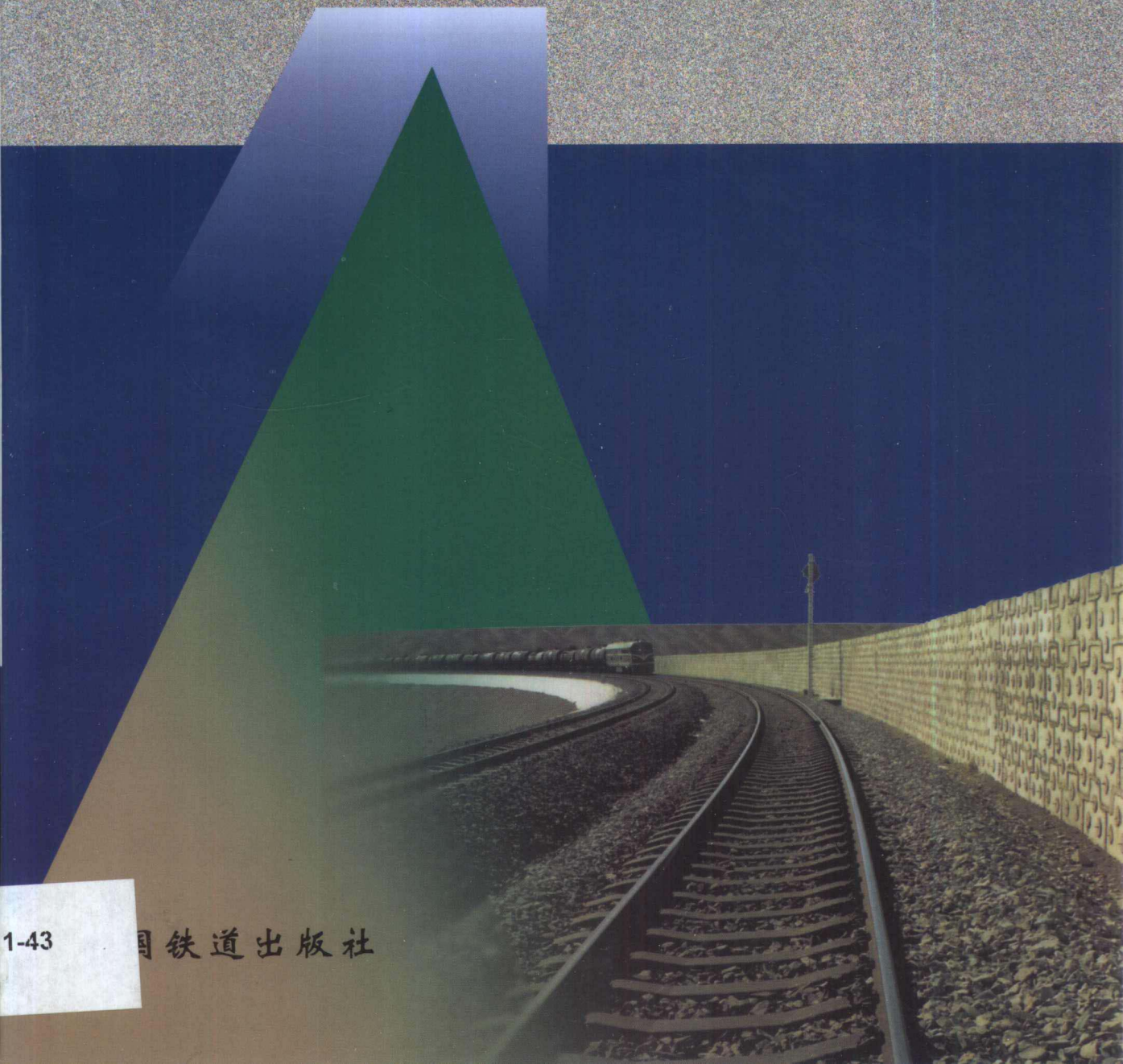


高等学校教材

路基及支挡结构

池淑兰 孔书祥 梁明学 编



1-43

中国铁道出版社

943

高等学校教材

路基及支挡结构

池淑兰 孔书祥 梁明学 编



A1021401

中国铁道出版社

2001年·北京

(京)新登字 063 号

内 容 简 介

本书内容包括抗滑桩的设计计算、抗滑桩矩阵分析、路基稳定分析、轻型挡土墙设计、路基土石方计算以及相应的 Visual Basic 的程序。各章均列有相关的 Visual Basic 应用程序的子程序块。本书力图引导学生将所学到的专业知识,应用于具体工程实践中,以提高学生应用软件解决实际问题的能力。

本书是土木工程专业本科和高职本科的教材,可作为土木工程有关专业的毕业设计教学用书,也可供有关专业技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

路基及支挡结构/池淑兰,孔书祥,梁明学编.—北京:中国铁道出版社,2001.8
高等学校教材
ISBN 7-113-04346-1

I.路… II.①池…②孔…③梁… III.铁路路基—抗滑支挡—高等学校—教材
IV.U213.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 062966 号

书 名:路基及支挡结构
作 者:池淑兰 孔书祥 梁明学
出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)
责任编辑:程东海 编辑部电话:路电(021)73135 市电(010)51873135
封面设计:马 利
印 刷:北京彩桥印刷厂
开 本:787×1092 1/16 印张:8.75 字数:218千
版 本:2001年12月第1版 2001年月12第1次印刷
印 数:1~3000册
书 号:ISBN 7-113-04346-1/TU·671
定 价:12.60元

