

海浪理论

B. B. 舒列金院士著

科学出版社

海 浪 理 論

B. B. 舒 列 金 院 士 著

管 秉 賢 譯

科 学 出 版 社

1957年8月

內 容 提 要

本書包括苏联科学院舒列金院士先后發表的九篇關於海浪理論的論文。這些論文涉及海浪運動學和動力學方面的一部分基本問題。有鑑於這些論文對海浪理論的研究有很大的意義，所以特將它們譯出，集成此書，以供參考。

海 浪 理 論

[蘇] B.B. 舒列金院士著

管 秉 賢 譯

*

科學出版社出版 (北京朝陽門大街117號)

北京市書刊出版業營業許可證出字第 061 號

北京新華印刷廠印刷 新華書店總經售

*

1957年5月第一版

書號: 0860 字數: 85,000

1957年6月第一次印刷

開本: 850×1168 1/32

(京) 0001-880

印張: 3 9/16 插頁: 1

定價: (11) 0.80元

本書簡介

本書包括苏联科学院 В. В. Шулейкин 院士自 1953 年至 1955 年先后在苏联科学院报告 (Доклады Академии Наук СССР) 及苏联科学院彙报, 地球物理学叢刊 (Известия Академии Наук СССР, серия геофизическая) 上所發表的九篇海浪論文的譯文。其中有七篇譯自苏联科学院报告, 余兩篇譯自地球物理学叢刊。在这时期內, Шулейкин 院士發表在苏联科学院报告上的海浪論文不止七篇, 因为其余几篇的内容已包含於后来在地球物理学叢刊上所發表的兩篇論文中, 故不再譯述。所以, 这九篇譯文可以說代表了 Шулейкин 院士在这一时期內对海浪問題的看法。

这九篇論文涉及到一部分海浪的运动学、动力学等方面的基本問題。这些問題是根据自然界的, 尤其是“風暴水池”的波浪观测提出的, 通过苏联海洋学家們的辛勤劳动, 都在不同程度上得到了解决或闡明。

在运动学方面: 根据观测提出了表征風浪輪廓的参数方程式; 又从連續性条件出發, 根据波流速度以及漂流速度的变化, 描出了水面質点的真实軌跡, 从而闡明了波頂变尖及破裂的原因。又提出了波浪的相速視水平面振动的位相而定的假設, 借此闡明了波浪因淺水而破裂的原因。

在动力学方面, 在本書中佔有最大篇幅的“風浪及湧浪的动力学”一文是本書最重要的著作。其中, 根据水質点能量增加的內結構, 提出了風浪波高增加的理論; 並將动量矩的概念应用到作波浪运动的水質点上, 因而發現了風浪波長增加的原因及其規律。同时也闡明了有关稳定湧浪的来源以及湧浪遇到逆風时的变化的一些問題。

作者又將上述各方面的成果用来研究風浪在深海上及淺海上的發展,以及出了風区之后湧浪在深海上之傳播諸問題。这方面的研究,對於海浪預報,显然是很有意义的。

这几篇論文中所述的理論研究, Шулейкин 院士又用深入淺出的文笔,以“海浪的現代理論”为篇名,介紹在 1955 年 10 月号的“自然界”(Природа)上。

譯者 1956 年 9 月於青島

目 录

本書簡介.....	I
風浪的輪廓及其主要的参数.....	1
波頂尖銳的物理原因.....	7
極陡波浪的运动学.....	14
波浪在淺水影响下的破裂.....	21
風浪及湧浪的动力学.....	38
波浪在深海上自向風岸至背風岸的發展.....	85
湧浪出了風区后在深海上的傳播.....	92
風浪在淺海上的發展.....	99
淺海上的風浪場方程式.....	105

風浪的輪廓及其主要的參數

許多研究工作者曾對海浪拍攝了立體照片，從這些照片中早就發現風浪輪廓與擺綫有顯著的差異，因為風浪輪廓的波頂比高度相當的擺綫的頂點要陡些，而波谷要平坦些。我們在風暴水池中對波浪進行的普通攝影與電影攝影，不但可以供我們詳細而確切地研究波浪的輪廓，並且還可以從此發現它的全部演變過程。我們找出了曲綫族的普遍方程式，不但可以將觀察到的風浪輪廓歸屬到這一曲綫族內；即使表征湧浪輪廓的擺綫也可以作為這一曲綫族的特殊形式而歸屬於這一曲綫族內。

