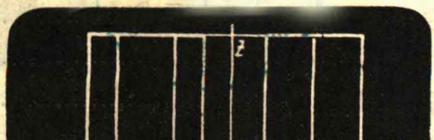
机械工人活叶学习材料 293

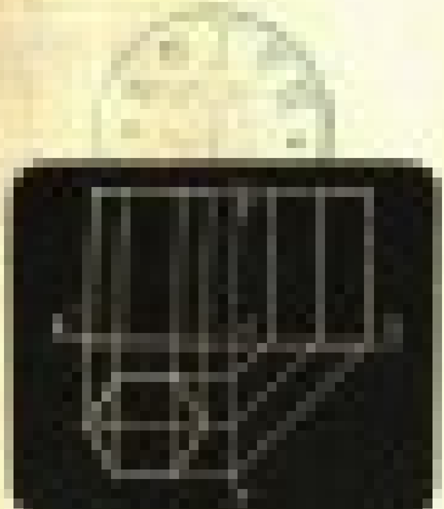
周 斌編著

談正投影



机械工業出版社

[illegible]正投影



機械工業出版社

編著者：周　𧈢

NO. 1450

1957年5月第一版　　1957年5月第一版第一次印刷

787×1092 $^1/_{32}$　字数33千字　印張1 $^6/_{16}$　00,001—14,500册

机械工業出版社（北京东交民巷27号）出版

机械工業出版社印刷厂印刷　　新华書店發行

北京市書刊出版業营業
許可証出字第008号

統一書号T15033·565

定　价（9）0.20元

內容提要 这本小册子有系統地講解了正投影的原理和作法。文字比較通俗，插圖丰富，适合三級以上机械工人作为学習有关投影基本知識的学習材料。通过本書的閱讀，可以使讀者建立起空間观念和提高看圖、画圖的能力。

目　次

一 什么叫做正投影

1 投影的定义 如果在室內的天花板上，悬挂着一盏电灯，在电灯和牆壁之間放着一个圓球（圖1），那末，当电灯开着时，我們在牆壁上就会看到一个圓形的影子，这个［影子］，用科学的話来說，它就是圓球在牆壁上的［投影］。

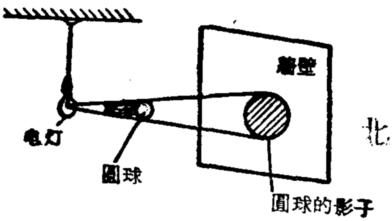


圖1 投影的例子。

当我們画机械圖的时候，也是用投影的道理来画出机件的投影的。如圖2甲，这个工人手里拿着一个机件，放在他的眼睛前面观看，这时他想画出机件的投影，于是，他就把机件放在一張紙上，并且用鉛笔沿着机件的周圍，在紙上画了一下（圖2乙），然后，他把机件从紙上拿开去，当他把机件拿开去以后，我們便会在紙上看到一个圖形（圖2丙），这个圖形就是机件

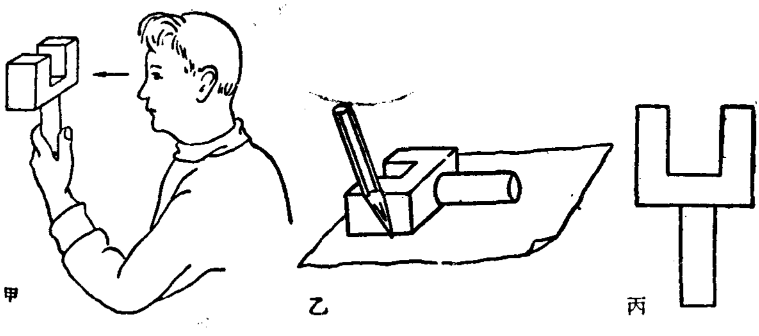


圖2 机件在紙上的投影。

在紙上的投影。

讓我們来把圖1和圖2比較一下，圖2中工人的眼睛，好比圖1中的电灯，而眼睛的視綫，就好比电灯的光綫，工人把机件放在紙上，用鉛笔沿着机件周圍所画出的机件形狀，就等于电灯光綫在牆上所照射出的圓球影子。圖1中圓球在牆壁上的影子，就是圓球在牆壁上的投影，因此在圖2中用鉛笔在紙上所画出的机件形狀，無疑的，也就是机件在紙上的投影了（这里所說的［紙］和牆壁都是代表一个平面）。