版权所有 盗印必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

联系电话:路电(021)73169,市电(010)63545969

前 言

随着现代计算技术和计算机的广泛应用,路基工程优化设计课题已逐步被人们所重视。所谓路基工程优化设计是用最优化原理和方法解决路基工程设计中最优参数选择问题的一种方法。这种方法有可靠的理论基础,再借助现代计算技术和设备,它能比较精确、迅速地使设计达到尽可能完善的程度,对提高设计质量和效果有着重要意义。因此,本书根据路基工程优化设计中所涉及的有关理论,运用优化技术,研制和调试了相应的程序块,并在路基工程优化设计方面进行了初步尝试,也为进一步进行路基工程优化设计和计算机绘图提供了理论和技术依据。本书还系统地介绍了抗滑桩设计理论和计算方法,并论述了路基稳定分析及其程序设计,沉降固结计算的程序设计、抗滑桩的矩阵分析及优化设计,并列有相应的 Visual Basic 子程序。

本书由西南交通大学峨眉校区池淑兰主编。全书共六章,参与本教材编写的有西南交通大学峨眉校区孔书祥(第一章)、余小红(第二章)、池淑兰(第三、五章)、孔德惠(第四章)、梁明学(第六章)。最后由池淑兰统稿审核。本教材编写过程中,曾得到铁道部第二勘测设计院李海光、徐良德两位高级工程师的帮助,在此表示感谢。

本书参考了《路基工程计算及程序设计》教材,并根据中华人民共和国铁道部标准《铁路路基设计规范》(TB10001—99)和《铁路路基支挡结构设计规范》(TB 10025—2001)中有关规定编写。内容虽经多次试用和修改,但由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请广大读者批评指正。

编者

2001 年 7 月

目 录

第一章 抗滑桩的设计计算	(1)
第一节 概 述	(1)
第二节 弹性桩的计算原理	(6)
第三节 各种支承条件下弹性桩的内力计算	(12)
第四节 刚性桩的内力计算	(19)
第五节 抗滑桩受荷段的内力计算	(23)
第六节 预应力锚索	(25)
第七节 抗滑桩的结构设计	(28)
第二章 抗滑桩的矩阵分析	(33)
第一节 初参数方程及程序设计	(33)
第二节 差分方程及程序框图	(41)
第三章 轻型支挡与桩板式挡土墙	(44)
第一节 轻型支挡结构	(44)
第二节 桩板式挡土墙	(61)
第三节 土压力计算程序设计	(67)
第四章 路堤稳定分析及程序设计	(71)
第一节 稳定系数的计算	(71)
第二节 稳定系数计算的程序	(74)
第三节 用黄金分割法优选危险滑弧半径	(83)
第四节 用直接搜索法优选圆心	(85)
第五章 沉降与固结计算的程序设计	(92)
第一节 软土地基上路堤的沉降计算及程序	(92)
第二节 地基固结计算及程序设计	(94)
第六章 路基土石方量计算及程序设计	(99)
第一节 常用的土石方数量计算方法	(99)
第二节 土石方体积公式计算方法	(101)
附 录	(110)
参考文献	(136)

第一章 抗滑桩的设计计算

第一节 概 述

抗滑桩(non-skid pile; slide-resistant pile)又称锚固桩,是一种大截面钢筋混凝土侧向受荷桩。我国 1967 年首次用于整治成昆线沙北滑坡工点获得成功。近几十年来已在铁路、公路、水电和煤矿等部门广泛采用,它是一种新型抗滑支挡结构。抗滑桩是桩埋于稳定滑床中,依靠桩与桩周岩(土)体的相互嵌制作用把滑坡推力传递到稳定地层,利用稳定地层的锚固作用和被动抗力,使滑坡得到稳定。桩可改善滑坡状态,促使滑坡向稳定转化。抗滑桩的埋置情况如图 1-1 所示。

抗滑桩是钢筋混凝土埋式侧向受力桩,是广泛用来整治滑坡的一种措施。它具有下述优点:与抗滑挡土墙比较,它的抗滑能力大,圻工小;设置位置比较灵活,可集中布置支撑整个滑体,亦可分开布置支撑分级分块的滑坡体,抗滑桩可单独使用也可与其他支挡工程配合使用;桩可间隔地同时施工,工作面多而干扰少;对滑坡体稳定性影响小,桩的开挖施工不需特殊机具设备,施工方便、安全,成桩后能迅速发挥抗滑作用;每根桩孔都是一个探井,可直接校核地质情况,从而检验和修改设计,使之符合实际,发现问题易于补救;用于整治运营线路上的滑坡,一般不影响线路的正常运营。

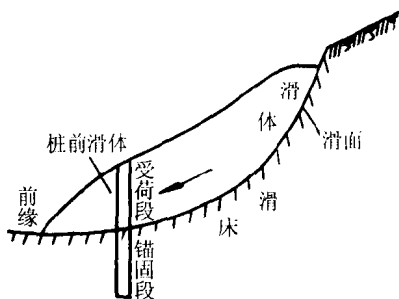


图 1-1 抗滑桩

目前,我国抗滑桩的施工多采用人力半机械化施工。因此,一般不宜使用特别长(深)的抗滑桩。对地质条件简单、滑动面不深的中、小型滑坡,可在滑坡前缘设置一排抗滑桩。对于轴向很长的多级滑坡或推力很大的滑坡,宜设二排、三排抗滑桩,分级设置,也可采用上部设抗滑桩,下部设挡土墙方案整治滑坡。

抗滑桩除用于稳定滑坡外,还可用于路基边坡加固,阻止填方沿基底滑动,加固已成建筑物,如挡土墙及隧道防止开裂扩大等。

从桩的材料和施工方法上看,抗滑桩与一般用于基础的桩并无显著区别。目前,我国铁路部门所采用的抗滑桩均是人力挖孔就地灌注的钢筋混凝土矩形桩。

抗滑桩的力学性质属于侧向受荷桩,按桩的变形条件,有刚性桩和弹性桩的区别。刚性桩在侧向推力作用下,桩身的挠曲变形很小,可略而不计,桩在土中产生整体转动位移,桩的侧向位移随离转动中心的距离而成直线增加。弹性桩在侧向推力的作用下,它的变形以桩身的挠曲变形为主,而桩整体转动所引起的变形可略而不计。

