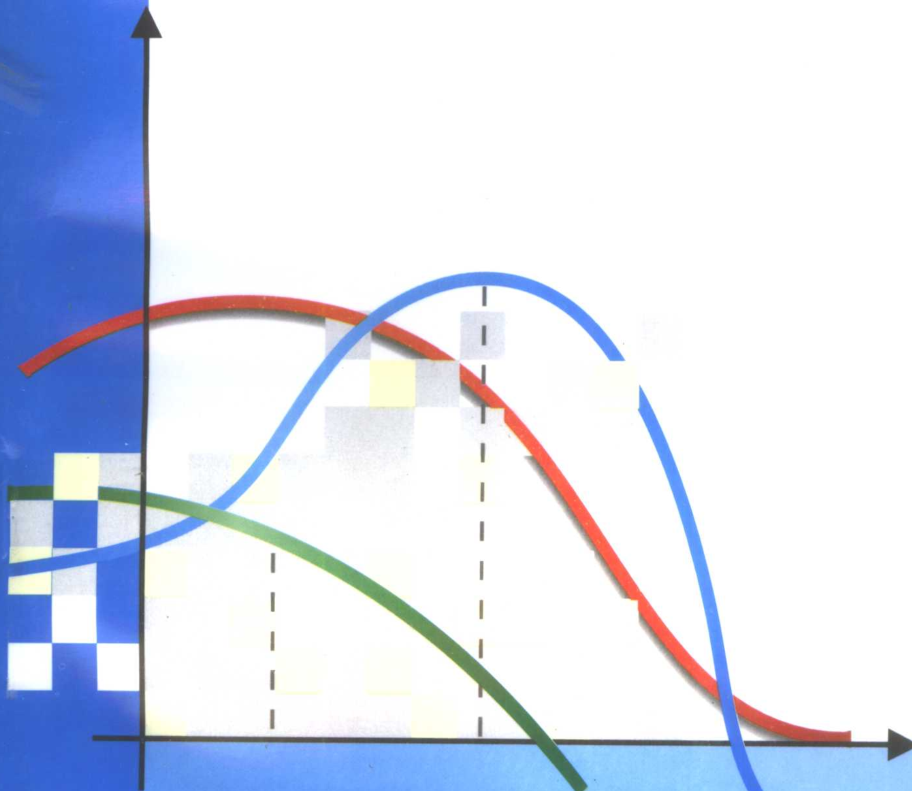
模糊模式识别及其应用

徐 扬 等编著



西南交通大学出版社

模糊模式识别及其应用

徐　扬　秦克云　刘　军
宋振明　　吴建乐
编著

西南交通大学出版社
·成　都·

模糊模式识别及其应用

徐　扬等　编著

出版人：张　雪

责任编辑：苏　宁

封面设计：唐利群

*

西南交通大学出版社出版发行

（成都二环路北一段 111 号　　邮政编码：610031）

成都飞机工业公司印刷厂印刷

*

开本：850 mm×1168 mm　1/32　　印张：6.125

字数：143 千字　印数：1～1000 册

1999 年 1 月第 1 版　1999 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 7-81057-241-5/O · 101

定价：12.00 元

序　言

模式识别是信号处理与人工智能的一个重要分支．人们在科学研究及日常生活中每天都要做出大量具体的模式识别．例如，医生给病人诊断病症的过程就是一个模式识别过程．每一典型病症就是一个模式，医生根据病情确定病症实质上就是把病情与典型病症相对照，进而确诊的过程．人们阅读手稿的过程也是一个模式识别过程，每一印刷体汉字就是一个模式，阅读手稿实质上就是把手稿与汉字模式相对照进而确定手稿的内容．随着计算机技术的发展，模式识别的理论基础及研究范围也在不断扩大．模糊数学的产生则为模式识别提供了新的更加有力的数学手段．模糊模式识别就是模糊数学在模式识别领域中的具体应用．因为很多模式识别问题涉及到模糊概念，模糊模式识别方法就显得更加重要．

本书系统地介绍了模糊模式识别的理论与方法，旨在使读者对该领域有一个全面的了解．其中第一章至第四章介绍模糊数学的基本理论，包括一元及多元模糊集的概念与运算，建立隶属函数的典型方法及模糊概率等，为模糊模式识别提供理论基础；第五章简要介绍模式识别的一般概念及经典的模式识别方法；第六章介绍模糊模式识别的基本知识；第七、八、九章分别介绍基于模糊聚类分析、模糊综合评判及模糊逻辑的模糊模式识别方法．