根据以上所講，我們可以知道，**投影的意思，就是要把物体的形狀画在平面上，而在平面上所得到的物体圖形，我們就叫做物体在平面上的投影。**

2 投影的作法和投影的种类 在空間有一固定平面P和一固定点A（和圖1比較，平面P相当于圖1的牆壁，而点A就相当于圖1的圓球），另外在空間又有一固定的發光点O（相当于圖1的电灯）（圖3）。我們由發光点O出發，作一条通过A点的光綫OA，光綫OA跟平面P相交于一点a，点a就是空間的A点在平面P上的投影。我們把發光点O叫做**投影中心**，直綫OA叫做**投影綫**，或叫**投射綫**，平面P叫做**投影面**，而在平面P上作点的投影的这个过程就叫做**投影法**。

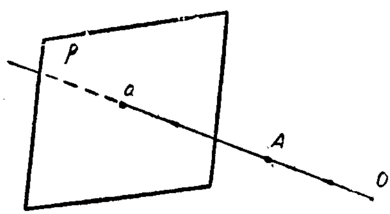


圖3 在平面上作投影的过程。

画物体的投影圖时，是有着一定的規則的。根据投影綫的画法不同，投影方法可以分为兩种：1）中心投影法；2）平行投影法。

一、中心投影法——如圖4，有一平面P，在距离平面P一

定距离的地方有任意一点O，在点O和平面P之間，有点A、B、C、D、E、F、G。从点O經过这些点作投影綫，于是就在平面P上得到这些点的投影a、b、c、d、e、f、g。这种由共同一点（投影中心）出發的投影綫，叫做中心投影綫，而由中心投影綫与平面P相交所得的投影a、b、c、d、e、f、g，就是点A、B、C、D、E、F、G在平面P上的中心投影。

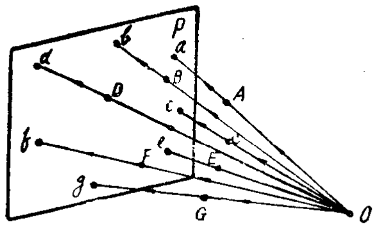


圖 4　点的中心投影的作法。

如圖 5，在空間有一根直綫AB和一个平面P，我們选擇距离平面P有一定距离的任意一点。O为投影中心，从O点作直綫两端点A、B的中心投影綫，于是在平面P上就得到点A、B的中心投影a、b，用直綫联結a、b两点，那末，直綫ab就是空間直綫AB在平面P上的中心投影。

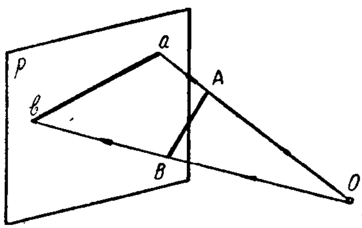


圖 5　直綫的中心投影的作法。

从圖 4 和圖 5 中可以看到，中心投影有下列两个特点：1）投影中心距离投影面有一定的距离，也就是說，这个距离是可以量出的。2）所有的投影綫，都是从同一个投影中心画出来的。

二、平行投影法——如果把圖 4 中的投影中心O点，移到距离平面P很远很远的地方，以至于移到無穷远的地方，那末，所有的投影綫就都变成互相平行了（圖 6）。这些平行的投影綫就叫

做平行投影綫，而由平行投影綫所投出的物体投影，便叫做平行投影。

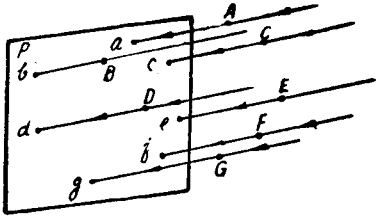


圖 6　点的平行投影的作法。

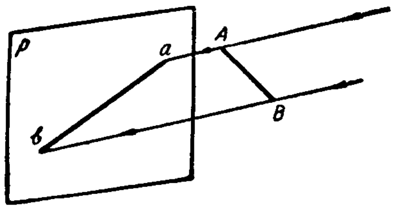


圖 7　直綫的平行投影的作法。

用圖 4 跟圖 6 和圖 5 跟圖 7 比較一下，就不难看出中心投影和平行投影的分别了。

在平行投影中，根据投影綫与投影面相交角度的不同，平行投影又可分为兩种：1）投影綫跟投影面成斜角的，叫做斜投影（圖 6、 7）；2）投影綫跟投影面成直角的，叫做正投影(圖8)。