按桩的埋置情况和受力状态,抗滑桩可分为全埋式桩和悬臂式桩两种。全埋式桩即是桩前后均受外力作用,如桩前滑动面以上部分对桩不产生作用力时称为悬臂桩。

抗滑桩埋置于滑面以下的部分称为锚固段,埋置于滑面以上的部分称为受荷段(或受力

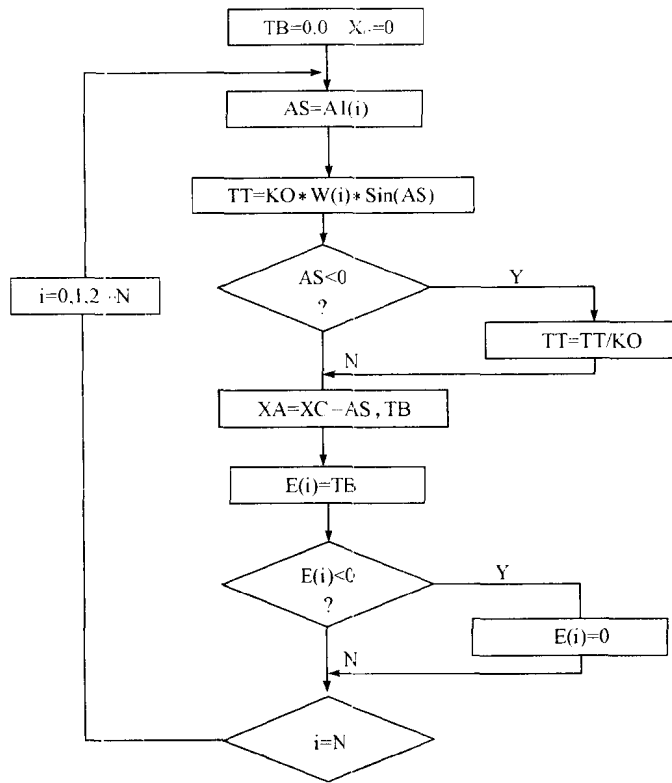


图 1-3 求下滑力框图

```

For i = 0 To n - 1
    bs = al(i)
    tt = k0 * w(i) * Sin(bs)
    If bs < 0 Then
        tt = w(i) * Sin(bs)
    End If
    xa = xc - bs
    xc = bs
    my = Cos(xa) - Sin(xa) * Tan(fi(i))
    tb = tt - w(i) * Cos(xa) * Tan(fi(i)) - c(i) * l(i) + tb * my
    e(i) = tb
    If tb < 0 Then
        e(i) = 0
    End If
Next i
End Sub
  
```

推力在桩上的分布可根据滑体性质来确定。当滑体为黏聚力较大的黏土、土夹石、较完整的岩层时,滑体系均匀向下蠕动,或整体向下移动,故推力可按矩形分布考虑;当滑体为松散体或堆积层时,可按三角形分布考虑;当滑体不属上述情况,而介于两者之间时,可按抛物线形式简化为梯形分布考虑。

推力在桩上的分布,实际上还和桩的变形性质、桩前滑体产生抗力的性质、滑动面性质与倾角大小以及滑动的速度等因素有关,是一个比较复杂的问题,所以,精确的计算方法还须做进一步研究。

抗滑桩一般设置在滑坡前缘抗滑地段。通常布置成一排,其走向与滑体的滑动方向相垂直成直线形或曲线形。桩与桩的间距决定于滑坡的推力大小、滑体土的密实度和强度、桩的截面大小、桩的长度和锚固深度,以及施工条件等因素。初步设置可按在能形成土拱的条件下,两桩间土体与两侧被桩所阻的土体的摩阻力不小于桩所承受的滑坡推力来估计。通常在滑坡主轴附近间距小,两侧间距稍大。一般采用的桩间距为 6~10 m。

对于较潮湿的滑体和较小截面的桩,也可布置成 2~3 排,按品字形或梅花形交错布置。多排桩中每桩所受的滑坡推力,可从滑体的密实程度和潮湿程度以及施工便利方面来考虑选定。一般上下排的间距可用桩截面宽度的 2~3 倍。

桩的截面形式与尺寸和施工方法有关。挖孔桩多采用矩形断面,其长边顺滑动方向布置,最小边长不宜小于 1.25 m,长边一般为 2~4 m。

桩的长度和锚固深度须经过计算确定。当桩的位置确定后,桩的全长等于滑体厚度加上桩的锚固深度。桩的锚固深度不足时,桩就有被推倒的危险,锚固太深既增加施工困难又不经济。一般锚固深度约为桩全长的 $1/2 \sim 1/3$ 。

抗滑桩承受的荷载除了滑坡推力外,还有地基抗力。抗滑桩所承受的滑坡推力经过桩的传递,为地基抗力所平衡。但是,地基抗力是一个未知量,它的大小、分布与地基土的性质、桩的变形量的大小等有关。当桩周地基的变形处于弹性阶段时,抗力按弹性抗力计算;当变形处于塑性阶段时,按地基侧向容许承载力计算;处于变形范围较大的塑性阶段时,则应采用极限平衡法计算岩、土层的抗力值。在一般条件下,若不产生塑性变形时,均可按弹性抗力考虑。

