

高等学校教材

信号与 系统分析

Analysis
of Signals &
Systems

赵录怀 高金峰
刘崇新 陈 燕



高等教育出版社

高等学校教材

信号与系统分析

赵录怀 高金峰
刘崇新 陈 燕

高等教育出版社

内容提要

本书是为非通信类专业编写的“信号与系统”教材,采用连续与离散并行、从时域到复频域再频域的叙述方式,注重实际应用。内容包括信号与系统的基本概念、LTI系统的时域分析、拉普拉斯变换、 z 变换、连续时间信号与系统的傅里叶分析、离散时间信号与系统的傅里叶分析、模拟与数字滤波器及四个附录。

本书可作为高等学校电气工程、计算机、仪器仪表与自动控制等专业“信号与系统”课程的教材,也可供有关科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统分析/赵录怀等编. —北京:高等教育出版社,2003.2

ISBN 7-04-011739-8

I. 信... II. 赵... III. ①信号分析-高等学校-教材②信号系统-系统分析-高等学校-教材
IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 096691 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市东城区沙滩后街 55 号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100009	网 址	http://www.hep.edu.cn
传 真	010-64014048		http://www.hep.com.cn
经 销	新华书店北京发行所		
排 版	高等教育出版社照排中心		
印 刷	三河市潮河印业有限公司		
开 本	787×960 1/16	版 次	2003 年 2 月第 1 版
印 张	20.75	印 次	2003 年 2 月第 1 次印刷
字 数	360 000	定 价	24.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前 言

随着信息技术的迅速发展和计算机的广泛使用,学科之间的融合已是大势所趋。加强素质培养、淡化专业、拓宽基础,提倡不同专业领域的交叉与渗透已是 21 世纪高等教育培养适用人才的必由之路。把传统上仅在通信类专业开设的“信号与系统”课程作为所有电类专业乃至部分机械、动力、力学专业的技术基础课已形成共识。本书正是为适应非通信类专业开设“信号与系统”课程的需要,针对非通信类专业的特点,吸收国内外同类教材的长处,在非通信类专业开设“信号与系统”课程经验的基础上而编写的。

本书在构筑课程内容的结构体系时,力图增加连续与离散两大类信号与系统的对比,加强变换法与时域法之间的联系,突出系统函数的概念,注重连续时间与离散时间傅里叶变换的关系,以清晰的结构用比较小的篇幅介绍信号与系统的基本概念和分析方法。为此,采用连续时间信号与系统和离散时间信号与系统基本并行、从时域到变换域、先复频域后频域并适当兼顾实际应用的教材结构体系。

本课程的一些教学内容与“电路”和“自动控制”联系比较紧密。考虑到各课程理论体系的相对完整性,而又尽可能避免内容上的重复,对这两门课中的一些必讲内容,如微分方程的经典解法、信号流图、状态方程、Bode 图等本书不予专门介绍,而是将重点放在信号与系统课程内容本身上。尽管国内电气工程专业以往的“电路”课程中对冲激响应、卷积积分、拉普拉斯变换等内容有一定程度的介绍,但考虑到这些内容在系统分析中所处的重要地位,同时也考虑到各课程之间内容的整合,本书对这些内容还是作了比较细致的叙述。

信号与系统的概念和方法有相当广阔的应用背景,但作为该领域的入门课程,并考虑到本科有关专业先修课程的设置情况,书中主要将“电路”作为“系统”的对象来说明有关分析方法,而未过多涉及其他对象,以免由于读者对相关知识的缺乏而造成学习上的障碍。使用本书的教师可以视学生的具体专业情况增加一些有关应用实例和系统对象。学习本课程所需要的基础为“高等数学”、“电路”或“电工技术”。

在本课程学习中利用一些通用软件,如 MATLAB 对信号与系统进行辅助分析不仅有助于读者对一些概念的深入理解,而且能为今后工程问题的解决掌握一种有用工具。为了不分散读者学习基本内容的注意力,同时考虑到计算机软件版本的翻新速度,使用 MATLAB 软件进行信号与系统分析的内容将另有