假定風浪的波高為 h ，波長為 λ 。坐標系統的 X 軸為通過波高中點而指向波浪運動方向的直綫， Y 軸垂直向上，並認為波浪運動是兩度的（平面問題）。

大家都知道可以用這樣的兩個參數方程式來表示擺綫，其中包含有母圓的半徑 $r_0 = \frac{1}{2}h$ 以及滾動圓的半徑 R 和作為時間函數的角 θ ，而且 $R = \frac{\lambda}{2\pi}$ 。因此，上述曲綫族的普遍方程式也可以以類似於擺綫參數方程式的形式而寫為：

$$x = R\theta + a \sin \theta, \quad y = b \cos \theta. \quad (1)$$

在上式中， R 仍然保持它原來以 λ 表示的形式，但在第一個方程式中引入新參數 a ，在第二個方程式中引入 b 以代 r_0 。

如參數 a 和 b 是已知的話，那就很容易根據方程式(1)繪出風浪輪廓：畫一個以 a （長軸——橫軸）及 b （短軸——豎軸）為半軸的橢圓，在這橢圓上表出與各 θ 值相當的點，使橢圓的中心沿 X 軸移動一段等於 $R\theta$ 的距離，在固定的紙上記下隨着橢圓而運動的點的各個對應位置。我們即可看出：當參數 a 和 b 的數值選得

正确时,所得到的曲线将表示与这些参数相当的風浪的典型輪廓。

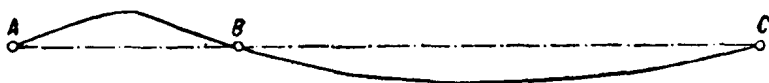


圖 1

第一圖所示的是我們在水池实验中用摄影机攝得的波浪輪廓之一。在这圖中,波峯在 X 軸上所截出的 AB 段要比波谷所截出的 BC 段短得多。根据描繪輪廓的方法,頗易証明:

$$AB = \frac{\lambda}{2} - 2a; \quad BC = \frac{\lambda}{2} + 2a.$$

我們用 κ 表示 AB 与 BC 之比。在这种場合下,当我們知道了 κ 、波高 h 及波長 λ 以后,就可根据攝出的輪廓而确定出两个参数 a 及 b ,即:

$$a = \frac{1-\kappa}{1+\kappa} \cdot \frac{\lambda}{4}; \quad b = \frac{h}{2}. \quad (2)$$

根据公式(2)确定出两个参数並用上述描繪法作出一組輪廓以后,我們發現这些輪廓与某一段影片所照出的輪廓是十分一致的。奇怪的是,我們所提出的这些参数甚至可以用来表征当年 Mitchell 所描述的“極陡”波浪,当然,仅是近似的。测量这种波浪的結果得出:

$$\kappa = 0.38; \quad \frac{a}{\lambda} = 0.112; \quad \frac{b}{\lambda} = 0.0715.$$

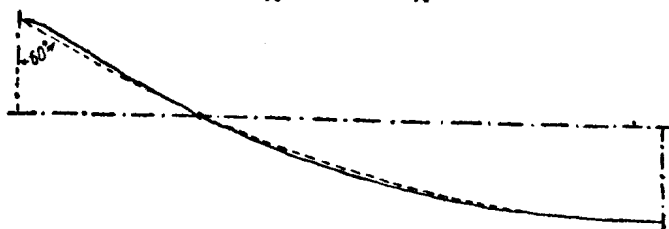


圖 2

在第二圖中我們用虛綫描出了“極陡”波浪的輪廓,實綫是根据我們的作圖法所描出的輪廓。从這張圖中可以看到,仅仅在波頂附近略有一些出入。

方程式(1)使我們有可能在这輪廓中求出坡面陡度达到極大值的各点,在这些点上, y 對於 x 的第二次微商为零。簡單的計算指出:在这些点上,波浪輪廓的切綫与縱軸構成某一角度 γ_0 , 它可由下列关系式确定之:

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \sqrt{\left(\frac{R}{b}\right)^2 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}. \quad (3)$$

直接对影片进行測量的結果也能很好地証实这个关系式。从这个关系式得出的“極陡”波浪的 γ_0 与由十分著名的定理中得出的相差甚小。这就是說:从公式(3)可以証明,在这种情况下 $\gamma_0 = 58^\circ$, 即實綫的波頂角(圖 2)为 $2\gamma_0 = 116^\circ$ 。大家都知道,实际上,“極陡”波浪的波頂角为 120° 。这两个数值只相差 3%。这是由于曲綫具有上述差異所引起的。

測出了照片上的綫段 AB 和 BC 並算出了 η 以后,就可以用这样的方法定出波浪輪廓。要根据 a 、 b 之間所存在的差異来研究特性数值 n 在曲綫族範圍內所起的变化,同样也並不困难。其实,如用 n 表示 $\frac{b}{a}$, 並用 N 表 $\frac{\lambda}{h}$, 那末將(2)式經過簡單的变换以后,就可以得出下列公式:

$$n = \frac{Nn-2}{Nn+2}. \quad (4)$$

这个关系式可用来判断輪廓屬於上述曲綫族的这类波浪的“波頂尖銳”度。其中,当 $n=1$ 时,从公式(4)就可以得出摆綫的 η 值。在極限情况下,即当 $N \rightarrow \infty$ 时, η 就趋向於 1。正弦波的情形正應該这样,因为正弦波的 h 与 λ 之比为無穷小。我們不應該忘記:具有半軸为 a 和 b 的橢圓,只被我們用来作为描繪風浪輪廓的工具,因为它与波面上任一个水質点的軌跡,沒有絲毫共通之

点。我們在水池上的觀測証明，波浪上水質点的軌跡本身确由質点的兩种运动所合成：即由於風海流*的存在所引起的前进运动以及沿着几乎是圓形軌道进行的运动。只有当水層深度对波長之比很小时，質点的运动軌道才不是圓形。我們假定水面質点的軌道是正圓，它的圓心始終以波速 c 向着波浪傳播方向移动的話，那末在所取計时起点之后的某一刻 t ，軌道中心 O 就会位於离坐标原点 x 之处，此时，显然 $x = ct$ 。

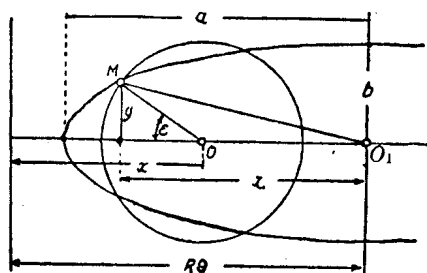


圖 3

假定在上面所說的这一时刻，軌道半徑 OM 位於圖 3 所示的位置，也就是說它与 X 軸構成 ε 角的話，那末这个半徑的長度总是等於 $\frac{h}{2}$ 。當我們从形式方面来描写質点 M 的运动时，我們可以重新採用公式 (1)。在这

种情况下，必須根据运动学的条件(公式 1)而求出水質点 M 將沿以运动的一个橢圓，这个橢圓的半軸为 a 和 b ，它的中心則为 O_1 。显然，此时 $b = \frac{h}{2}$ 。因而輔助橢圓的短軸 b 必須等於質点的实际軌道半徑 OM 。

我們如以 x_1 表示輔助橢圓的半徑向量 O_1M 在橫軸上的投影，並以 y 表示点 M 在垂直方向上与橫軸的距离，那就可以写出下式：

$$x_1 = a \sin \theta; \quad y = b \cos \theta. \quad (5)$$

另一方面，根据方程式 (1)，自 O_1 至坐标原点的距离等於 $R\theta$ 。此外，根据圖(3)有

* 这里我們也考虑到在具有速度势的波动过程中，水体的搬运情况——作者原註。

$$\sin \varepsilon = \frac{y}{b}. \quad (6)$$

这就是說,如按照方程系(5)的第二式,則

$$\sin \varepsilon = \cos \theta, \quad \varepsilon = \frac{\pi}{2} - \theta. \quad (7)$$

