

功勋教师
特级教
张天孝主
编



小学数学思维训练

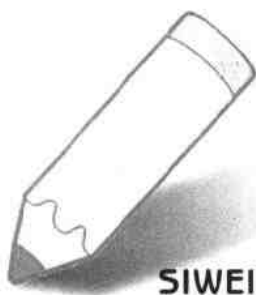
名师指导

第 8 册



浙江少年儿童出版社

顾问 张梅玲
主编 张天孝
编委 沈国梅 朱乐平
邱向理



XIAOXUE SHUXUE
SIWEI XUNLIAN MINGSHI ZHIDAO

小学数学思维训练 名师指导

第8册

浙江少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学思维训练名师指导. 第8册/张天孝主编. —杭州: 浙江少年儿童出版社, 2003.2
ISBN 7-5342-2796-8

I. 小… I. 张… III. 数学课-小学-教学参考资料
N. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 096035 号

责任编辑 蒋 薇
美术编辑 吴 珩
封面设计 张 鹰

小学数学思维训练名师指导

第 8 册

主编 张天孝

浙江少年儿童出版社出版发行

(杭州体育场路 347 号)

浙江大学印刷厂印刷 浙江省新华书店经销

开本 850×1168 1/32 印张 3.75 字数 70 千 印数 1—12350

2003 年 2 月第 1 版 2003 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 7-5342-2796-8/G · 1488 定价: 5.00 元

如有印装质量问题, 请与承印厂联系调换

版权所有 翻印必究



序言

数学既是一种工具,也是一种思维。以数学思维为核心的数学教育对发展人的思维、提高人的素质,尤其是对培养人的创新意识和创新能力起着重要的作用。

在课堂上组织富有成效的教学活动,是学生数学思维训练的主渠道。在课外,配合课堂教学有计划、有目的地进行数学思维能力训练,也是促进儿童数学思维能力发展的重要渠道。为此,我们专为小学生编写了这一套《小学数学思维训练名师指导》。

以色列心理学家鲁文·弗斯坦通过长达 25 年的研究,并用大量的实验结果说明:“除非有最严重的遗传和器质性缺陷,人类机体在任何年龄和发展阶段对可变性都是开放的。”这就是说,人的思维通过有目的、有计划的训练可以在原有的水平上得到提高。1986~1989 年期间,我们课题组曾在北京四类不同学校,就《现代小学数学》教学实验中数学思维训练对小学生数学思维的促进作用进行了三年的追踪研究,实验结果表明,经训练的学生在解决数学问题时,其可逆性、有序性、互补性、相对性等思维能力均高于同年级对照班学生。实验充分说

明,小学生的数学思维能力是可以通过有计划的训练得以提高的。

数学思维训练的有效度,在很大程度上,取决于科学的教育指导。为此,张天孝主编的《小学数学思维训练名师指导》,为学生提供全面而科学的指导,供学生学习时参考。

在当今人类面临开垦第三块处女地——人脑的年代里,让我们给予孩子更多创造的自由,点燃他们智慧的火把吧!这是时代赋予教育的最强音。愿我们通过学生数学思维训练的实践使这套《小学数学思维训练名师指导》丛书日趋完善,内容更加丰富。

中科院心理研究所博士生导师 张梅玲



数学是学习现代科学技术必不可少的基础和工具，是基础教育的重要组成部分。通过学习数学，不仅要使学生掌握数学基础知识，更主要的是要训练学生的思维，增强他们分析问题和解决问题的能力。揭示数学思维过程，培养学生的思维能力，是数学教学中极为重要的任务。

有计划、有目的地进行数学思维能力专项训练，是促进儿童数学思维能力发展的重要渠道。数学思维能力专项训练，是从学生已有的知识出发，选择适当的数学材料，围绕一个项目进行的训练。训练的目的不是为了求出一个结果、引出一个结论，也不是用引出的结论去解决问题，而是要突出训练中的思维过程，即分析的过程、概括的过程、推理的过程和化归的过程。

《小学数学思维训练》是国家自然科学基金重点项目“儿童认知能力的发展和促进的研究”（批准号39730180）课题对小学生进行数学思维专项训练的材料。全套12册，每册围绕10~12个专题，每个专题按准备训练、基本训练（含例题分析和练习指导）、综合训练三个层次，由