配套教材介绍。尽管如此,为兼顾本课程“理论性”与“实用性”的统一,书中对一些计算机数值方法作了一定程度的介绍,如连续时间信号卷积的计算,连续时间信号的频谱分析等。

全书共7章。第一章是关于典型连续、离散时间信号、连续、离散时间系统描述和性质的基本概念,属于信号与系统课程的基础内容。第二章介绍线性时不变系统的时域分析方法。时域分析方法具有直观、物理概念清楚等优点,是各种变换域分析方法的基础。本章分别从连续时间系统的单位冲激响应和离散时间系统的单位样值响应入手,分别给出了线性时不变系统任意信号输入下零状态响应的卷积求解方法。叙述过程中力求通过典型例题理清思路,强化基本概念,而不追求解题技巧的训练。

第三、四两章分别是分析连续时间系统和离散时间系统的拉普拉斯变换方法和 z 变换方法。这两章在分别给出拉普拉斯变换和 z 变换的意义、定义及性质的基础上,引出连续时间系统和离散时间系统的系统函数概念。通过对系统函数的讨论,分别给出连续时间系统及离散时间系统的稳定性、频率响应与系统函数零、极点分布之间的关系。既突出了变换域方法在系统响应分析中的优势,又使变换域所蕴涵的物理意义得到了进一步的阐明。

第五章是连续时间信号与系统的傅里叶分析。本章首先将信号与矢量进行类比,对信号的正交分解进行了一般性地讨论。从信号的正交分解出发,把周期性信号展开为指数形式的傅里叶级数,并引出周期信号的离散频谱概念。从频域对信号进行分析的实质性内容在给出典型信号的傅里叶变换及对傅里叶变换的性质进行讨论时得到了充分地展现,在教材的内容叙述中始终贯彻信号的时域特征与频域特征之间的对应关系。通过对傅里叶变换与拉普拉斯变换之间的关系的讨论,对两种变换域分析方法在连续时间系统分析与设计中的特点及适用性进行了说明。本章还利用信号频谱分析的优势,对线性系统的无失真传输条件、理想滤波器、时域、频域抽样定理及其物理意义进行了讨论。

第六章讨论离散时间信号与系统的傅里叶分析问题。该章首先给出离散傅里叶级数、离散时间傅里叶变换的定义和性质,建立了传统意义下的离散时间信号与系统的傅里叶分析框架。在对各种傅里叶变换的时域、频域规律进行总结的基础上,定义了离散傅里叶变换。最后从实用的角度出发详细阐述了使用离散傅里叶变换进行频谱分析的方法和应用要点,给出了离散傅里叶变换的性质和在卷积计算中的应用。

第七章为模拟滤波器和数字滤波器的一些初步知识。在介绍几种典型逼近函数和模拟滤波器的一般概念之后,给出了从低通到其他类型滤波器的频率变换方法,以及有源滤波器的分析方法。数字滤波器部分首先介绍设计IIR数字滤波器的冲激响应不变法和双线性变换法,其次介绍设计FIR数字滤波器的窗

函数法,最后讨论数字滤波器的结构实现问题。本章内容的取舍综合考虑了非通信类专业不单独开设数字信号处理类课程的因素。

信号与系统课程理论性强,又有广阔的工程背景,为了配合概念的理解与掌握,每章都精选一定数量的例题和习题,书末附有习题参考答案。为便于查阅常见信号的变换式和一些有关数学公式,书中还给出了四个附录。

本书内容也可采用其他讲授顺序。如像大多数教材那样将频域分析内容(第五、六章)放在复频域分析内容(第三、四章)之前讲授;变换法内容也可采取先连续时间信号与系统、后离散时间信号与系统的讲授方式。对学时数比较少的专业,也可将第七章滤波器的一些内容放在前面章节中讲授,以增加变换法在实际应用中的例子。

