

0185.2-43

D34

画 法 几 何

道来提·沙里江 主 编

连林根 副主编

重 庆 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本教材是根据国家教育部《面向 21 世纪高等教育教学内容课程体系改革计划》的总体要求编写的。全书共 11 章。其主要内容包括:点的投影,直线的投影,平面的投影,直线与平面、平面与平面的相对位置,投影变换,曲线与曲面,立体,轴测图,阴影、透视图,标高投影。并编有《画法几何习题集》与本书配套使用。

本书可作为高等学校土木工程专业、机械类专业的《画法几何及工程制图》、《画法几何及阴影透视》课程中画法几何部分的教科书,也可作为函授大学和电视大学等土木工程专业、机械类专业相同课程的教科书或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何/道来提·沙里江主编. —重庆:重庆大学出版社,2002. 1

ISBN 7-5624-2445-4

I. 画... II. 道... III. 画法几何 IV. O185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 059829 号

画 法 几 何

道来提·沙里江 主 编

连林根 副主编

责任编辑 曾显跃

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆华林印务有限公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:11 字数:275 千

2002 年 1 月第 1 版 2002 年 1 月第 1 次印刷

印数:1—5 000

ISBN 7-5624-2445-4/TB·29 定价:15.00 元

前言

随着科学技术的高速发展和人类社会的不断进步,学科门类不断地增加,并且互相渗透和融合,教材建设也必须适应现代教育的需要。调整原有的课程结构,改革与科学技术飞速发展及经济建设不相适应的课程体系和教学内容已刻不容缓。本教材是按教育部《面向 21 世纪高等教育教学内容课程体系改革计划》的总体要求而编写的。

本教材努力做到既保留我们长期教学实践的基本经验,又体现教学改革的精神;既要有学科的教学性、系统性,又有教学上的灵活性、运用性;既注意加强理论知识的学习,又强调能力的培养。所以,我们认为《画法几何》仍属于几何学的范畴,教学体系遵循点、线、面、体等几何发展顺序是恰当的。故教学伊始时,就要逐步扩展学生的思维道路和逐步给以较多的解题手段,这样才能有效地提高学生的空间分析能力和解题能力。与此同时,我们也扩展了一些内容,如阴影透视、标高投影等。因此,本教材也可作为高等工科院校、高等职业技术学院中机械类专业、各种土木建筑类专业或其他近似专业的通用教科书,也可供有关的工程技术人员参考。为适应不同的教学要求,各校可以根据具体情况,予以取舍。教科书中没有的内容,也可在教学中补充。

为了帮助学生对课堂教学内容的消化和巩固,增强解题能力,我们还编了《画法几何习题集》作为本教材的配套用书。

本书由道来提·沙里江任主编,连林根任副主编。

参加编写的有:道来提·沙里江(第 3、4、5 章),连林根(第 1、6、9 章),方立丽(第 2 章),陈敏(第 7、8 章),杨泽(第 10、11 章)。方立丽承担了全书的插图、整理、修饰工作。

由于我们水平有限,时间仓促,经验不足,有些问题认识还很肤浅,书中难免会有许多错误和欠妥之处,敬请广大读者和工程图学界的同仁不吝赐教,以助修正,不胜感盼之至。

编 者

2001 年 6 月

目录

第1章 概 论	1
1.1 引言	1
1.2 投影	3
1.3 工程图种类	6
第2章 点	9
2.1 点的两面投影	10
2.2 点的三面投影	14
第3章 直 线	19
3.1 直线的投影	19
3.2 直线对投影面的相对位置	21
3.3 一般位置线段的实长及其对投影面的倾角	25
3.4 直线与点的相对位置	27
3.5 两直线的相对位置	30
3.6 垂直相交直线的投影	34
第4章 平 面	36
4.1 平面的投影	36
4.2 平面对投影面的相对位置	39
4.3 平面上的直线和点	43
4.4 平面上圆的投影	48
第5章 直线与平面、平面与平面的相对位置	52
5.1 直线与平面平行、两平面相互平行	52
5.2 直线与平面相交、平面与平面相交	55
5.3 直线与平面垂直、两平面相互垂直	60
第6章 投影变换	64

6.1	概述	64
6.2	换面法	65
6.3	旋转法	74
第7章	曲线与曲面	81
7.1	曲线	81
7.2	曲面	85
7.3	螺旋面	90
第8章	立 体	93
8.1	平面立体	93
8.2	曲面立体	95
8.3	平面与立体相交	102
8.4	直线与立体相交	108
8.5	立体与立体相交	110
8.6	立体的表面展开	117
第9章	轴测图	124
9.1	轴测图的基本知识	124
9.2	正等轴测图	125
9.3	斜二等轴测图	132
9.4	轴测图的选择	135
第10章	阴影、透视图	138
10.1	阴影的基本知识	138
10.2	点、直线、平面的影子	139
10.3	立体的阴影	145
10.4	透视投影	148
第11章	标高投影	156
11.1	点的标高投影	156
11.2	直线、平面、平面立体的标高投影	157
11.3	曲线、曲面、曲面立体的标高投影	164

第 1 章

概 论

1.1 引 言

1.1.1 本课程研究的对象

任何一门学科的产生和发展都是和生产的发展密切相关的。多少年来,人们习惯用图表达思想,表现生活,这主要是因为它具有直观性和形象化的特点。随着生产和科学技术的发展,图的用途也更加广泛了。