实践证明,抗滑桩用于整治滑坡是有效的。设计中所引用的理论和计算方法在不断完善,结构形式也在不断改进。为增加支挡斜坡的稳定性,防止受荷段桩间土体下滑,在桩间增设挡土板,构成桩和板组成的桩板式抗滑桩(墙)(pile-sheet non-skid pile),如图 1-4 所示。承台式抗滑桩(base slab non-skid pile)是由若干单根桩的顶端用混凝土板或钢筋混凝土板联成一组共同抗滑的桩体。承台在平面上呈矩形、T 形和拱形,可分别联结三根或四、五根桩共同抗滑,它抗滑能力强,设置简便。当承台上增设挡墙和拱板时,就构成椅式桩墙(h-type pile retaining wall),如图 1-5 所示。椅式桩墙由内桩、外桩、承台、上墙和拱板组成。其工作原理是用拱板支承滑坡体,将推力通过内、外两桩传到稳定地层。因用刚性承台将内、外桩联成整体框架,转动惯性大,能承受较大的弯矩,而桩壁应力较小,在软弱地层更显其优越性。排架式抗滑桩(frame non-skid pile)如图 1-6 所示,它由两根竖桩与两根横梁联结成的整体桩体,它刚度大、抗滑能力强,设置简便,受力条件较排式单桩有明显改善。下横梁可按隧道导坑掘进法施工。竖向锚杆抗滑桩(non-skid pile with vertical anchor rod)是在桩的锚固段底部一定范围内用竖向锚杆代替钢筋混凝土,其适用条件是基岩较好且下部开挖较困难时,为加固桩的锚固作用在基岩底部加设数根锚杆,断面如图 1-7 所示。为节省施工材料,在满足抗滑桩设计要求条件下,可设置成空心抗滑桩

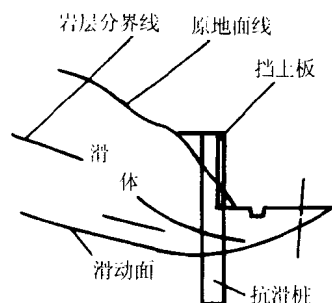


图 1-4 桩板式抗滑桩

排架式抗滑桩(frame non-skid pile)如图 1-6 所示,它由两根竖桩与两根横梁联结成的整体桩体,它刚度大、抗滑能力强,设置简便,受力条件较排式单桩有明显改善。下横梁可按隧道导坑掘进法施工。竖向锚杆抗滑桩(non-skid pile with vertical anchor rod)是在桩的锚固段底部一定范围内用竖向锚杆代替钢筋混凝土,其适用条件是基岩较好且下部开挖较困难时,为加固桩的锚固作用在基岩底部加设数根锚杆,断面如图 1-7 所示。为节省施工材料,在满足抗滑桩设计要求条件下,可设置成空心抗滑桩

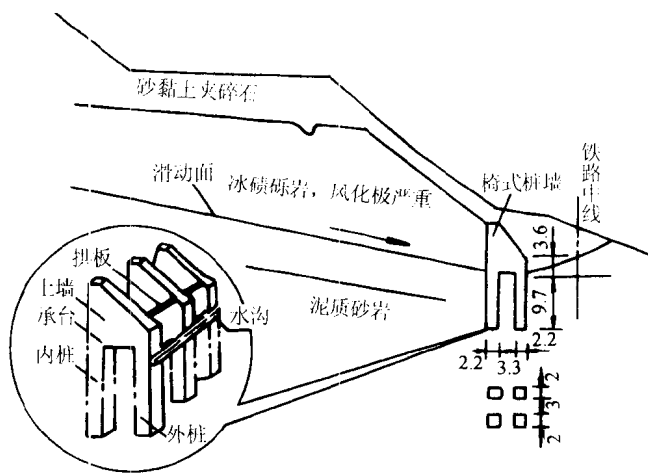


图 1-5 椅式桩墙(单位:m)

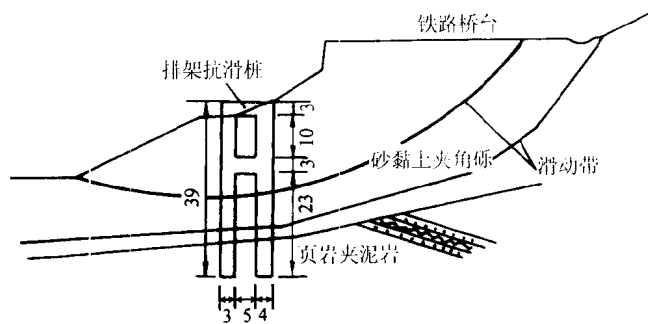


图 1-6 排架抗滑桩(单位:m)

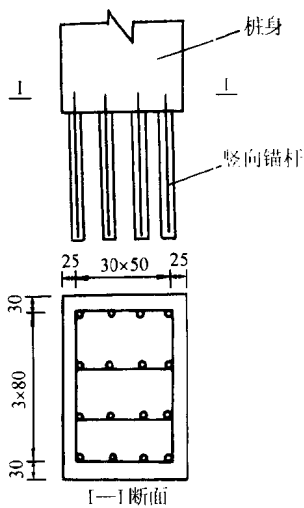


图 1-7 竖向锚杆抗滑桩(单位:cm)

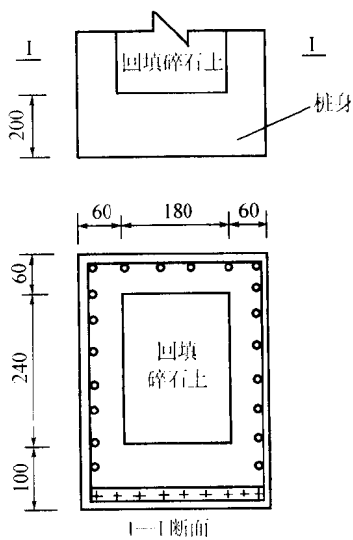


图 1-8 空心抗滑桩(单位:cm)