本书中的一些内容引用了许多学者的部分研究成果，在此向他们致谢．

由于作者水平所限，书中会有不当之处，恳请读者惠予批评指正．

本书受到国家自然科学基金和西南交通大学出版基金的资助，得到了西南交通大学出版社的大力支持，在此表示衷心的感谢！

作　者
1998 年 4 月于成都

内 容 提 要

本书分九章较系统地介绍了模糊模式识别的理论、方法及其应用.其中第一章至第四章介绍了模糊数学的基本理论.主要包括:一元及多元模糊集、建立隶属函数的典型方法及模糊概率;第五章和第六章分别介绍模式识别与模糊模式识别的基本知识;第七章、第八章和第九章分别介绍基于模糊聚类分析、模糊综合评判及模糊逻辑的模糊模式识别方法.

本书重点放在介绍模糊模式识别的基本理论与常用方法上.因此,本书可作为大专院校相关专业的大学生及研究生教材,也可作为相关领域科技工作者的参考书.

目　　录

第一章　一元模糊集

本章首先引入"模糊概念"，进而给出描述模糊概念的基本数学刻划——模糊集的定义，然后分别介绍一元模糊集的运算、分解定理、扩展原理、表现定理和模糊数.

§1.1　模糊概念

众所周知，人类社会是一个充满着各种各样信息的社会，因此，人类的一切活动无时不在处理着各种各样的信息.

在科学研究、工程技术应用以及我们的日常生活中，常常自觉或不自觉地要涉及这样一类信息：无法确切界定其边界的信息.实际上，这类信息中蕴含了外延不确定的概念，被称之模糊概念.

早在古希腊时期，人们曾提出过这样的问题：究竟多少粒种子叫做"一堆"？显然，一粒种子肯定不能叫做一堆，两粒、甚至十粒也不能叫做一堆，但人们都能同意十亿粒种子绝对叫做一堆.那末，人们自然要问，究竟用多少粒种子来界定"一堆"概念呢？能否确定一个数字，比如 9 654 860，种子粒数超过它时就叫一堆，少于或等于它时不叫一堆. 这当然界限分明，定义了"一堆"这一概念. 但认真思考这一概念，其合理性使人们产生了怀疑，假如正巧有 9 654 860 粒种子，按此定义，这不能称为"一堆"，此时，若再添上一粒种子，即变成 9 654 861 粒种子，按此定义，就无可非议地称为"一堆". 再添上的这一粒种子使问题发

生了质的改变，这难道合理吗？这在当时无法作出恰当的解释.

科学研究中，涉及到数字之间的比较时，常说到数字 n"远远大于"数字 m. 当然，若 $m=10$，$n=10^{10}$，则人们会认为 n 远远大于 m. 若 $m=10^{10}-1$，$n=10^{10}$，则人们也自然认为 n 不是远远大于 m. 那末，能否确切地定义 n 大于 m 多少时，n 就"远远大于"m 呢？事实上难以办到.

工程技术中，常常需要按某些数据对研究的问题作出划分或区别良莠，如把区间 $[0, 10]$ 划分为两部分，第一部分为 $[0, 5]$，认为"好"，第二部分为 $(5, 10]$，认为"差". 如此划分，5 属于第一部分，而 $5+10^{-100}$ 就应属于第二部分，由定义看这当然合理，但从实际工程应用来看 5 与 $5+10^{-100}$ 仅有 10^{-100} 这十分微小的差异就得到完全相异甚至相背的结果，事实上无法令人满意.

社会生活中，常常要研究年轻人的问题. 那么现在首先要问："年轻人"的年龄如何界定？如果强硬规定小于或等于 35 岁的人是年轻人，昨天是张三满 35 岁的生日，即昨天张三还是年轻人，那么今天他就不再是年轻人了，这似乎很难让人们接受.

上述问题中，"一堆"、"远远大于"、"好"、"差"和"年轻人"这些概念外延均不清晰，都属模糊概念. 其实，类似的模糊概念俯拾皆是，如：农业大丰收，西南方，晴间多云，宇宙很大，天气较热，灯光太暗，高个子，大城市，成绩好，……. 所有这些概念，都无法用清晰的边界加以刻划，其原因在于这些概念都具有中介过渡过程，并产生了对象与概念之间亦此亦彼这种不确定性，也称此为模糊性.