图样与语言文字一样都是人类表达、交流思想的工具。在生产建设和科学研究过程中,对于已有的和想象中的空间物体,如地面、建筑物和机器等的形状、大小、位置及其他有关资料,很难用语言和文字表达清楚,因而需要在平面(如图纸上)用图形形象地表达出来。这种在平面上表达空间工程物体的图,称为工程图。

但是,当研究空间物体在平面上如何用图形来表达时,由于空间物体的形状、大小和相互位置等各不相同,不便以个别物体来逐一研究;为了使得研究时易于正确、深刻和完全,以及所得结论能广泛地应用于所有物体起见,特采用几何学中将空间物体综合和概括成抽象的点、线、面、体等几何形体的方法,先研究这些几何形体在平面上如何用图形来表达,以及如何通过作图来解决甚至探讨它们的几何问题。这种研究在平面上用图形来表示空间的几何形体和如何运用几何作图来解决空间几何问题的理论和方法的一门学科,称为画法几何。

因此画法几何研究的对象主要是:

①研究空间的几何元素(点、线、面)和物体在平面上的图示原理及其方法。如正投影法、斜投影法、轴测投影法、透视投影法、标高投影法等。

②研究在平面上图解空间各种几何问题的原理和方法。如空间集合元素的定位、度量、转变等。所以,本课程是一门研究图示和图解问题的学科,是一门理论体系较严密的基础学科。

1.1.2 本课程的学习目的

众所周知,在现代文明生产中,图样是生产部门、科技部门和管理部门的一种必不可少的

技术资料,它可以表达设计意图,指导生产,进行技术交流。因此,图样具有在二维平面上反映和说明三维空间问题的特点。故画法几何的学习目的可概括为两方面:

(1) 教学目的

1) 为图示空间形体提供理论基础和方法

对工程界来说,如何正确画出图样和阅读图样成为十分重要的问题。而画法几何,它将讨论各种投影作图法,为绘图和读图提供一系列的理论根据。有人用这样的比喻:“图样是工程技术界的语言,而画法几何就是这种语言的语法。”可见它们之间的关系的密切程度。

2) 为图解空间几何关系问题提供理论和方法

对工程技术人员来说,掌握在平面上用几何作图来解决空间几何问题是非常重要的,如在空间力系分析、机械构件运动分析以及画法几何在机械加工中的应用,又如在刀具和夹具中的应用,以及数学、物理、化学中的应用等。为提高测量的精确性,在应用画法几何方法的同时,也应用了计算方法,这种方法使解题简单明了、形象直观,而且具有所需的精确性。

(2) 教育目的

本课程研究讨论的问题一般涉及到三维空间与二维平面的关系,即是把空间与平面联系起来。解决问题时,先要求分析空间情况,提出空间解题步骤,然后在平面上逐步进行解题;或者根据平面图推想空间情况。画法几何将由浅入深,由简到繁地培养和发展这种能力。如只认为画法几何只为制图服务,可说是十分片面的,也是不正确的。人们可以直观地用图来描绘和探索事物的客观规律。实践证明,画法几何在培养和发展空间思维能力方面具有极为显著的成效。

1.1.3 本课程的学习方法

本课程既有系统的投影理论又有很强的实践性,有正投影的基本原理及其应用贯穿在教学和各个章节,并与几何元素和空间形体的表达方法紧密结合在一起。因此,必须在透彻地理解投影原理的基础上,通过反复实践才能真正掌握本课程的基本内容。

为此,学习本课程应注意以下几点:

(1) 掌握好正投影的基础理论

正投影是绘图和读图的基础理论,平面图形的几何作图与空间几何元素的几何关系,全部由画法几何的投影概念联系起来,才能掌握投影作图的基本方法。

(2) 建立好空间(空间形体)与平面(投影图形)之间的对应关系

利用投影原理进行积极地空间思维,熟记空间几何元素及几何形体的投影特性,逐步建立空间与平面之间的对应关系和转化关系。

(3) 理论需要通过实践才能掌握

画法几何的整个内容都不需要背诵或死记,它的理论主要通过解题实践才能深入理解,牢固掌握,灵活运用,因此,应坚持多看、多想、多用。

学习方法对每个人来讲,不是千篇一律的,需要根据个人的特点,不断总结富有成效的学习方法。

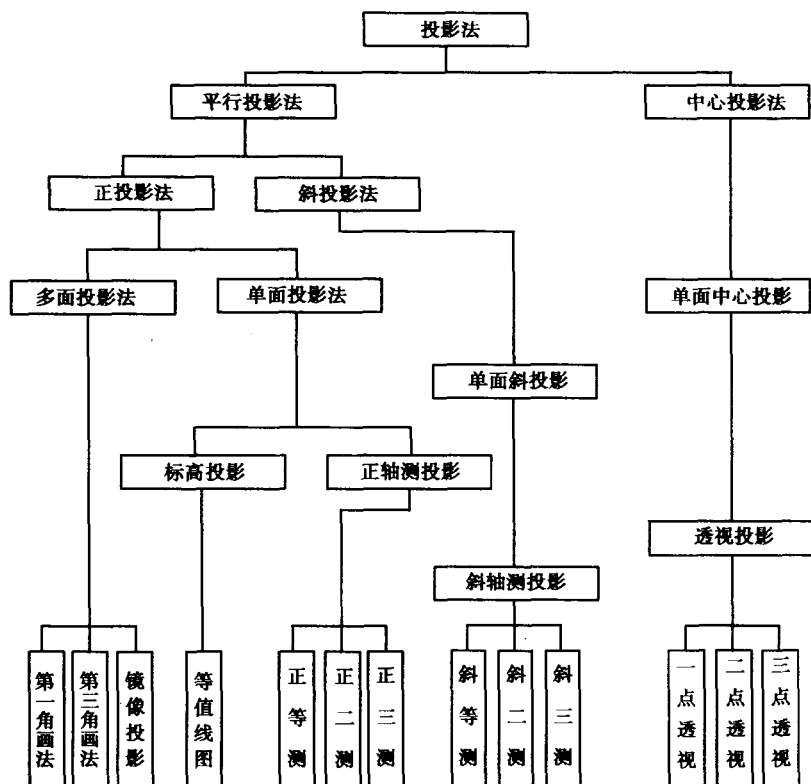
1.2 投 影

在平面上用图形来表示空间形体时,首先要解决的问题,是如何把空间形体表示到平面上去。

在日常生活中,人们可以看到太阳光或灯光照射物体时,在墙上或地面上出现物体的影子,这就是一种投影现象。投影法就是根据这一现象,经过科学的总结和抽象而创造出来的。

1.2.1 投影法的分类

当用一束光线照射物体时,即在预设的平面上产生相类似的影子(即图像),物体投射到平面上的图像称为该物体的投影,如图 1.1 所示。因此,这种物体通过投射射线向选定的面投射,在该面上得到图形的方法称为投影法。投影法分为两类:中心投影法和平行投影法,详见下列图表:



(1) 中心投影法

如图 1.1(a)所示,从光源 S (例如灯泡)发出的一束光线照射 $\triangle ABC$,在预设的平面 P 上即得到 $\triangle ABC$ 的投影图像 $\triangle abc$ (本书规定:空间点用大写字母表示,其投影则用相应的小写字母表示)。

将光源 S 、光线、平面 P 等抽象成几何元素:光源 S ——投影中心;光线 SA, SB, SC ——投影线;平面 P ——投影面。延长 SA, SB, SC 与平面 P 相交,其交点 a, b, c 称为 A, B, C 点在平面 P

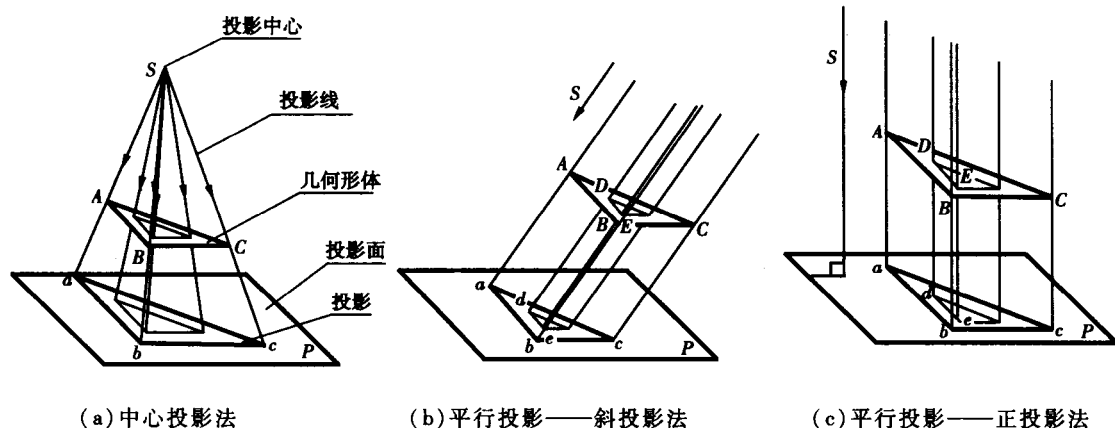


图 1.1 投影法的分类

上的投影。由于所有投影线都出自一个投影中心 S , 故称这种投影法为中心投影法。

在日常生活中, 常见的照相、放电影以及人眼看物体得到的影像均属于中心投影法的实例。

(2) 平行投影法

当投影中心 S 移到无穷远处时, 则所有的投影线将互相平行。此时的投影法则称为平行投影法。

在平行投影法里, S 表示投影方向。根据 S 与投影面 P 的倾角的不同, 平行投影法又分为两种:

斜投影法——投影线倾斜于投影面, 图 1.1(b)。

正投影法——投影线垂直于投影面, 图 1.1(c)。

正投影法是斜投影法的特殊情况。

1.2.2 投影的特性

(1) 中心投影法与平行投影法的共性

1) 投影是惟一的, 而且是不可逆的。

投影是一点 A 在给定的某种投影下(中心投影或平行投影), 向预设的投影面 P 进行投影时, 其投影 a 是惟一确定的。因为过该点的一条投影线与投影面 P 只能有一个交点。

投影是不可逆的, 即已知点 A 的投影 a , 但点 A 在空间的位置却不能确定。因为位于同一投影线上的点 $A_1, A_2, \dots$ 其投影均为 a , 如图 1.2 所示。

不仅点如此, 线、面、体也是这样。

2) 几何元素(直线、平面、柱面母线)若平行于投影方向(投影线), 则其沿投影方向的投影就有积聚性(直线成点、面成线), 如图 1.2 中的直线 L 和 $\triangle CDE$ 。