(hollow non-skid pile), 如图 1-8 所示, 一般桩底以上 2 m 范围内为实心桩, 空心部分施工完毕后回填碎石土将空心部分填满。

近年来, 我国在治理滑坡中, 为改善抗滑桩的受力状态, 减少桩身内力和变位, 在桩顶施加强大的预应力锚索穿过滑体锚固于岩层中, 桩身用钻孔桩以减少开挖工程, 提高施工速度。它是由钻孔桩、预应力锚索和锚具组成的联合抗滑结构, 称为预应力锚索抗滑桩 (non-skid pile with prestressed anchor rope), 如图 1-9 所示, 它可将滑坡推力通过锚索传到锚固段的稳定岩层中, 抗滑效果较好。

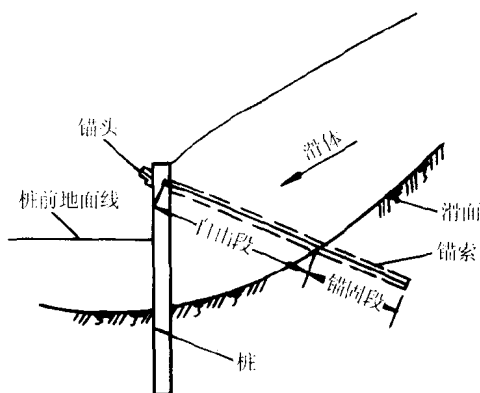


图 1-9 锚索抗滑桩

第二节 弹性桩的计算原理

一、弹性桩桩轴挠曲微分方程及基本原理

(一) 基本原理及应用

抗滑桩的受力状态很复杂, 其计算理论及计算方法随着对桩结构及地基土假定的不同而不同。目前我国铁路部门较常用的方法是将抗滑桩分为受荷段和锚固段分别计算, 受荷段按悬臂梁计算, 锚固段按地基系数法计算。用地基系数法计算抗滑桩锚固段的受力时, 是将地基土视为一弹性介质, 主要以捷克学者温克尔的“弹性地基”假说为计算的理论基础。本节重点介绍地基系数法分析桩的基本原理及桩身各截面内力的计算。

1. 地基反力的假定及地基系数的变化规律

地基反力也称为地基抗力, 是一个分布力。当桩周地基的变形处于弹性阶段时, 其抗力按弹性抗力计算。按地基系数计算桩周抗力时, 假定地层为弹性介质, 地基抗力与桩的位移量成正比。可表达为

$$P_y = CB_p X_y$$

式中 P_y ——地基反力;

C ——地基系数, 又称弹性抗力系数, 表示单位面积地层产生单位变形所需施加的力, kPa/m ;

B_p ——桩的计算宽度;

X_y ——地层 y 处桩的位移量。

地基系数是地基土的一个物理量。由于土的可变性和复杂性, 地基系数随深度的变化规律也比较复杂。根据一些试验资料, 目前多假定地基系数随深度按幂函数规律变化, 其表达式为

$$C = m(y + y_0)^n$$

式中 m ——地基系数随深度变化的比例系数;

n ——随岩、土类别而变的纯数, 如 0、1、 $\dots$;

y_0 ——与岩、土类别有关的常数。

当 $n=0$ 时, C 值为常数, 即 $C=K$, 此适用于较完整的硬质岩层、未扰动的硬黏土或性质相近的半岩质地层。采用此种假定的计算方法称为“ K ”法。当桩前滑动面以上无滑体和超载时, 即 $n=1, y_0=0, C=my$, C 值呈三角形规律变化, 如图 1-10 所示, 此适用于一般硬塑至半坚硬的砂黏土、碎石类土或风化破碎成土状的软质页岩以及密度随深度增加的地层。此假定的计算方法称为“ m ”法。当桩前滑动面以上有滑体或超载时, 即 $n=1, y_0 \neq 0, C=m(y+y_0)$, 此时地基系数随深度成比例增加, 呈梯形分布, 表层地基系数不为零, 此适用于超压缩土层。

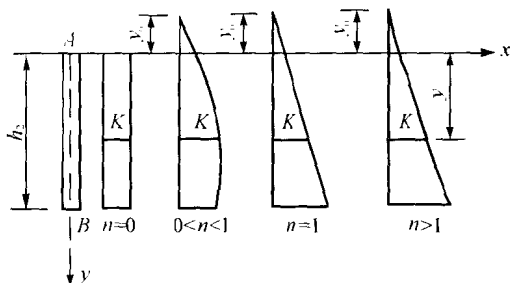


图 1-10 地基系数和深度的关系

不同地层的地基系数 K 值和地基系数随深度增加的比例系数 m 值, 如附表 1 和附表 2 所示。

2. 抗滑桩的计算宽度

桩的实际受力状态是比较复杂的空间状态。桩受力后的变形及应力分布与桩本身的形状关系很大。为了简化计算, 在计算桩的侧向应力时, 将各种形状的桩换算成相应的矩形桩宽 B_p, B_p 称为桩的计算宽度, 有

$$B_p = K_f \cdot K_0 \cdot b$$

式中 K_f ——形状换算系数, 矩形桩 $K_f=1.0$, 圆形桩 $K_f=0.9$;

K_0 ——受力换算系数, 矩形桩 $K_0=1+\frac{1}{b}$, 圆形桩 $K_0=1+\frac{1}{d}$;

b ——桩的实际宽度, m;

d ——桩的实际直径。

对于矩形桩

$$B_p = 1.0(1 + \frac{1}{b}) \cdot b = b + 1$$

对于圆形桩

$$B_p = 0.9(1 + \frac{1}{d}) \cdot d = 0.9(d + 1)$$

实际桩在受力过程中, 除滑坡推力、地基抗力等作用外, 桩的两侧还受地基侧壁土的摩阻力和黏着力的作用。桩的侧壁上的摩阻力和黏着力, 不仅和地基土的种类、性质有关, 而且随深度变化, 在抗滑桩计算中略去这些力, 以利简化并偏于安全。