为了能够用确定性的理论与方法研究模糊概念，1965 年，著名的控制论专家、美国加利福尼亚大学伯克利分校的 L. A. Zadeh 教授发表了"模糊集合论"这篇开创性的论文，为处理模糊概念奠定了重要的基础.

L. A. Zadeh 教授多年来一直致力于控制论的研究，以致他常回旋于“人脑思维”、“大系统”与“计算机”的矛盾之中. 他一直研究这样一个问题：电脑虽速度快，记忆力非凡，但很不灵活，而人脑虽速度慢，记忆力较弱，却非常灵活. 那么人脑与电脑到底是从哪里分家的？于是，他重新考虑了 Cantor 的经典集合论. 在 Cantor 集合论中一个关键的假设是“排中律”，这恰巧排斥了亦此亦彼的概念. 排中律是二值逻辑的一个本质特征. 他大胆地放弃了这一特征，把 Cantor 集合的特征函数值域 {0，1} 推广为称作隶属函数的值域 [0，1]，从而为人们提供了处理模糊概念的数学理论与方法. 在众多学者的研究工作基础上，产生了一个新的科学领域，我国学者称之为“模糊数学”，日本学者称之为“模糊技术”，美国学者称之为“模糊逻辑”. 从而也进一步使人们清楚了电脑与人脑的分家之处在于：电脑的基础为二值逻辑，它仅能处理清晰概念；人脑在对问题进行推理、判断和决策时，常常要处理模糊概念，因此用的不是二值逻辑，大多应属模糊逻辑.

尽管 1965 年 L. A. Zadeh 正式提出了“模糊集合论”，但追本溯源，实际上模糊数学的思想早已产生. 早在 19 世纪，德国心理学家 G. T. Fechner 在研究人接受某种刺激后产生的反应与刺激的真实强度之间的关系时，借助于微分方程研究了人对灯光亮度的反应与灯光真实亮度之间的关系. 以研究纯数学著称的法国大数学家 E. Borel 借助概率论相当深入地研究了模糊概念的刻划问题，为模糊统计提供了思想原型. 本世纪最有影响的数学家之一的 Von Neumann，在竞赛论与经济行为的研究中，对效用函数的刻划恰是模糊概念的一种刻划方式，著名经济学家 H. Simon 的重要贡献之一乃是他提出的“令人满意准则”，这实质上是“最优准则”在具有模糊概念的优化系统中的一种十分合理的取代，从而大大拓广了优化理论的实用领域. 综上可知，关于模糊概念处理的理论与方法的研究确是“士出名门”.

§1.2 一元模糊集的定义及运算

在经典集合论中，一个元素 x 与一个集合 A 的关系为 $x\in A$ 或 $x\overline{\in}A$，二者必居其一且仅居其一．经典集合可用其特征函数表示，对集合 A，其特征函数 C_A 定义如下：

$$C_A(x)=\begin{cases}1, & x\in A,\\ 0, & x\overline{\in}A.\end{cases}$$

经典集合的特征函数取值为 $\{0,1\}$，这恰是经典集合论的"非此即彼"特点所决定的，也就是说，经典集合论的"非此即彼"反映到特征函数的取值上即为"非1即0"．那么，客观世界中的"亦此亦彼"现象该如何反映呢？

我们从经典集合的特征函数表示法入手，将原来的特征函数值域 $\{0,1\}$ 扩充为 $[0,1]$，这样的函数反映的现象为"亦此亦彼"现象，所对应的集合是非经典集合，我们称其为模糊集．

定义 1.2.1 所谓给定了论域 U 上的一个一元**模糊集** A 是指：对任意 $u\in U$，都指定了一个数 $A(u)\in[0,1]$与之对应，它叫做 u 对 A 的**隶属度**．这意味着作出了一个映射：

$$A: U\longrightarrow[0,1],$$
$$u\longmapsto A(u).$$

这个映射称为 A 的**隶属函数**．

一元模糊集完全由其隶属函数刻划．$A(u)$的值越接近1，表示 u 属于 A 的程度越大，$A(u)$的值越接近0，表示 u 属于 A 的程度越小，当 A 的值域为 $\{0,1\}$ 时，A 便退化成一个经典集合的特征函数，A 退化成一个经典集合，因此，经典集合是一元模糊集合的特例．