比較一下圖 6 和圖 8，就可以看出正投影和斜投影的分别，在圖 6 上投影綫与投影面成斜角，而在圖 8 上則成直角。

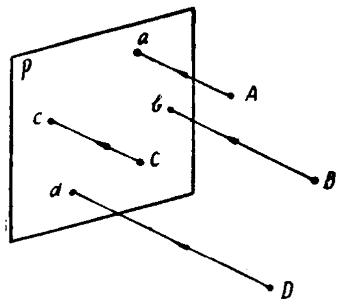


圖 8　正投影的投影綫跟投影面成直角。

总結以上所講的內容，我們可以把投影的分类，用簡單的形式，写成如下：

投影
- 1. 中心投影
- 2. 平行投影
  - 1. 正投影
  - 2. 斜投影

为了使我們对这三种投影之間的分别有一个明显的概念，現在用三角形作为例子，画出了它的三种投影，如圖9所示。其中圖甲表示中心投影；圖乙表示正投影；圖丙表示斜投影。

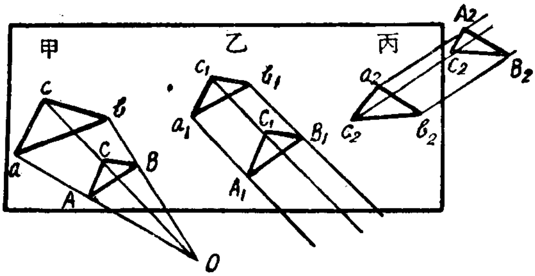


圖9　三角形的三种投影：
甲—中心投影；乙—正投影；丙—斜投影。

因为正投影画法簡單，而且最容易表現出物体的形狀、大小和相对位置，所以在工程上画圖时，都用正投影的方法，下面我們就来談談正投影的画法。

二　点、直綫、平面和立体在一个投影面上的投影[1]

1 点在一个投影面上的投影　在圖8上，空間有点A、B、C、D和平面P，从点A、B、C、D分别作垂直于平面P的投影綫，这些投影綫跟平面P的交点a、b、c、d就是点A、B、C、D在平面P上的投影。

点在空間的位置，可能有这样的特殊情形，如圖10所示，A、B、C、D四点，都恰巧位置在同一根投影綫上，因而它們在平

[1] 以后凡称投影，都是指的正投影。

面P上的投影，就要重合起来，这时投影綫跟平面P的交点a，就是点A、B、C、D在平面P上的投影。

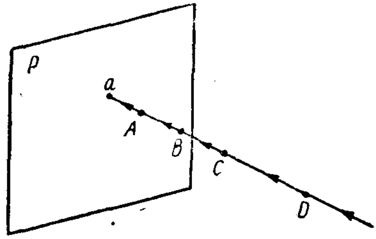


圖10　点在空間位置的特殊情况——各点在平面上的投影重合在一起。

2　直綫在一个投影面上的投影　大家知道，联結兩点，就可成为一根直綫，因此直綫在投影面上的投影，便可由直綫上兩点的投影来决定了。

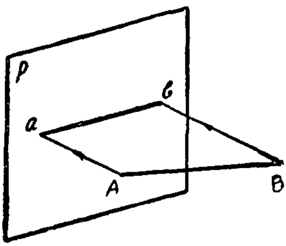


圖11　任意位置的直綫在一个投影面上的投影。

如圖11，在空間有一平面P和一根任意位置的直綫AB（任意位置是指直綫既不垂直又不平行于平面P时的位置），从直綫AB的兩个端点A、B分别作垂直于平面P的投影綫Aa和Bb，用直綫联結投影綫跟平面P的兩个交点a、b，这时所得到的直綫ab，就是直綫AB在平面P上的投影。从圖中看到，由于直綫跟平面P傾斜，所以直綫AB的投影ab，比直綫AB的眞实長度短些。

圖12表示直綫AB平行于平面P时的投影。由于直綫AB平行于平面P，所以它在平面P上的投影ab，等于直綫AB的眞实長度。

圖13表示直綫AB垂直于平面P时投影。由于直綫AB跟平面P垂直，所以直綫AB本身就是一根投影綫，因而直綫AB在投影面P上的投影ab，就重合为一点。

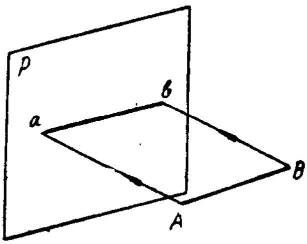


圖12 直綫跟一个投影面平行时的投影。

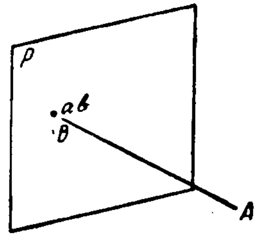


圖13 直綫垂直于一个投影面时的投影。

把圖11、12、13比較一下，就可以得出下面的結論:

1）平行于投影面的直綫，投影在它上面时，成为眞实大小;

2）垂直于投影面的直綫，投影在它上面时，成为一点;

3）傾斜于投影面的直綫，投綫在它上面时，比直綫的眞实長度短些。

3 平面在一个投影面上的投影 我們知道兩点可以联結成一根直綫，如果在直綫的外边有一点，那末，从这一点再用直綫跟直綫上的任意兩点联結起来，于是就可得到一个平面。这个平面就可以看作是由一根直綫和直綫以外的一点或者是由不在一根直綫上的三点所組成的。

現在就用三角形为例，談一下平面的投影。

如圖14，三角形 ABC 放在空間的任意位置，从三角形 ABC 的三个頂点 A、B、C 分别作投影綫垂直于平面 P。用直綫把頂点 A、B、C 在平面 P 上的投影 a、b、c 联結起来，就得到

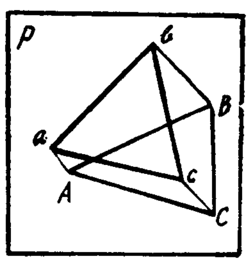


圖14 任意位置三角形在一个投影面上的投影。

三角形 ABC 在平面 P 上的投影 abc。从圖14中看到，三角形 ABC 的投影 abc，比三角形 ABC 的眞实圖形小，而且形状也有些变化，这是因为三角形 ABC 跟平面 P 成傾斜的緣故。

圖15表示三角形 ABC 垂直于投影面 P。因为三角形 ABC 垂直于投影面 P，所以它的三边 AB、BC、CA 在投影面 P 上的投影 ab、bc、ca，重合成为一根直綫 abc。

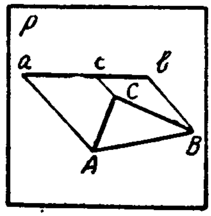


圖15　三角形跟投影面垂直时的投影。

如果这三角形 ABC 平行于投影面 P，由于三角形 ABC 平行于投影面 P，所以它的三边 AB、BC、CA 也平行于投影面 P。前面講过，当直綫平行于投影面时，它在投影面上的投影，就是它的眞实大小，因此，由三角形三边的投影 ab、bc、ca 所組成的三角形 ABC 的投影 abc，就是三角形 ABC 的眞实大小。

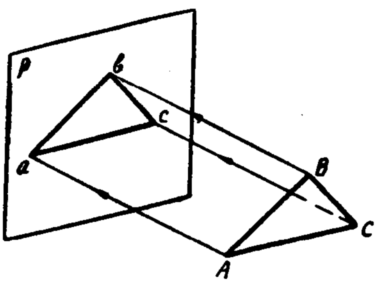


圖16　三角形跟投影面平行时的投影。

从圖14、15、16中，把平面跟它的投影相比較，就可以得出下面的結論：

1）平行于投影面的平面，投影在它上面时成为眞实大小；

2）垂直于投影面的平面，投影在它上面时，成为一根直綫；

3）傾斜于投影面的平面，投影在它上面时，比它的眞实圖形小。

4 立体在一个投影面上的投影　通常我們所看到的物体，都

是由平面組成的(有时也由曲面)，而平面又可看成是由点所組成，所以在画物体的投影时，实际上就等于画这物体上各点的投影。

在作物体的投影时，应該把物体的一个主要面，也就是能够表示物体主要形狀的这个面，放得跟投影面平行，由于这个主要面平行于投影面，所以我們就可以得到一个跟物体主要形狀一样的投影。現在用正方体来做例子，說明它在投影面P上的投影作法（圖17)。用数字1、2、3、4、5、6、7、8代表正方体的各頂点，在作正方体的投影时，我們先把正方体的一个面5—6—7—8放得和投影面P平行，