3. 抗滑桩的变形

桩受力后总要产生一定的变形。所谓变形是指桩与地基土的相对位置发生了变化, 或者说桩偏离了原来的位置。桩的变形分两种, 一种是桩的位置发生变化, 但桩轴线仍保持原来的线型, 这种桩在地基中犹如刚体一样只作某些平面运动, 称这种变形形式的桩为“刚性桩”。另一种桩的位置发生了偏离, 同时桩轴线型也改变了, 这种变形形式的桩称为“弹性桩”。产生这两种不同性质的变形, 与桩和地基土两种介质的相对性质及桩的几何尺寸有关。在进行桩的内力计算前, 首先应判别桩是刚性桩还是弹性桩。按“ K ”法计算时, 有

当 $\beta h \leq 1$, 属刚性桩 (rigid pile);

当 $\beta h > 1$, 属弹性桩 (elasticity pile)。式中 h 为桩在滑动面以下的深度; β 为桩的变形系数, 以 m^{-1} 计, 可按下式计算:

$$\beta = \left(\frac{KB_p}{4EI} \right)^{1/4}$$

式中 K ——侧向地基系数, 不随深度而变, kN/m^3 ;

B_p ——桩的计算宽度, m ;

E ——桩的弹性模量, kPa ;

I ——桩的截面惯性矩, m^4 。

按“ m ”法计算时, 有

当 $\alpha h \leq 2.5$, 属刚性桩;

当 $\alpha h > 2.5$, 属弹性桩。

其中 α 为桩的变形系数, 以 m^{-1} 计, 可按下式计算:

$$\alpha = \left(\frac{m \cdot B_p}{EI} \right)^{1/5}$$

式中 m ——侧向地基系数随深度变化的比例系数, kN/m^4 。

其余符号意义同前。

4. 抗滑桩的设计步骤

(1) 在选定设桩的位置后, 根据滑坡推力、地基地层性质、桩用材料等资料拟定桩的间距、截面形状与尺寸和埋置深度。

(2) 计算桩的变形系数 α 或 β 及换算深度 αh 或 βh , 来判断按刚性桩或弹性桩来计算。

(3) 根据桩前滑体有无剩余抗滑力及地形地质情况确定滑面处的弯矩 (M_0)、剪力 (Q_0) 和地基系数值。

(4) 根据桩底的边界条件采用相应的计算公式求算滑面处的水平位移 (displacement) 和转角 (turning) 及其下若干点 (刚性桩一般每深 1 m 取一点, 弹性桩一般 αy 或 βy 每深 0.2 取一点) 处的地层侧向弹性应力 (elastic resistance)、截面剪力 (shear) 和弯矩 (moment) 等, 同时求出最大剪力及其位置, 最大弯矩及其位置。

(5) 校核地基强度

若桩身作用于地基地层的弹性应力超过其容许值或小于其容许值过多时, 则须调整桩的埋深, 或桩的截面尺寸, 或桩的间距后重新计算, 直至合理地满足要求为止。

(6) 根据计算的最后结果, 绘制作用于桩身的弯矩图和剪力图。对于钢筋混凝土桩, 据以进行桩的结构设计。

(二) 弹性桩桩轴挠曲微分方程

弹性桩受力变形问题和材料力学研究梁的受力变形问题一样, 采用了弹性假定、平面假定、小挠度假定, 但桩各截面的线位移 x_y 、角位移 φ_y 、剪力 Q_y 、弯矩 M_y 与桩轴各点坐标的函数关系都不能用静力条件直接求得, 只能根据导数关系列出微分方程。图 1-11 所示为埋于土中的一个弹性桩, 距桩端 y 处截取桩微段 dy , 其上作用有弯矩、剪力和抗力。根据微段的静力平衡条件

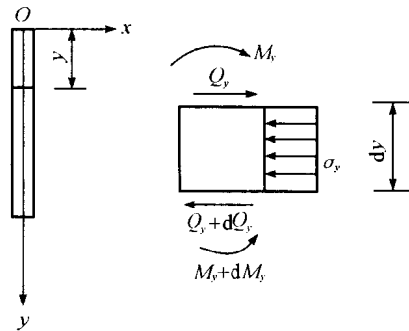


图 1-11 弹性桩的单元受力图

及竖向弹性桩各物理量关系,可导出弹性桩的挠度微分方程式。

由微段的静力平衡条件得

$$Q_y - (Q_y + dQ_y) - \sigma_y dy = 0$$

$$M_y - Q_y dy - \sigma_y \frac{1}{2}(dy)^2 - (M_y + dM_y) = 0$$

略去二阶微量得

$$dQ_y = -\sigma_y dy$$

$$\frac{dQ_y}{dy} = -\sigma_y$$

$$\frac{dM_y}{dy} = Q_y$$

因此,竖向弹性桩各物理量有如下关系式:

$$x_y = f(y)$$

$$\varphi_y = \frac{dx_y}{dy}$$

$$\frac{M_y}{EI} = \frac{d^2 x_y}{dy^2}$$

$$\frac{Q_y}{EI} = \frac{d^3 x_y}{dy^3}$$

$$0 = \sigma_y + EI \frac{d^4 x_y}{dy^4}$$

由前述假定,地基反力 $\sigma_y = Cx_y$,故对于桩截面承受的地基反力有

$$\sigma_y = B_0 C x_y$$

$$EI \frac{d^4 x_y}{dy^4} + CB_0 x_y = 0$$

上式称为弹性桩的挠度微分方程。

求解抗滑桩桩身内力及变位,从数学角度讲就是解上式四阶微分方程式。根据桩受力的不同情况及对地基系数(coefficient of ground reaction)的不同假定条件分别求解。