浅入深，对各种不同水平的学生进行数学思维专项训练。

本书由中国科学院心理研究所特邀研究员、硕士生导师张天孝主编，中国科学院心理研究所研究员、博士生导师张梅玲为顾问。本册由沈国梅编写。

编 者

2003年1月

目录

一	有几种可能	1
二	有趣的整除	10
三	巧算求和	20
四	你会代换吗	35
五	推理问题	45
六	识别运行图	55
七	相距 5000 米	65
八	有趣的数阵图	79
九	巧求数码个数	91
十	跳棋中的数学问题	100



一 有几种可能



通过解决一些与排列组合有关的数学问题,学会运用列表、画图等方法分析问题,发现规律,会求简单事件发生的可能性。并能从多种角度去思考问题,从而开阔思路,提高分析问题和解决问题的能力。

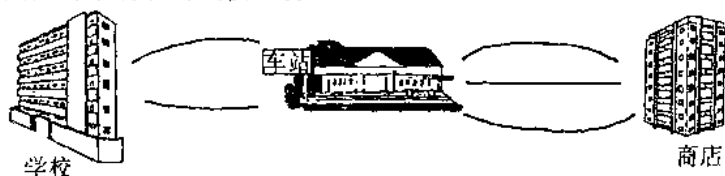


入门

准备训练

1. 准备好数字卡片 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$, 按要求操作, 并有序地将组成的各数记录下来: (1) 用 $1, 2$ 可组成哪些不同的两位数? (2) 用 $4, 5, 6$ 组成的三位数有哪些? 用 $2, 0, 3$ 组成的三位数有哪些? (3) 可以怎样计算所组成的数的总个数?

2. 从学校经过车站去商店,有几条不同的路线? 请你指出来,并列式算式。



解 答

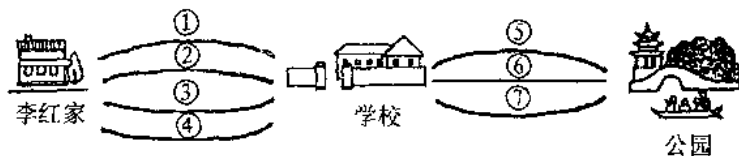
1. 选用的数字卡片	可组成的数	总个数
1, 2	12, 21	2
4, 5, 6	4 $\begin{cases} 56 \\ 65 \end{cases}$, 5 $\begin{cases} 46 \\ 64 \end{cases}$, 6 $\begin{cases} 45 \\ 54 \end{cases}$	6 (3×2)
2, 0, 3	2 $\begin{cases} 03 \\ 30 \end{cases}$, 3 $\begin{cases} 02 \\ 20 \end{cases}$, 0 $\begin{cases} 23 \\ 32 \end{cases}$	4 (2×2)

2. 略

拓 展

基本训练

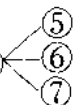
【例 1】 李红从家到学校有四条路可走,从学校到公园有三条路可走。李红从家到学校,再到公园,共有几种不同的走法?



思考过程

从李红家到学校有几种不同的走法？从学校到公园又有几种不同的走法？一共有几种走法，怎样计算？

如果从李红家到学校有三条路线可走，而从学校到公园有五条路线可走，则一共会有几种不同的走法？

解：第一种：从① ，共有 $4 \times 3 = 12$ (种) 不同

的走法。

第二种： $3 \times 5 = 15$ (种)。

练一练

- 用 5, 6, 9 三个数字，可以组成几个不同的三位数？用 4, 6, 9 三个数字，可以组成几个不同的三位数，其中最大的是几？最小的是几？
- 用 2, 7, 0, 8 四个数字，可组成几个不同的四位数？
- 从 $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ 四张卡片中，取出三张组成三位数，所组成的三位偶数中：
 - 百位上是 1 的三位数有 _____ 个；
 - 百位上是 2 的三位数有 _____ 个；
 - 百位上是 3 的三位数有 _____ 个；用这四张卡片组成的三位偶数共 _____ 个。
- 从 $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ 四张卡片中，用其中的一张或几张卡片，一共可以组成 _____ 个质数，它们是 _____。