3) 同素性 在一般情况下, 空间几何元素: 点、直线、平面的投影仍然是点、直线、平面。

4) 从属性 空间线上的点或面上的点, 其投影必定落在该直线或该面的投影上, 如图 1.1 所示。

5) 无论哪种投影都必须具备如下三个条件: 几何形体、投影方向和投影面。这三者之间的相对位置关系只要有一个相对另外两个发生变化, 就得到不同的投影。

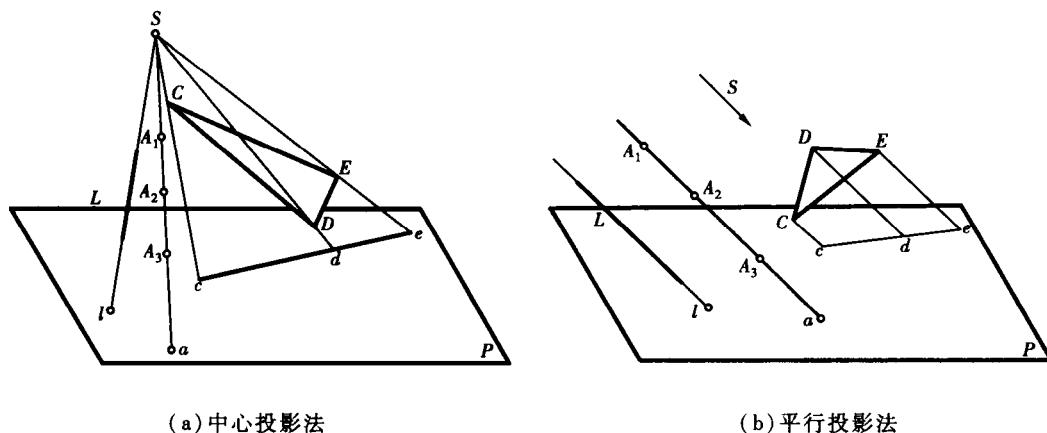


图 1.2 投影

(2) 中心投影法与平行投影法的个性

1) 中心投影法 在投影面 P 与投影中心 S 不变的情况下, 投影 $\triangle abc$ (图 1.1(a)) 的大小随 $\triangle ABC$ 距投影面 P 的距离之远近而变化, 即远大近小。

2) 平行投影法

① 在投影面 P 与投影方向不变的情况下, 投影的大小与物体距投影面距离的变化无关。

② 当直线或平面平行于投影面时, 投影反映直线的真实长度 (简称实长) 或平面的真实形状 (简称实形), 如图 1.3(a)、(b) 所示。

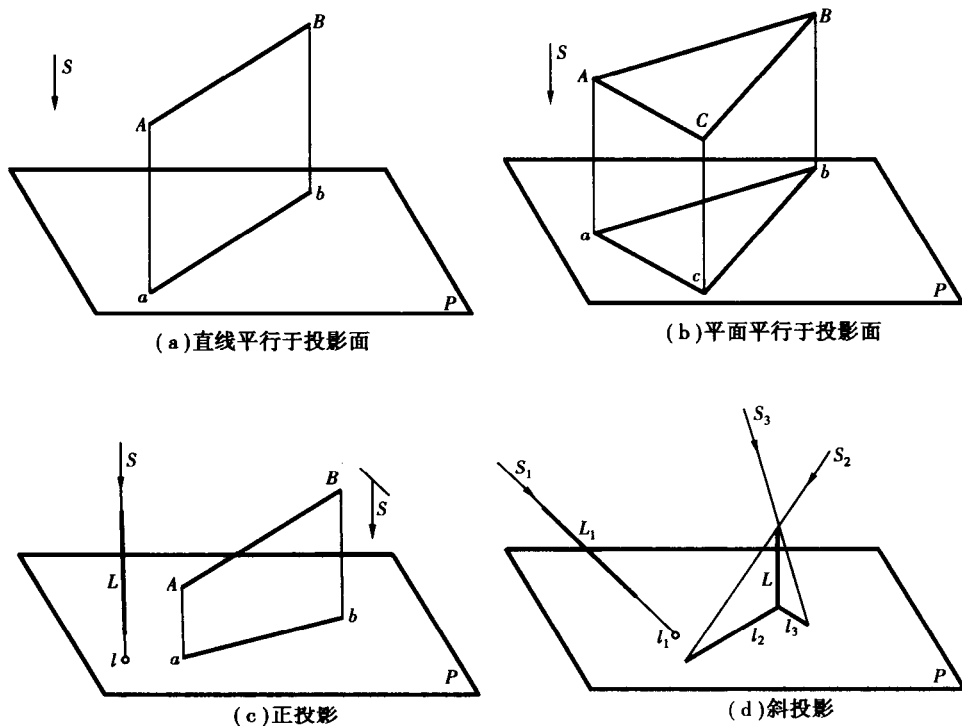


图 1.3 平行投影

③在正投影中,投影线与投影面垂直,其倾角是惟一的(90°)。 AB 倾斜于投影面时,总是 $ab < AB$,如图 1.3(c)所示。但在斜投影中,投影线与投影面的倾角不是惟一的, ab 与 AB 的关系随投影方向 S 的变化而变化,如图 1.3(d)所示。

1.3 工程图种类

常用的工程图有如下列四种:

1.3.1 正投影图

一个物体在一组投影面上的投影,称为正投影图。图 1.4 是某一几何体的投影,图 1.5 为一座房屋的正投影图。每个投影能反映在某种方向的实际形状和大小,便于按图建造,是主要的工程图。正投影是一种多面投影,它采用相互垂直的两个或两个以上投影面,在一个投影面上分别用直角投影获得几何原形的投影,由这些投影便能完全确定该几何原形的空间位置和形状。