二、地基系数为常数 K 时,弹性桩的初参数解

初参数是指桩起始端的位移、转角、弯矩和剪力四个物理量,即 $y = 0$ 时的 x_0 、 φ_0 、 M_0 、 Q_0 ,桩的初参数解是指用桩的四个初参数来表示弹性桩桩轴微分方程的通解及其他物理量的解。由于这些解是方程,故称为初参数方程(initial parameters equation)。

地基系数为常数 K 时,四阶微分方程式为

$$\frac{d^4 x_y}{dy^4} + 4\beta^4 x_y = 0 \text{ 或 } \frac{d^4 x_z}{dz^4} + 4x_z = 0$$

这是一个四阶齐次常系数线性微分方程。式中 z 称为换算深度, $z = \beta y$, $\beta^4 = \frac{KB_p}{4EI}$ 。

通过数学求解,得到滑动面以下桩身任一截面的变位和内力的四个物理量的初参数解为

$$x_z = x_0 A_{1z} + \frac{\varphi_0}{\beta} B_{1z} + \frac{M_0}{\beta^2 EI} C_{1z} + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} D_{1z} \quad (1-1)$$

$$\frac{\varphi_z}{\beta} = x_0 A_{2z} + \frac{\varphi_z}{\beta} B_{2z} + \frac{M_0}{\beta^2 EI} C_{2z} + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} D_{2z} \quad (1-2)$$

$$\frac{M_z}{\beta^2 EI} = x_0 A_{3z} + \frac{\varphi_z}{\beta} B_{3z} + \frac{M_0}{\beta^2 EI} C_{3z} + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} D_{3z} \quad (1-3)$$

$$\frac{Q_z}{\beta^3 EI} = x_0 A_{4z} + \frac{\varphi_z}{\beta} B_{4z} + \frac{M_0}{\beta^2 EI} C_{4z} + \frac{Q_0}{\beta^3 EI} D_{4z} \quad (1-4)$$

式中 x_z, φ_z, M_z, Q_z ——分别为锚固段桩身任一截面位移(m),转角(弧度),弯矩(kN·m),剪力(kN);

x_0, φ_0, M_0, Q_0 ——分别为滑面处桩的位移(m),转角(弧度),弯矩(kN·m),剪力(kN);

$A_{iz}, B_{iz}, C_{iz}, D_{iz}$ ——分别为随桩换算深度而变的“K”法的无量纲影响函数值;

E ——混凝土的弹性模量, kN/m²;

I ——桩的截面惯性矩, m⁴;

β ——桩的变形系数, m⁻¹。

$A_{iz}, B_{iz}, C_{iz}, D_{iz}$ 共 16 个系数,称为无量纲影响系数,其中只有 $A_{1z}, B_{1z}, C_{1z}, D_{1z}$ 四个系数是独立的,其余系数均由前 4 个系数取导数而得,其关系式如表 1-1 所示。

表 1-1 无量纲影响系数表

影响系数 i	A_{iz}	B_{iz}	C_{iz}	D_{iz}
1	A_{1z}	B_{1z}	C_{1z}	D_{1z}
2	$-4D_{1z}$	A_{1z}	B_{1z}	C_{1z}
3	$-4C_{1z}$	$-4D_{1z}$	A_{1z}	B_{1z}
4	$-4B_{1z}$	$-4C_{1z}$	$-4D_{1z}$	A_{1z}

$$\text{表中} \quad A_{1z} = \cosh z \cdot \cos z \quad B_{1z} = \frac{1}{2} (\cosh z \cdot \sin z + \sinh z \cdot \cos z)$$

$$C_{1z} = \frac{1}{2} \sinh z \cdot \sin z \quad D_{1z} = \frac{1}{4} (\cosh z \cdot \sin z - \sinh z \cdot \cos z)$$

根据 $z = \beta y$ 的变化,各截面的 4 个无量纲影响系数值已制成表(附表 3),以备查用。

三、地基系数随深度成比例增加时,弹性桩的初参数解

当地基系数按 $C = m_y$ 规律变化时,弹性桩基本微分方程式应写成

$$EI \frac{d^4 x_y}{dy^4} + m \cdot y \cdot B_p \cdot x_y = 0 \quad \text{或} \quad \frac{d^4 x_y}{dy^4} + \alpha^5 y x_y = 0$$

式中, $\alpha = \sqrt[5]{\frac{mB_p}{EI}}$, α 称为变形系数。

这是一个四阶齐次变系数线性微分方程。通过数学求解可得一组幂级数的表达式,换算整理后得

$$x_z = x_0 A_{1z} + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_{1z} + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_{1z} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_{1z} \quad (1-5)$$

$$\frac{\varphi_z}{\alpha} = x_0 A_{2z} + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_{2z} + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_{2z} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_{2z} \quad (1-6)$$

$$\frac{M_z}{\alpha^2 EI} = x_0 A_{3z} + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_{3z} + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_{3z} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_{3z} \quad (1-7)$$

$$\frac{Q_z}{\alpha^3 EI} = x_0 A_{4z} + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_{4z} + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_{4z} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_{4z} \quad (1-8)$$

式中 A_{iz} 、 B_{iz} 、 C_{iz} 、 D_{iz} ——分别为随桩换算深度(αy)而变的“ m ”法的无量纲影响函数值,
 $i = 1, 2, 3, 4$;

α ——桩的变形系数, m^{-1} ;