解答

1. 分别可组 $3 \times 2 = 6$ (个) 不同的三位数, 4, 6, 9 组成最大的三位数是 964, 最小的是 469。

$$2. \begin{array}{l} \quad \quad \quad 0-8 \\ \quad \quad \quad 7 \swarrow \quad \searrow \\ 2 \swarrow \quad 0 \quad 8-0 \\ \quad \quad \quad 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7 \swarrow \quad \vdots \\ 8 \swarrow \quad \vdots \end{array}$$

共可组成 $3 \times 3 \times 2 = 18$ (个) 不同的四位数。

$$3. (1) \left. \begin{array}{l} 1 \swarrow \quad 0-2 \\ \quad \quad 2-0 \\ \quad \quad 2 \\ \quad \quad 3 \swarrow \quad 0 \end{array} \right\} \text{共 4 个}$$

(2) 百位上是 2, 个位只能是 0 的三位数, 即 210, 230 两个。

(3) 百位上是 3 的三位数有 301, 310, 320, 302, 312, 321; 用四张卡片组成的三位偶数共 10 个: 102, 120, 130, 132, 210, 230, 302, 310, 312, 320。

4. 组成的质数有 6 个, 即 2, 3, 13, 23, 31, 103。

【例 2】 假期快要到了, 李老师与六(2)班的同学讨论一个问题: 如果假期中有急事需要通知大家, 怎样才能尽快地通知到全班的 36 名同学呢? 如果通知的方式是打电话, 而且每打一个电话需要 1 分钟, 请你设计一下采用怎样的方式, 所需的时间最省。

思考过程

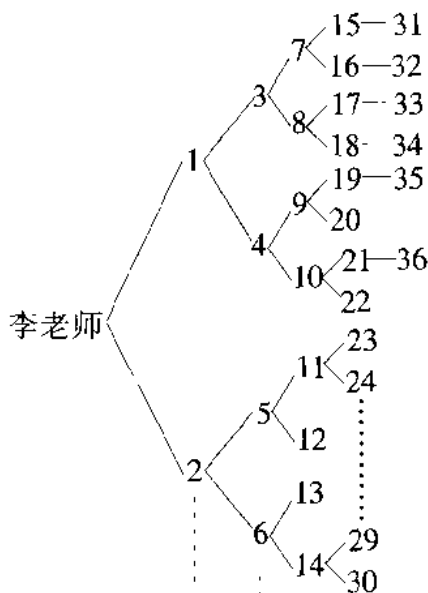
用1,2,3...,35,36表示36名同学,用箭头表示谁打电话给谁。例如由李老师打电话通知1,2两位同学,可表示为:

李老师 $\begin{matrix} \swarrow \\ 1 \\ \searrow \\ 2 \end{matrix}$

请你独立设计联系方案,并计算出“每个同学都通知到”共需几分钟。再设计一种联络方案或与同伴比较各人所设计的联络方案,哪一种最省时。

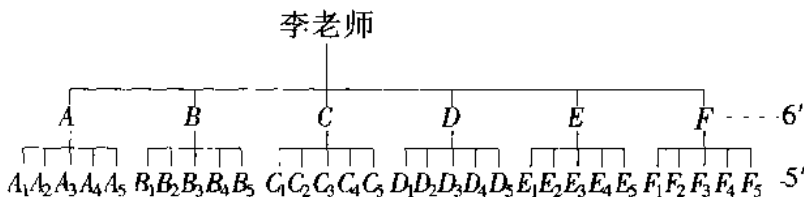
方案一:由李老师通知1号同学,1号再通知2号……即:李老师 $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ 3 $\rightarrow$ …… $\rightarrow$ 35 $\rightarrow$ 36,一共需36分钟。

方案二:李老师通知1,2号两名同学,1,2号再通知另两名同学……即:



$2' + 2' + 2' + 2'$ 合计 8 分钟可通知完毕。

方案三：暑期开始前，李老师说把全班分成6个小组，并选出6个组长，每个组有5名同学，传送信息时，李老师说先通知6个组长，组长再负责把信息传送到本组的5名同学，即：



如果李老师说最后通知 F ，等这组全部通知完毕，共要 $6+5=11$ (分)。

比较各方案，哪种方案所需时间最短？你喜欢哪种方案，为什么？

从上题可知，为了解答一个问题，会出现多种可能，为了得到更理想的答案，我们要全面考虑各种方案，多种可能，认真进行比较，得到最合理、最节省的结果。

练一练

1. 数学兴趣小组有 16 名同学，要建立一个通信网，请你设计几种不同的通信网，并比较哪种通信网较好。
2. 在你们班建立一个联络网，互相比以下情况。
 - (1) 借助电话传递一条信息，打电话的次数是否相同？
 - (2) 传递一条信息的速度(从发送到最后一个人接收到信息)是否相同？
 - (3) 哪种联络网传递信息最快，时间最短？





【例3】 小红和小明举行象棋比赛,按比赛规定,谁先胜头两局谁赢,如果没有胜头两局,谁先胜三局谁赢。试问共有多少种可能的情况?

思考过程

在对抗赛中,会出现几种可能?小红赢、小明输会出现几种情况?你能用列表方法表示出来吗?

从下表中能看出小红赢,小明输会出现几种情况?除下表几种情况外,还有其他可能吗?

小红赢、小明输的几种情况

小红	✓✓	✓x✓✓	✓xx✓✓	x✓✓✓
小明	xx	x✓xx	x✓✓xx	✓xxx
小红	✓x✓x✓	x✓x✓✓	x✓✓x✓	
小明	x✓x✓x	✓x✓xx	✓xx✓x	

既然小红赢、小明输有7种不同的可能,那么小红输、小明赢又会出现几种不同可能呢?你能列出各种可能出现的情况吗?

解:一共有 $7 \times 2 = 14$ (种)可能。

练一练

- 小明、小芳和小红三人照相。如果小芳一定要站在中间,可照多少张不同的相片?如果没有这个规定,又可照几张不同的相片?
- 有甲、乙、丙、丁四个队参加篮球比赛,每个队都要和

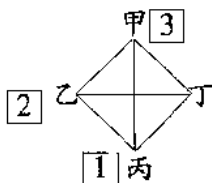
其他几个队比赛一场,总共要组织多少场比赛?

3. 六年级四个班要举行拔河比赛,如果采用淘汰制,一共要安排几场比赛?

解 答

1. 小方站中间: $\triangle \bigcirc \square, \square \bigcirc \triangle$ 两张不同的相片;没有以上规定,则有 $3 \times 2 = 6$ (种)不同的排列方法,得到 6 种不同的相片。

2.



共要组织 $3+2+1=6$ (场) 或 $4 \times 3 \div 2 = 6$ (场)

3. 第一场:

第二场:

第三场:

共要安排 3 场比赛。

巩 固

综合训练

- 六年级四个班举行拔河比赛,采用单循环制,请你设计一下一共要安排几场比赛?
- 在六个大城市之间,都有直达的航空线,一共有多少条航线?





3. 以小林、小华、小强和小刚四位同学为队长的四个小足球队举行了一场小足球比赛，每两个队为一组，这样最多可以组成不重复的几场比赛？
4. 班主任张老师准备在10名同学中选2人担任正副班长，请你设计一下有多少种不同的选法？
5. 从杭州到上海可坐火车、汽车或飞机；从上海到南京，可坐火车、汽车、飞机或轮船，小红跟父亲去旅游，从杭州出发，经过上海，最后到南京，共有几种不同走法？
6. 从2,3,5,7,11五个数中，每次取出两个数，分别作为一个分数的分子和分母，一共可以组成多少个分数？其中真分数(分子比分母小)有多少个？

解 答

1. $3+2+1=6$ (场)或 $4 \times 3 \div 2 = 6$ (场)
2. $5+4+3+2+1=6 \times 5 \div 2 = 15$ (条)
3. $4 \times 3 \div 2 = 6$ (场)
4. 正班长有10种选法，每种选法所对应的副班长有9种选法，共有 $10 \times 9 = 90$ (种)。
5. 从杭州到上海有3种走法，从上海到南京有4种走法，共有 $3 \times 4 = 12$ (种)走法。
6. 以任意一个数作分子，可组4个不同的分数，5个数共可组 $4 \times 5 = 20$ (个)分数；其中真分数有 $4+3+2+1=10$ (个)。