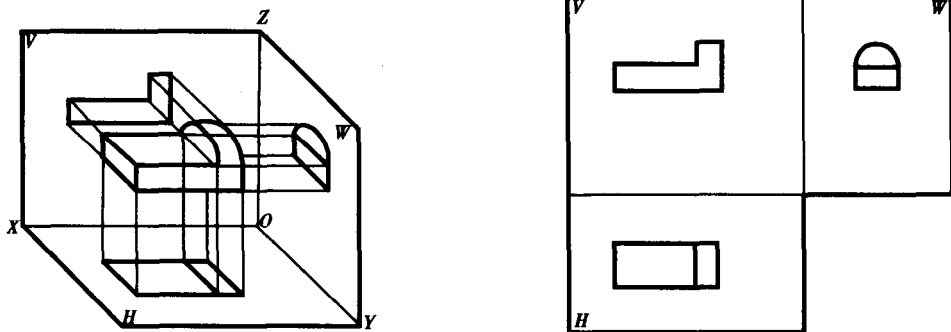


图 1.4

采用正投影法时,常将几何体的主要平面放成与相应的投影面相互平行。这样画出的投影图能反映出这些平面的实形,因此,从图上可以直接量得空间几何体的许多尺寸。也就是说正投影图有很好的量度性,而且正投影作图也较简便。

1.3.2 轴测图

物体在一个投影面上的平行投影,称为轴测投影,也称为轴测图。图 1.6 是 V 形块的轴测图,图 1.7 是一个机械零件的轴测图,这种图也有立体感,有的并能反映物体上某些方向的真实形状和大小,但不能反映出整个物体的真实形状。常用作各种工程上的辅助性图。