例 1.2.1 以年龄为论域，取 $U=[0,100]$，则"年轻"可以表示为 U 上的一个一元模糊集，其隶属函数为：

$$年轻(u)=\begin{cases}1, & 0\leqslant u\leqslant 25,\\ \left[1+\left(\dfrac{u-25}{5}\right)^2\right]^{-1}, & 25<u\leqslant 100.\end{cases}$$

“年老”也可表示为 U 上的一个一元模糊集，其隶属函数为：

$$
\text{年老}(u)=\begin{cases}0, & 0\leqslant u\leqslant 50,\\ \left[1+\left(\dfrac{u-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}, & 50<u\leqslant 100.\end{cases}
$$

图 1.2.1 表示了一元模糊集“年轻”和“年老”的隶属函数曲线.

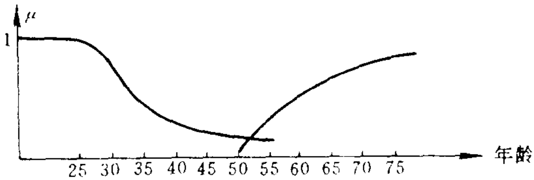


图 1.2.1 “年轻”、“年老”的隶属函数曲线

例 1.2.2 设论域 U 为全体实数，A=“远大于 1 的实数”，一元模糊集 A 的隶属函数可以确定为：

$$
A(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 1,\\ (1+(x-1)^{-1})^{-1}, & x>1.\end{cases}
$$

如图 1.2.2 所示.

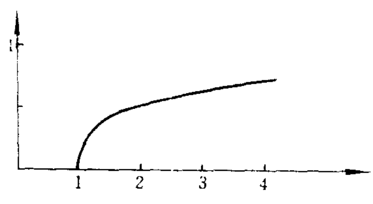


图 1.2.2 “远大于 1 的实数”的隶属函数曲线

一元模糊集 A 一般可表示为：

$$A=\{(u,\ A(u))\mid u\in U\}.$$

如果 U 是有穷集合或可数无穷集合，则 A 还可以表示为：

$$A=\sum_{u}A(u)/u.$$

如果 U 是不可数无穷集合，则 A 表示为：

$$A = \int_U A(u)/u.$$

这里 Σ 和 $\int_U$ 并不是求和或积分，而是表示 U 中各元素与其隶属度对应关系的总括.

定义 1.2.2 设 A, B 均为 U 上一元模糊集，如果对任意 $u \in U$，有

$$A(u) \leqslant B(u),$$

则称 **B 包含 A**，或 **A 含于 B**，记为 $A \subseteq B$.

若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$，即对任意 $u \in U$，$A(u) = B(u)$，则称 **A 与 B 相等**，记为 $A = B$.

定义 1.2.3 设 A 为 U 上的一元模糊集，如果对任意 $u \in U$，有

$$A(u) = 0,$$

则称 A 为**空集**，记为 $\varnothing$.

定义 1.2.4 设 A 为 U 上的一元模糊集，如果对任意 $u \in U$，有

$$A(u) = 1,$$

则称 A 为**全集**，记为 Ω.

显然有 $\varnothing \subseteq A \subseteq \Omega$.

以下用 $\mathscr{F}(U)$ 表示 U 上所有一元模糊集构成的集合.

定义 1.2.5 设 A，$B \in \mathscr{F}(U)$，定义 $A \cup B$，$A \cap B$，$\overline{A}$ 分别为：

$$A \cup B(u) = \max\{A(u), B(u)\},$$

$$A \cap B(u) = \min\{A(u), B(u)\},$$

$$\overline{A}(u) = 1 - A(u),$$

并分别称为 A 与 B 的**并集**、**交集**和 A 的**补集**.

对于一元模糊集的并、交、补运算，相应的隶属函数曲线如图 1.2.3 所示.