考虑到这些簡單的关系式以后,我們就可以用下式表示实际圓形軌道的中心 O 的 x 坐标:

$$\begin{aligned} ct = x &= R\theta - (x_1 - b \cos \varepsilon) = R\theta - (a \sin \theta - b \sin \theta), \\ ct &= R\theta - (a - b) \sin \theta. \end{aligned} \quad (8)$$

如以 R 来除(8)式的兩边,並考虑 $\frac{c}{R} = \frac{2\pi}{T} = \bar{\omega}$ (在这公式中 $\bar{\omega}$ 表示質点沿圓形軌道运动时在一週期 T 內的某一平均角速度),那末我們又可写出下式:

$$\theta - \frac{a-b}{R} \sin \theta = \bar{\omega} t. \quad (9)$$

由此就可以算出質点 M 沿圓形軌道运动时的真实角速度,即

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \bar{\omega} / \left(1 - \frac{a-b}{R} \cos \theta\right). \quad (10)$$

可見, ω 随着相角 θ 而变化,变动在平均值 $\bar{\omega}$ 的兩边。当 $\theta=0$ 时(波頂), ω 为最大; $\theta=\pi$ 时(波谷), ω 为最小。

根据公式(10),很容易算出最大角速度超过最小角速度的倍数,即:

$$\frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} = \frac{1 + \frac{a-b}{R}}{1 - \frac{a-b}{R}}. \quad (11)$$

由此可見,風浪波頂的尖銳形狀以及波底的平坦形狀是由於海水質点沿着軌道运动时的角速度不恆定所引起的。水池上的直

接測量証實了這個結論。作為上述的例証，我們指出：在風浪情況下，比值 $\frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}}$ 有時可超過 2.5，反之，一俟風的作用停止後，這比值就迅速地降低到 1.5 以下。

(1953 年 9 月 15 日完稿於蘇聯科學院海洋水文物理研究所)

(譯自“蘇聯科學院報告”，1953 年 93 卷 2 期)

波頂尖銳的物理原因

去年我們作了解釋風浪波頂呈尖形的初次嘗試(請參看參考文獻 1)。在該論文中我們無形中承認了漂流速度在 X 軸範圍內及在時間上是恆定的。在這種假定之下,為了滿足形式的條件(2),就必須把質點的轉動角速度 ω 看作是一個隨着時間而在平均值 $\frac{2\pi}{T}$ 附近變化着的速度(在波頂上,這一速度有最大值,在波谷上這一速度有最小值)。這個結論,雖然與水池上波浪運動的表面圖景並不矛盾,然而當我們進一步研究波浪的風能供給問題(請參看參考文獻 2)以及波長的增加問題(見參考文獻 3)時,就顯示出這個結論是不合適的,因為勢能和動量矩的條件與 ω 在一個週期 T 內的變動並不相符。另一方面,當 $\frac{h}{\lambda}$ 的值很大時,即使沒有風的作用,波浪也能取得與擺綫不同的形式。

這就意味着,必須尋求另一種圖案,使由具有 a, b 半軸的輔助橢圓(見參考文獻 1)轉到實際的軌道:對表面質點來說,這軌道是半徑 r_0 等於 b 的一個圓周。雖然,我們現在給出了新的條件

$$\omega = \bar{\omega} = \frac{2\pi}{T} = \text{const.},$$

但是參考文獻 1 第 3 圖上無可反駁的幾何關係,仍然是有效的。

為了得到前面所述的風浪的典型輪廓,現在必須把搬運速度看作是不恆定的,是在波長範圍內變動着的。實際上,我們可以設想,與波浪同時存在着的流速,是由常量 u_0 與在 λ 範圍內變動着的變量 u 合成的。轉動角度 θ 的值應當從 Y 軸下方算起。在這種情形下,上述(參考文獻 1)論文中的方程式(8)必須代之以另一方程式:

$$\int_0^t (c + u_0 + u) dt = R\theta + (a-b)\sin \theta; \quad (1)$$

將上式對時間 t 微分, 得:

$$(c + u_0) + u = R \frac{d\theta}{dt} + (a-b) \cos \theta \frac{d\theta}{dt}. \quad (2)$$