1.3.3 透视图

以人眼为投影中心时,物体在一个投影面上的中心投影,称为透视投影,也称为透视图。

图 1.8 为一座房屋的透视图。这种图有较强的立体感和真实感,但不能反映物体的真实形状和大小且作图较繁,一般仅用作表示建筑物等的辅助性图。

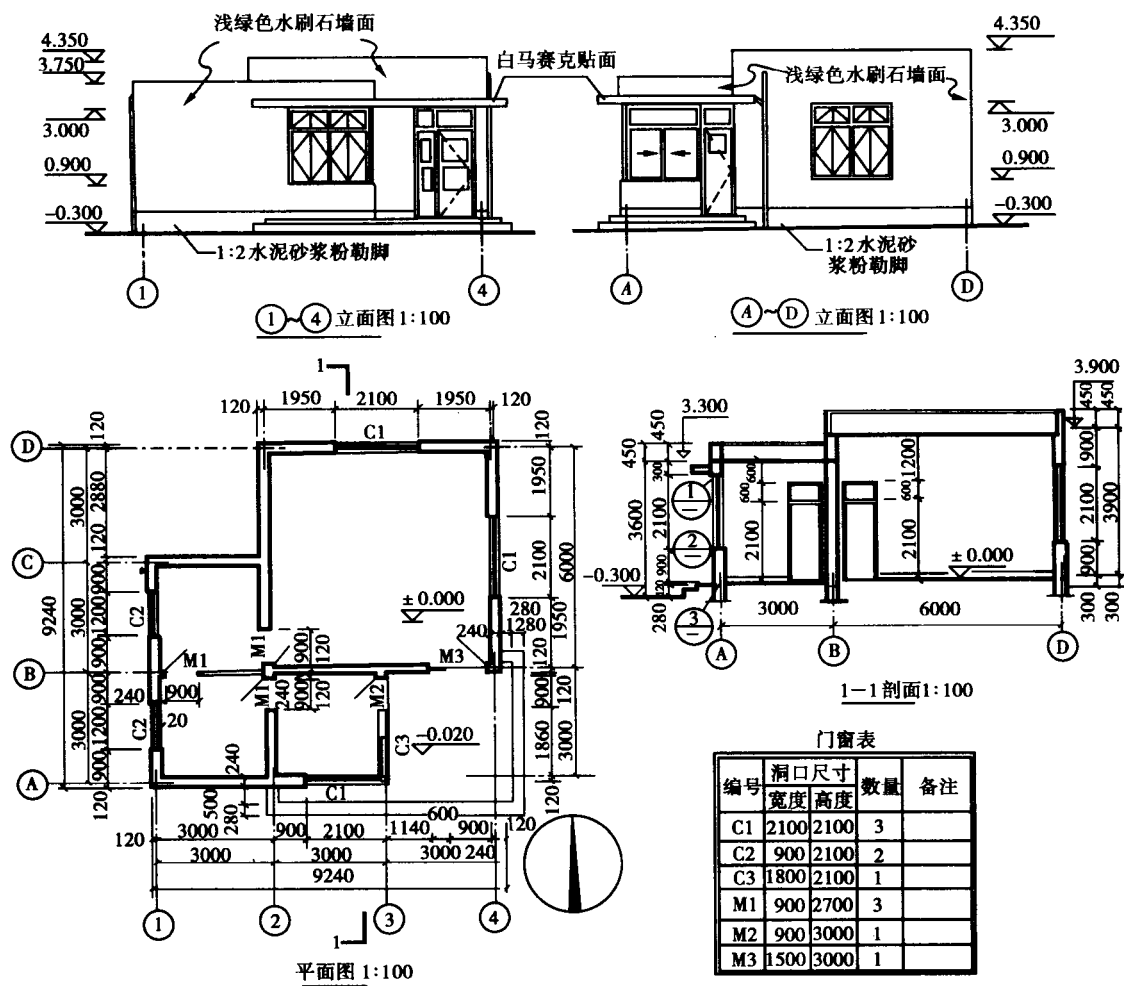


图 1.5 房屋的正投影图

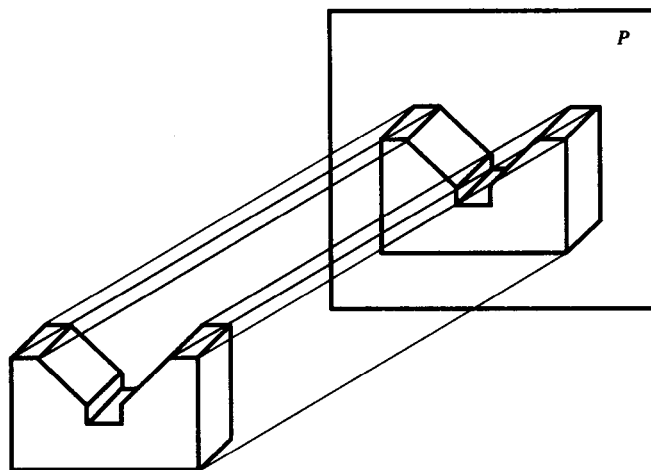


图 1.6 V形块的轴测图

1.3.4 标高投影图

物体在一个水平投影面上标有高度的正投影,称为标高图。标高投影是用直角投影获得空间几何要素对投影面的距离,以在投影图上确定空间几何要素的几何关系。

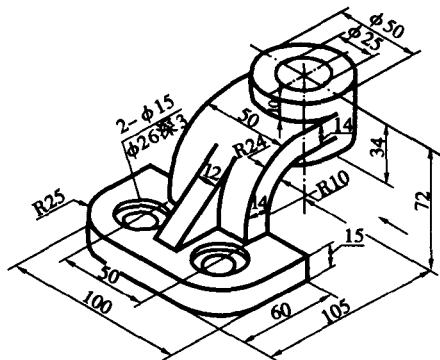


图 1.7 零件的轴测图

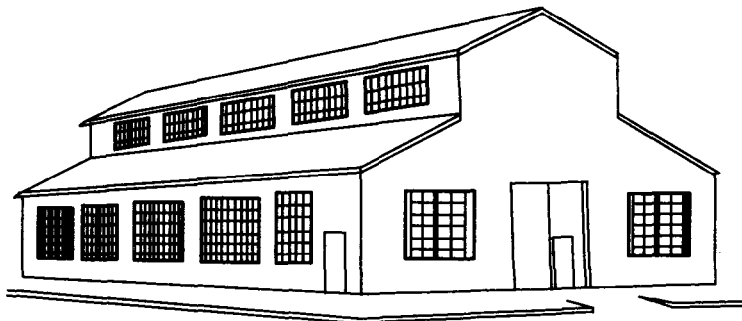
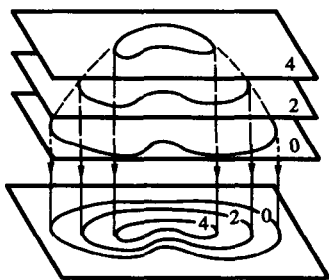
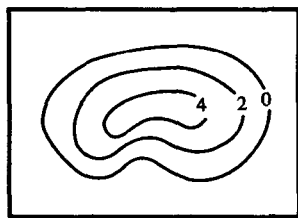


图 1.8 房屋的透视图



(a) 曲面的标高投影



(b) 曲面的标高投影图

图 1.9

标高投影常用来表示不规则曲面,如船舶、飞行器、汽车曲面及地形等,它是运用标高投影和正投影结合的方法画出来的。图 1.9 表示一曲面的标高投影图。

第 2 章

点

由于物体的一个投影不能确定它的空间形状,所以正投影图是以物体在两个或多于两个投影面上的投影来表示它的空间形状的。点是组成空间形体最基本的几何元素,因此要研究空间形体的图示法,首先就要研究空间点的图示法。

点是组成形体最基本的几何元素,在立体上常常以交点的形式出现。如图 2.1 中立体上 A, B, C, D 诸点都是三条直线的交点。我们把其中一点 A 抽象出来,分析研究它的投影规律。

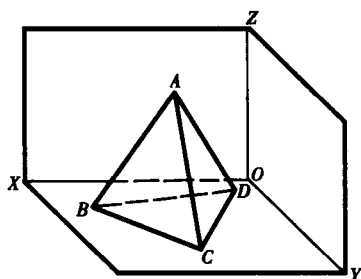


图 2.1 立体上的点

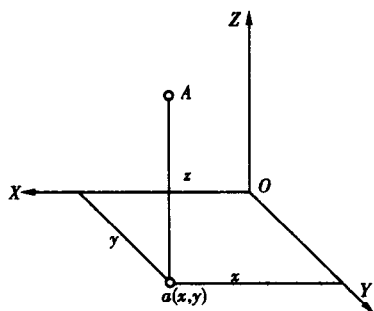


图 2.2 在空间坐标系中的点

在解析几何里,我们已经学过平面直角坐标系。过平面直角坐标系 XOY 的原点 O ,作直线 OZ 垂直于平面 XOY (图 2.2),规定 OZ 轴向上为正,向下为负,并且在 OX, OY, OZ 三根轴上都取相同的长度单位,这样就建立了一个空间直角坐标系 $O-XYZ$ 。它有原点 O ,坐标轴 OX, OY, OZ ,坐标平面 XOY, YOZ, ZOX 。其中坐标轴分别垂直于坐标面,即 $OX \perp YOZ, OY \perp XOZ, OZ \perp XOY$ 。