E 、 I 的意义同“ K ”法。

A_{iz} 、 B_{iz} 、 C_{iz} 、 D_{iz} 共 16 个系数,称为无量纲影响系数,随桩的换算深度而异。根据 $z = \alpha y$ 的变化,各截面的 16 个影响值意义如下,并已制成附表 4,以备查用。也可用程序直接计算。

$$\begin{aligned} A_{1y} &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-4)!!}{(5k)!} (\alpha y)^{5k} \\ &= 1 - 1 \cdot \frac{(\alpha y)^5}{5!} + 1 \cdot 6 \frac{(\alpha y)^{10}}{10!} \\ &\quad - 1 \cdot 6 \cdot 11 \frac{(\alpha y)^{15}}{15!} + \dots \\ B_{1y} &= \alpha y + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-3)!!}{(5k+1)!} (\alpha y)^{5k+1} \\ &= \alpha y - 2 \frac{(\alpha y)^6}{6!} + 2 \cdot 7 \frac{(\alpha y)^{11}}{11!} \\ &\quad - 2 \cdot 7 \cdot 12 \frac{(\alpha y)^{16}}{16!} + \dots \\ C_{1y} &= \frac{(\alpha y)^2}{2!} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-2)!!}{(5k+2)!} (\alpha y)^{5k+2} \\ &= \frac{(\alpha y)^2}{2!} - 3 \frac{(\alpha y)^7}{7!} + 3 \cdot 8 \frac{(\alpha y)^{12}}{12!} \\ &\quad - 3 \cdot 8 \cdot 13 \frac{(\alpha y)^{17}}{17!} + \dots \\ D_{1y} &= \frac{(\alpha y)^3}{3!} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-1)!!}{(5k+3)!} (\alpha y)^{5k+3} \\ &= \frac{(\alpha y)^3}{3!} - 4 \frac{(\alpha y)^8}{8!} + 4 \cdot 9 \frac{(\alpha y)^{13}}{13!} \\ &\quad - 4 \cdot 9 \cdot 14 \frac{(\alpha y)^{18}}{18!} + \dots \\ A_{2y} &= \frac{d(A_{1y})}{d(\alpha y)} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-4)!!}{(5k-1)!} (\alpha y)^{5k-1} \\ B_{2y} &= \frac{d(B_{1y})}{d(\alpha y)} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-3)!!}{(5k)!} (\alpha y)^{5k} \\ C_{2y} &= \frac{d(C_{1y})}{d(\alpha y)} \\ &= \alpha y + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-2)!!}{(5k+1)!} (\alpha y)^{5k+1} \\ D_{2y} &= \frac{d(D_{1y})}{d(\alpha y)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(\alpha y)^2}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-1)!!}{(5k+2)!} (\alpha y)^{5k+2} \\
A_{3y} &= \frac{d(A_{2y})}{d(\alpha y)} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-4)!!}{(5k-2)!} (\alpha y)^{5k-2} \\
B_{3y} &= \frac{d(B_{2y})}{d(\alpha y)} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-3)!!}{(5k-1)!} (\alpha y)^{5k-1} \\
C_{3y} &= \frac{d(C_{2y})}{d(\alpha y)} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-2)!!}{(5k)!} (\alpha y)^{5k} \\
D_{3y} &= \frac{d(D_{2y})}{d(\alpha y)} = \alpha y + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-1)!!}{(5k+1)!} (\alpha y)^{5k+1} \\
A_{4y} &= \frac{d(A_{3y})}{d(\alpha y)} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-4)!!}{(5k-3)!} (\alpha y)^{5k-3} \\
B_{4y} &= \frac{d(B_{3y})}{d(\alpha y)} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-3)!!}{(5k-2)!} (\alpha y)^{5k-2} \\
C_{4y} &= \frac{d(C_{3y})}{d(\alpha y)} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-2)!!}{(5k-1)!} (\alpha y)^{5k-1} \\
D_{4y} &= \frac{d(D_{3y})}{d(\alpha y)} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(5k-1)!!}{(5k)!} (\alpha y)^{5k}
\end{aligned}$$

以上各式中 $k=1, 2, 3, \dots$ 。 $(5k-4)!!$, $(5k-3)!!$, $(5k-2)!!$ 及 $(5k-1)!!$ 均仅作为一种符号, 它所表示的意义如下:

$$(5k-4)!! = [5k-4][5(k-1)-4][5(k-2)-4] \cdots [5 \cdot 3-4][5 \cdot 2-4][5 \cdot 1-4]$$

例如 $k=4$ 时, 得

$$\begin{aligned}
(5k-4)!! &= (5 \cdot 4 - 4)(5 \cdot 3 - 4)(5 \cdot 2 - 4)(5 \cdot 1 - 4) \\
&= (20 - 4)(15 - 4)(10 - 4)(5 - 4) = 1 \cdot 6 \cdot 11 \cdot 16
\end{aligned}$$

将各脚标 y 用 z 代替, 可得初参数解中的 16 个无量纲影响系数。

地基系数按 $C = m_y$ 规律变化和 $C = K$ 时, 弹性桩基本微分方程式解的形式完全相同, 只是其中 16 个无量纲影响系数的意义不同。由于该解是方程式而且均表示为桩顶位移、转角、弯矩、剪力的函数, 故称为初参数方程。桩顶位移、转角、弯矩和剪力称为四个初参数。

第三节 各种支承条件下弹性桩的内力计算

一、用普通法(无量纲影响系数)计算弹性桩的内力和变位

初参数方程式(1—1)至式(1—4)以及式(1—5)至式(1—8)中, 均含有四个未知量 x_0 、 φ_0 、 M_0 、 Q_0 , 所以尚不能直接用于计算。但是, 桩有两个端部, 即桩顶和底端, 根据桩端的约束条件可以建立相应的方程式, 从而解出相应的未知量。因此, 为求得桩身任一点的位移、转角、弯矩、剪力和岩(土)对该点的侧向应力, 必须先求出滑面处的位移 x_0 和转角 φ_0 。现用 K 法和 m 法, 依据桩底的三种不同边界条件, 分别确定桩顶的位移 x_0 和转角 φ_0 的公式。

各种不同支承条件下, 求滑面处位移和转角时, 若桩上滑体作用力已知, 桩锚固段计算图式可简化成图 1-12 形式。图中给出了锚固段地基系数分布规律。

1. K 法