式中, R 仍表示滾動圓的半徑, 它与波長的关系为: $R = \frac{\lambda}{2\pi}$ 。量 $\frac{d\theta}{dt} = \omega$, 在新的圖案中为常量。此外, 容易看出:

$$c + v_0 = R\omega. \quad (3)$$

由此, 得到:

$$u = \omega(a-b) \cos \theta. \quad (4)$$

这样看来, 前面所述的風浪輪廓可以發生於 ω 为常量而搬运速度为变量的情况下。

現在我們从理論上来闡明搬运速度变化的原因。先来研究最簡單的情况, 即無風时傳播的波浪。

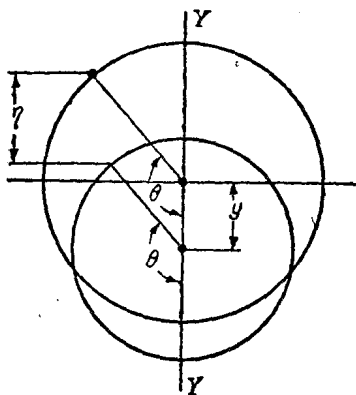


圖 1

我們取一个水平的水層, 它的上边界在平靜的时候, 就是海面; 而下边界为海面以下相距很小一段距离 y 的一个平面。發生波动时, 位於这两个平面上的質点开始沿着如本文圖 1 中所示的圓周而运动。因此, 当質点离开計算原点达 θ 角时, 水層的厚度 y , 就变为变量 η , 它可以相当近似地表示为:

$$\eta = y - (r_0 - r) \cos \theta = y - r_0 \left(1 - e^{-\frac{y}{R}}\right) \cos \theta \approx y \left(1 - \frac{r_0}{R} \cos \theta\right). \quad (5)$$

正因为这种原因,大家都知道,所取的水層就会在波頂附近变厚,而在波谷附近变薄。

我們如沿着波浪傳播方向截取一个單位寬度的長条。那么,当軌道运动的角速度为 ω 时,在横断面为 $1 \times \eta$ 的“單位渠道”中流过的流量 ϕ , 应为:

$$\phi = \omega r_0 y \left(1 - \frac{r_0}{R} \cos \theta \right). \quad (6)$$

当 θ 从 π 变到 2π 时,兩边界之間的質点数將不断地減少。所以按照連續性条件,一部分海水就不得不从沿軌道的圓周运动轉变为朝向波浪傳播方向的前进运动。当 θ 由 0 变到 π 时,海水似乎將要从后面被“吸入”进来而沿着同一个水平方向流去。

如給角 θ 以增量 $d\theta$, 則 ϕ 也改变了 $d\phi$, 这可由方程式 (6) 的兩边取微分求得之:

$$d\phi = \omega \frac{r_0^3}{R} y \sin \theta d\theta. \quad (7)$$

以横断面的可变面积 η 来除 $d\phi$ 並改变其符号 (因为 W 由於 ϕ 的減小而增加) 后, 即可由流量 Φ 的变化, 引出海水前进速度 W 的变化, 这变化为:

$$dW = -\omega \frac{r_0^3}{R} \frac{\sin \theta}{1 - \frac{r_0}{R} \cos \theta} d\theta. \quad (8)$$

將 (8) 式积分, 求得速度 W 的表达式如下:

$$W = -\omega r_0 \ln \left(1 - \frac{r_0}{R} \cos \theta \right) + N \approx \omega \frac{r_0^3}{R} \cos \theta + N. \quad (9)$$

將对数展开为級数时, 除首項外都略去不計。当 $\frac{r_0}{R}$ 的值不过分大时, 由於略去其余各項所造成的誤差不会大於 10%。在波頂上, “軌道”流是通过最大横断面前进的, 因而前进补偿流在波頂上会暂时停止。