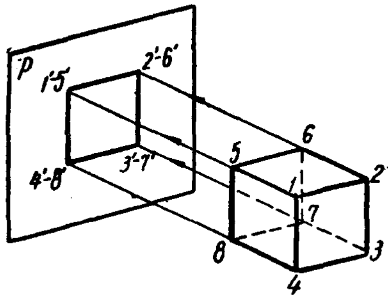


圖17 正方体在一个投影面上的投影作法。

因而它后面的一个面1—2—3—4也平行于投影面。于是側面、頂面和底面就都跟投影面垂直了。从頂点1、2、3、4、5、6、7、8分别作投影綫跟投影面垂直，这些投影綫与投影面P的交点1′、2′、3′、4′、5′、6′、7′、8′就是頂点1、2、3、4、5、6、7、8在投影面P上的投影，用直綫适当的把这些点的投影联結起来，就得到正方体在投影面P上的投影。从圖上可以看到，正方体的投影形狀非常簡單，就是一个正方形。同时也可看到，因为正方体的側面、頂面和底面，都跟投影面垂直，所以它們在投影面上的投影，就成为直綫，而跟棱边1—4、2—3、1—2、4—3的投影重合。另外正方体上平行于投影面的两个面1—2—3—4和5—6—7—8的投影，在投影面上就成为它的眞实大小，并且也跟棱边1—4、2—3、1—2、4—3

的投影重合。由此看来，这个正方形，它不仅是正方体各棱边的投影，而且也是正方体各个面的投影，因而，也就是整个正方体的投影，包括它的所有各頂点，各棱边和各个面的投影。

应用前面講过的有关点、直綫、和平面的投影方法，把立方体跟它的投影比較一下，我們可以得到下面的結論：

1）**平行于投影面的各个面，投影在它上面时成为眞实大小**（如面1—2—3—4和5—6—7—8，它們的投影互相重合，并且就是这些面的眞实大小）；

2）**垂直于投影面的各个面，投影在它上面时成为直綫**（如頂面1—2—6—5、側面2—3—7—6和1—4—8—5，以及底面4—3—7—8）；

3）**平行于投影面的各个棱边，投影在它上面时成为眞实大小**（如垂直棱边5—8、6—7和1—4、2—3，以及水平棱边5—6、7—8和1—2、4—3）；

4）**垂直于投影面的各个棱边，投影在它上面时成为点**（如棱边1—5、2—6和4—8、3—7）。

三　点在两个及三个投影面上的投影

要表达出物体的形狀，仅仅依靠一个投影面上的投影，还是不能把物体表达出来的。就用点的投影来說吧，例如在圖10中，空間四点A、B、C、D恰巧位置在同一根投影綫上，这时它們在投影面P上的投影，就重合在一起，而成为一点a，从圖中可以看出，單从这四点所共有的一个投影a，我們并不能断定出A、B、C、D四点在空間的位置。

同样，在圖18中，長度不相等的直綫EF、CD、AB，它們都可能有一个重合在一起的長度相等的投影ef、cd、ab，因此要从它

們的一个投影，来断定出它們的大小和在空間的位置是不可能的。还有，不同形狀的物体，它們都可能有一个相同形狀的投影，这在圖19中，就可看到，例如它們都有一个投影是長方形，从投影中，我們可以想像这个物体可能是一个薄的長方板子（圖19甲），也可能是一个任意長度的長方体（圖19乙），也可能是一个三角柱（圖19丙），也可能是圓柱体的一部分（圖19丁），也可能是其他形狀的物体。

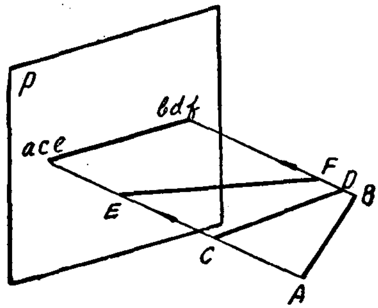


圖18 不等長度的直綫在一个投影面上的投影。

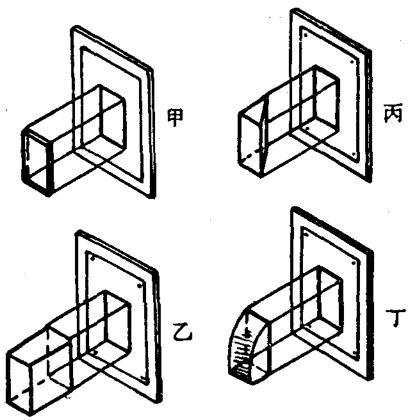


圖19 不同形狀的物体在一个投影面上的投影。

由圖10、18、19看来，物体在一个投影面上的投影，只能用来表示出物体上一个面的形狀，也就是說只能用来表示出物体的高度和寬度。为了要把物体的全部形狀，包括它的長度、寬度和高度，都表示出来，就必須增加一个或者更多的投影面，以便把物体的全部形狀，都用投影表示出来。