例 1.2.3 对于例 1.2.1 中的一元模糊集“年轻”、“年老”、年

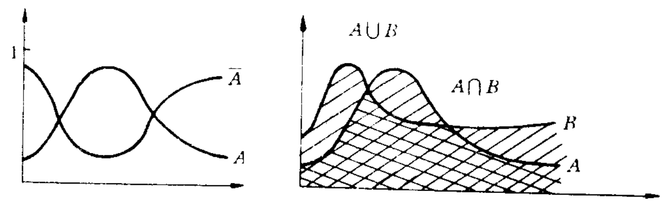


图 1.2.3 并、交、补运算的隶属函数曲线

轻∪年老（年轻或年老）、年轻∩年老（年轻并且年老）、(年轻)′（不年轻）分别为：

$$
\text{年轻}\cup\text{年老}(u)=\begin{cases}1, & 0\leqslant u\leqslant 25,\\ \left(1+\left(\dfrac{u-25}{5}\right)^{2}\right)^{-1}, & 25<u\leqslant\dfrac{75+\sqrt{725}}{2},\\ \left(1+\left(\dfrac{u-50}{5}\right)^{-2}\right)^{-1}, & \dfrac{75+\sqrt{725}}{2}<u\leqslant 100;\end{cases}
$$

$$
\text{年轻}\cap\text{年老}(u)=\begin{cases}0, & 0\leqslant u\leqslant 50,\\ \left(1+\left(\dfrac{u-50}{2}\right)^{-2}\right)^{-1}, & 50<u\leqslant\dfrac{75+\sqrt{725}}{2},\\ \left(1+\left(\dfrac{u-25}{5}\right)^{2}\right)^{-1}, & \dfrac{75+\sqrt{725}}{2}<u\leqslant 100;\end{cases}
$$

$$
\overline{\text{年轻}}(u)=\begin{cases}0, & 0\leqslant u\leqslant 25,\\ 1-\left(1+\left(\dfrac{u-25}{5}\right)^{2}\right)^{-1}, & 25<u\leqslant 100.\end{cases}
$$

定理 1.2.1 模糊集的并、交、补运算具有下列性质：

(1) **幂等律** $A\cup A=A$，$A\cap A=A$；

(2) **交换律** $A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$；

(3) **结合律** $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$，

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$；

(4) **吸收律** $(A\cap B)\cup B=B$，$(A\cup B)\cap B=B$；

(5) **分配律** $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$；

（6）**两极律**　$A\cup\Omega=\Omega$，$A\cap\Omega=A$，

$A\cup\varnothing=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$；

（7）**复原律**　$(\overline{\overline{A}})=A$；

（8）**对偶律**　$\overline{(A\cup B)}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{(A\cap B)}=\overline{A}\cup\overline{B}$.

此定理的证明直接通过隶属函数运算即得.需要指出的是，一元模糊集运算不满足补余律，即$A\cup\overline{A}=\Omega$，$A\cap\overline{A}=\varnothing$一般不成立.

除了上述的并、交、补运算外，模糊集之间还有其它形式的运算.

定义 1.2.6　设 A，$B\in\mathscr{F}(U)$，

（1）称 $A\cdot B$ 为 A 与 B 的**代数积**，其隶属函数为：

$A\cdot B(u)=A(u)\cdot B(u)$；

（2）称 $A\mathbin{\hat{+}}B$ 为 A 与 B 的**概率和**，其隶属函数为：

$A\mathbin{\hat{+}}B(u)=A(u)+B(u)-A(u)\cdot B(u)$；

（3）称 $A\odot B$ 为 A 与 B 的**有界积**，其隶属函数为：

$A\odot B(u)=\max\{0, A(u)+B(u)-1\}$；

（4）称 $A\oplus B$ 为 A 与 B 的**有界和**，其隶属函数为：

$A\oplus B(u)=\min\{1, A(u)+B(u)\}$；

（5）称 $A\Delta B$ 为 A 与 B 的**对称差**，其隶属函数为：

$A\Delta B(u)=|A(u)-B(u)|$.

例 1.2.4　设 $U=\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$，$A$、$B$ 为 U 上的一元模糊集，其定义分别为：

$$A=0.3/u_1+1/u_2+0.7/u_3+1/u_4+0/u_5,$$

$$B=0.4/u_1+0.6/u_2+0/u_3+0.1/u_4+1/u_5,$$

则有（隶属度为 0 的项可略去不写）：

$$\begin{aligned}A\cdot B&=0.12/u_1+0.6/u_2+0/u_3+0.1/u_4+0/u_5\\&=0.12/u_1+0.6/u_2+0.1/u_4,\end{aligned}$$

$$A\mathbin{\hat{+}}B=0.58/u_1+1/u_2+0.7/u_3+1/u_4+1/u_5,$$

$$A\odot B=0.6/u_2+0.1/u_4,$$