因此,在(9)式中代入特殊值 $\theta = \pi$, 就可以写出 $-\omega \frac{r_0^3}{R} + N = 0$ 。由此,得到:

$$W = \omega \frac{r_0^3}{R} (1 + \cos \theta). \quad (10)$$

可見,海水前进运动的速度确是在波長範圍內变动着的。根据(10)式,得其平均值为:

$$\bar{W} = \omega \frac{r_0^3}{R} = r_0^3 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 c. \quad (11)$$

这个量是早在前世紀已为流体动力学者用純形式的方法所确定的,而直至今天还把它当作常量看待。方程中的 c 表示波浪在静止海水上的位相速度。我們暂时假定前进运动的速度在任何深度均相同;那么,在方程式(3)中可以認為 $u_0 = \omega \frac{r_0^3}{R}$, 根据(4)及(10)式,可变量 u 就可写成下式:

$$\omega(a-b)\cos\theta = \omega \frac{r_0^3}{R} \cos\theta. \quad (12)$$

(12)式的左边用 $\omega b \cos \theta$ 除之,而右边用相等的值 $\omega r_0 \cos \theta$ 除之,整理后即得:

$$\frac{a}{b} = 1 + \frac{r_0}{R}. \quad (13)$$

可見,即使沒有風,波浪輪廓也与摆綫不同, $\frac{r_0}{R}$ 的比值愈大,差異也愈大。

必須指出:实际上,我們在上面为表面質点所求得的前进运动速度,将会按照軌道半徑的平方減少时所遵循的同样指数定律随着深度而遞減。由於这个原因,附加在波浪位相速度 c 上的搬运速度应小於(10)式所表示之值。大家知道有限振幅波的速度与無限小振幅波的位相速度不同,而其差数正好等於(11)式中 $\bar{W}$ 之半。所以可以适当地預料到,在搬运速度的普遍表达式(10)中將有一

个为 $\frac{1}{2}$ 的修正因子。但是这个修正因子的值,实际上並不会影响波浪輪廓的形狀,因此也可以假定它等於某一个真分数 β 。那么,加在波浪位相速度上的搬运速度將为 βW , 这里的 W 如(10)式所示。同时將产生剩余速度 $(1-\beta)W$, 这一速度在波頂上將与軌道速度 ωr_0 算术地相加,而在波谷上与軌道速度算术地相減。結果就产生了混合性的問題:即搬运速度也会随時間而变化(按照我們的第二个圖案),而軌道运动的速度似乎同样也將發生变化(类似於我們的第一个圖案)。不难証明,解决这种复杂的问题是没有必要的,只要当我们將(10)式中 W 的全值引入运动学条件中时,考虑到这两种現象就可以了。

根据(10)式及关于角速度 ω 为常量的概念来描繪所謂“極陡”波浪的輪廓时,將會証实这种做法是合理的。本文不拟引証这些,只准备按照(13)式引入上述論文(見参考文献1)中 $\frac{r_0}{R}$ 的数字值来近似地計算 $\frac{a}{b}$ 的值。相当於 $\frac{h}{\lambda} = 0.143$, 我們可以假設 $\frac{r_0}{R} = 0.45$; 那么,按照(13)式,即得 $\frac{a}{b} = 1.45$ 。同时,在上述論文中,我們也曾求得与陡度为最大的理論輪廓相接近的波浪的 $\frac{a}{b} = 1.56$ 。这两个数值相差只有 7%。

現在我們来研究与漂流的存在有密切关系的風浪輪廓。我們用 $\bar{u}$ 表示漂流速度在一个波長範圍內的平均值。与过去已建立的概念相反,漂流的瞬时速度 u 將变动在 $\bar{u}$ 附近,並按連續性条件有:

$$u\eta = \bar{u}y.$$

將(5)式中 η 的表达式代入(14)式,即得:

$$u = \frac{\bar{u}}{1 - \frac{r_0}{R} \cos \theta}. \quad (15)$$