为此，我們設立兩个互相垂直的平面（圖20），其中一个是

水平放着的，叫做**水平投影面**；另外一个是直立放着的，叫做**垂直投影面**。水平投影面用字母H表示，垂直投影面用V表示。这两个投影面相交的直綫 OX，叫做**投影軸**。

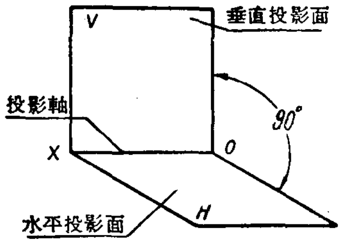


圖20　兩个互相垂直的投影面。

1 点在兩个投影面上的投影　如圖21，在水平投影面H和垂直投影面V之間有一点A，从A点作投影綫 Aa 垂直于H面，投影綫 Aa 跟H面的交点 a，就是点A在H面上的投影；再从点A作投影綫 Aa' 垂直于V面，投影綫 Aa' 跟V面的交点 a'，就是点A在V面上的投影。我們把点A在H面上的投影叫做**水平投影**，从点A向H面作的投影綫 Aa 叫做**平面投影綫**；把点A在V面上的投影叫做**垂直投影**，从点A向V面作的投影綫Aa'，叫做 **垂直投影綫**。

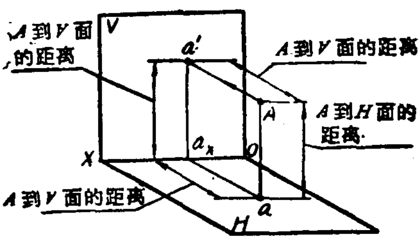


圖21　点在兩个投影面上的投影。

在作物体的投影时，为了表示清楚起見，我們規定用大写拉丁字母（或用阿拉伯数字）来代表物体本身上的各点，而用小写字母（或数字）来表示水平投影，例如 a，用帶一撇的小写字母来代表垂直投影，例如 a'。

2 点的兩个投影表示在圖紙上的方法　在圖22上，如果保持垂直投影面V不动，而把水平投影面H繞着投影軸 OX，照着箭头所指的方向旋轉，直到H面跟V面的延長面重合时为止，这样，我們就可以把点在兩个面上的投影，都表示在一个平面上（圖紙

平面)。

在圖紙平面上所画出来的点的投影，叫做点的投影圖(圖23)。

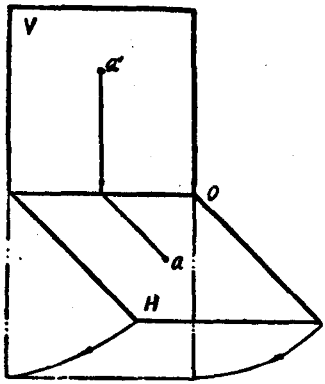


圖22　把水平投影面轉成跟垂直投影面的延長面重合的方法。

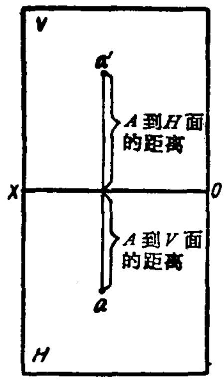


圖23　点的投影在圖紙上的位置。

为了使我們能够对点的投影在投影圖上的位置，有一个明确的概念起見，我們把圖21和圖23討論一下：

从圖21上看到，点 A 的平面投影綫 Aa 平行于 V 面，所以它的垂直投影 $a'a_x$，等于 Aa 的实际長度，并且垂直于 OX 軸。同样，点 A 的垂直投影綫 Aa' 平行于 H 面，因而它的水平投影 $a\,a_x$ 等于 Aa' 的实际長度，并且也垂直于 OX 軸而和 a'、a_x 相交于 a_x 点。由此，从圖21和圖23中，我們就可以得到下面的結論：

1）点 A 到水平投影面 H 的距离 $A\ a$，等于点 A 的垂直投影 a' 到 OX 軸的距离（因为 $Aa=a'a_x$）；

2）点 A 到垂直投影面的距离 Aa'，等于点 A 的水平投影 a 到 OX 軸的距离（因为 $Aa'=aa_x$）；

3）点 A 的水平投影 a 和垂直投影 a' 的連接綫 aa'，永远垂直于投影軸 OX（因为 aa_x 和 $a'a_x$ 都垂直于 OX，并且相交于一点 a_x）；