若空间有一点 A ,需要确定它的位置。过 A 点向 XOY 平面作垂线 Aa ,垂足为 a , Aa 为 A 点的 z 坐标,其 x, y 坐标由 a 的坐标反映(图 2.2), A 点的空间位置就可用按一定次序排列的三个坐标 x, y, z 来表示,记作 $A(x, y, z)$ 。同平面坐标法一样,空间任意一点对应着有次序的三个坐标;反过来,任意有次序的三个坐标对应着空间一点。这就是确定点的位置的空间坐标法。

2.1 点的两面投影

2.1.1 点的两面投影

图 2.3(a) 表示在第一分角中有一点 A , 为要作出 A 点在两投影面体系中的投影, 自 A 点分别引垂直于 H 面和 V 面的投射射线 Aa 和 Aa' 。 Aa 与 H 面的交点称为 A 点的水平投影, 规定用相应的小写字母 a 表示; Aa' 与 V 面的交点称为 A 点的正面投影, 规定用右上角带撇的小写字母 a' 表示。

为了将空间两投影面上的投影画在同一面(即图纸)上, 规定 V 面保持不动, 而将 H 面绕投影轴 OX 按图 2.3(b) 中箭头所示的方向旋转 90° 使与 V 面重合, 就得到 A 点的两面投影图, 如图 2.3(c) 所示。由于投影面是没有边界的, 因此在投影图上一般不画出投影面的边框, 如图 2.3(d) 所示。

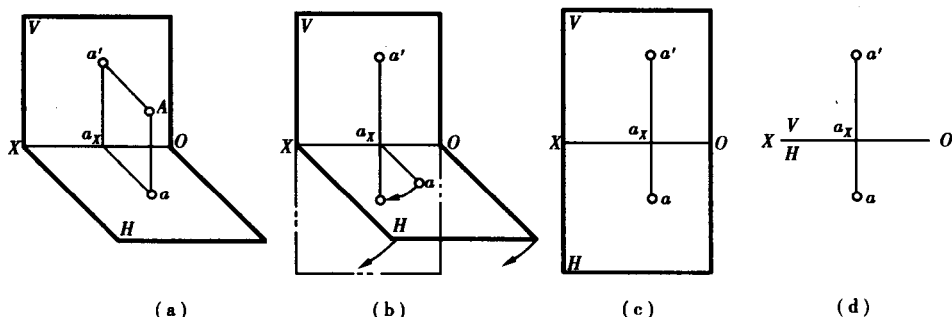


图 2.3 两投影面体系第一分角中点的投影图

反之, 有了点的投影图, 只需按它形成的相反过程来推想, 便能想象出该点的空间位置。例如, 根据图 2.3(d), 设想分别过 a 和 a' 有两个垂直相交于 OX 轴的投影面如图 2.3(b) 所示, 于是分别过 a 和 a' 作相应投影面的投射射线, 则两投射射线的交点即是 A 点的空间位置, 如图 2.3(a) 所示。

分析点在两投影面体系中得到投影图的过程, 可得出点的投影规律如下:

①点的两个投影的连线垂直于投影轴(即 $aa' \perp OX$)。

图 2.3(a) 中, 投射射线 Aa 和 Aa' 所构成的平面 Aaa_xa' 垂直于 H 面和 V 面, 亦即垂直于 H 面和 V 面的交线 OX 轴, 因而平面 Aaa_xa' 上的直线 aa_x 和 $a'a_x$ 必垂直于 OX 轴。当水平投影 a 随 H 面旋转至与 V 面重合时, aa_x 与 OX 轴的垂直关系不变, 因此, 在投影图上 a, a_x, a' 点共线, 且垂直于 OX 轴。

②点的水平投影到 OX 轴的距离等于空间点到 V 面的距离; 点的正面投影到 OX 轴的距离等于空间点到 H 面的距离(即 $aa_x = Aa', a'a_x = Aa$)。

由图 2.3(a) 可知, Aaa_xa' 是一矩形, 其对边相等, 所以 $aa_x = Aa', a'a_x = Aa$ 。

以上投影规律不仅适用于点在两面体系中的第一分角, 而且也适用于点在其他分角中的任何位置。

2.1.2 第一分角中各种位置点的投影

同一分角中的点,可处于三种不同的位置,即在分角内,在投影面内和在投影轴上。由于点的位置不同,其投影也有不同的特征。图 2.4 是第一分角中各种位置点的轴测图和投影图,其中:

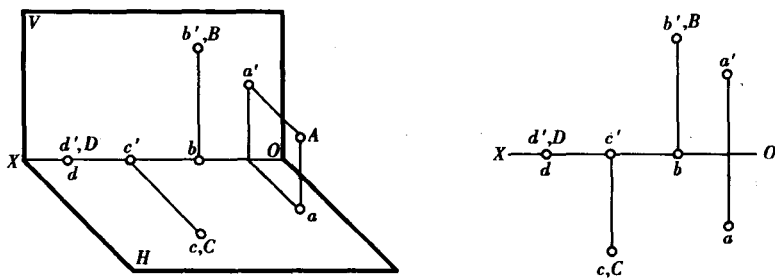


图 2.4 第一分角中各种位置点的投影图

A 点在第一分角内,它的正面投影 a' 在 OX 轴的上方,水平投影 a 在 OX 轴的下方,且与 OX 轴都分别有一定的距离。

B 点和 C 点分别在 V 面和 H 面内,由于 B 点到 V 面和 C 点到 H 面的距离都为零,因此它们各有一个相应的投影位于 OX 轴上,而另一个投影则与点本身重合。

D 点在 OX 轴上,即该点既在 V 面内又在 H 面内,所以它的两个投影以及点本身都重合于 OX 轴。

根据点的投影规律和上述各种位置点的投影特征,便可由投影图迅速而准确地判断点在空间的位置。

[例 2.1] 根据轴测图(图 2.5(a)),试作 A 点的投影图。

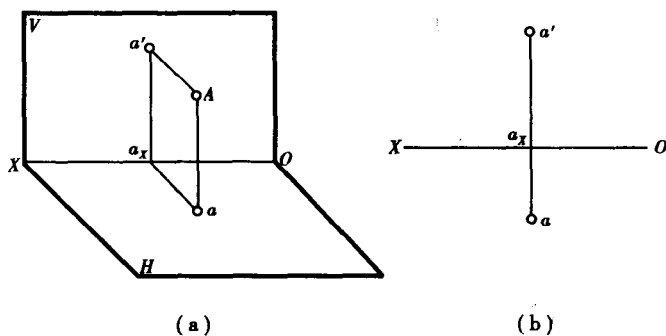


图 2.5

解 由图 2.5(a)可知 A 点位于第一分角内,它对 H 面和 V 面的距离分别为 Aa 和 Aa' 。其投影图的作图步骤如下:

①画出投影轴 OX ,在轴上由端点 O 向左取 a_x ,使该点与 O 点的距离等于轴测图中 Oa_x 的长度;

②过 a_x 点作 OX 轴的垂线,并在垂线上由 a_x 向下取一点 a ,向上取一点 a' ,使 $a_x a$ 的长度等于轴测图中 A 点到 V 面的距离(即 Aa'), $a_x a'$ 的长度等于 A 点到 H 面的距离(即 Aa),所得的 a 和 a' 即分别为 A 点的水平投影和正面投影,如图 2.5(b)所示。

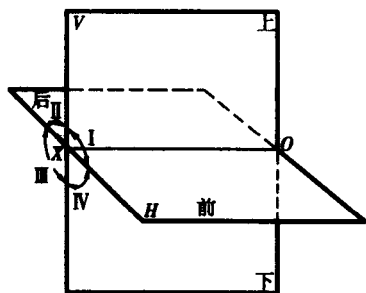


图 2.6 两投影面体系

2.1.3 其他分角内点的投影

由于空间设定了两投影面体系,投影平面是没有边界的, V 面和 H 面将空间分成了 I, II, III, IV 四个部分,称为分角。其次序如图 2.6 所示。

图 2.7 表示 A, B, C, D 四点分别位于第一、二、三、四分角内的轴测图和投影图。从投影图中可以见到,各点的投影完全符合上述点的投影规律,但由于投影面展开时, H 面的前半部与 V 面的下半部重合,而 H 面的后半部与 V 面的上半部重合,因此,位于不同分角内点的两投影与 OX 轴配置的相对位置各不相同。

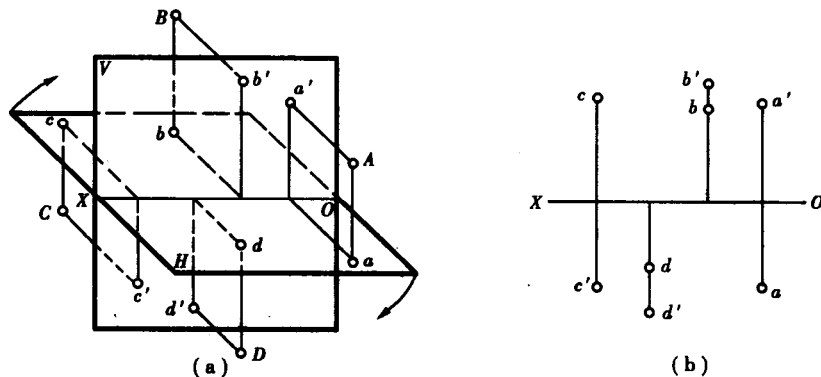


图 2.7 不同分角内点的投影

(1) 在不同分角里的点

设空间有 A, B, C, D 点,分别在 I, II, III, IV 角内,如图 2.7(a) 所示。画 B, C, D 三点投影图的过程与画第一分角点 A 一样,它们的投影图见图 2.7(b)。研究图 2.7(b) 可以归纳出不同分角内的点的投影有如下特性:

第一分角内的点 A : a' 和 a 分别在 OX 轴的上方与下方;

第二分角内的点 B : b' 和 b 都在 OX 轴的上方;

第三分角内的点 C : c' 和 c 分别在 OX 轴的下方与上方;

第四分角内的点 D : d' 和 d 都在 OX 轴的下方。

(2) 投影面上的点

当点在投影面上时,如图 2.8 中的 E, F, J, K , 它们的投影特性是:

① 点的一个投影在投影轴上;

② 另一个投影与点本身重合。

反之,若点的一个投影在投影轴上,则此点一定在投影面上。至于点在投影面上的部位,可以根据不在投影轴上的那个投影来判断(图 2.8(b));若点的正面投影在 OX 轴上方,则该点位于 V 面的上部(如 E 点);反之则位于 V 面的下部(如 J 点)。若水平投影在 OX 轴下方,则该点位于 H 面的前半部(如 K 点);反之则位于 H 面的后半部(如 F 点)。

(3) 投影轴上的点

在图 2.9(a) 中,点 G 在 OX 轴上,在这种情况下, G, g', g 三者重合。