本书由赵录怀(第一、七章)、高金峰(第五、六章)、刘崇新(第三、四章)、陈燕(第二章)编写,赵录怀对各章内容作了修改和补充。

西北工业大学段哲民教授仔细审阅了书稿并提出宝贵修改意见,在此表示衷心感谢。

限于水平,书中错误和不妥之处恳请读者批评指正。来信请寄西安交通大学电气工程学院赵录怀(邮编 710049),或郑州大学电气工程学院高金峰(邮编 450002)。

编者

2002年12月

主要符号说明

$h[n]$	离散时间系统的单位样值响应
$h(t)$	连续时间系统的单位冲激响应
$H(s)$	连续时间系统的系统函数
$H(z)$	离散时间系统的系统函数
$i(t)$	电流
N	周期离散时间信号的周期,系统的阶数,单位样值响应的长度
$\text{sinc}(t)$	$\frac{\sin(t)}{t}$
T	周期连续时间信号的周期,时域抽样间隔
T_s	时域抽样间隔
$v(t)$	电压
$x[n]$	离散时间信号
$x(t)$	连续时间信号
$x_s(t)$	$x(t)$ 的抽样信号
$\tilde{x}[n]$	周期离散时间信号
$\tilde{x}(t)$	周期连续时间信号
X_k	周期连续时间信号傅里叶级数的系数
$X[k]$	周期离散时间信号傅里叶级数的系数, $x[n]$ 的离散傅里叶变换
$X(s)$	$x(t)$ 的拉普拉斯变换
$X(z)$	$x[n]$ 的 z 变换
$X(\omega)$	$x(t)$ 的傅里叶变换
$X(\Omega)$	$x[n]$ 的傅里叶变换
$\delta[n]$	单位样值信号
$\delta[t]$	单位冲激信号
$\epsilon[n], \epsilon(t)$	单位阶跃信号
ω	模拟角频率
ω_c, ω_p	模拟滤波器的通带角频率
ω_s	抽样角频率
Ω	数字角频率
Ω_c, Ω_p	数字滤波器的通带角频率

目 录

主要符号说明

第一章 信号与系统的基本概念	1
1.1 信号	1
1.2 信号的自变量变换	5
1.3 阶跃信号和冲激信号	9
1.4 一些典型序列	18
1.5 连续时间系统	23
1.6 离散时间系统	27
1.7 系统的性质	31
习题一	34
第二章 线性时不变系统的时域分析	38
2.1 单位冲激响应	38
2.2 连续时间信号的卷积	43
2.3 卷积的性质	50
2.4 差分方程的经典解法	53
2.5 单位样值响应	59
2.6 序列的卷积	61
2.7 数值卷积	64
习题二	66
第三章 拉普拉斯变换	70
3.1 拉普拉斯变换的定义	70
3.2 拉普拉斯变换的性质	74
3.3 逆拉普拉斯变换	78
3.4 应用拉普拉斯变换分析线性电路	81
3.5 系统函数	92
3.6 稳定性	95
3.7 系统的互联	99
3.8 频率响应	101
习题三	111
第四章 z 变换	117

4.1 z 变换的定义	117
4.2 z 变换的性质和定理	121
4.3 逆 z 变换	125
4.4 应用 z 变换求解差分方程	129
4.5 系统函数	130
4.6 频率响应	135
习题四	139
第五章 连续时间信号与系统的傅里叶分析	143
5.1 信号的正交分解	143
5.2 周期信号的傅里叶级数及频谱	150
5.3 傅里叶变换	156
5.4 傅里叶变换的性质	161
5.5 卷积定理	170
5.6 傅里叶变换与拉普拉斯变换的关系	175
5.7 无失真传输与理想滤波器	177
5.8 周期信号的傅里叶变换	182
5.9 抽样定理	185
习题五	195
第六章 离散时间信号与系统的傅里叶分析	203
6.1 离散傅里叶级数	203
6.2 离散时间傅里叶变换	207
6.3 离散傅里叶变换	213
6.4 DFT 在非周期信号频谱分析中的应用	220
6.5 离散傅里叶变换的性质	226
6.6 DFT 在卷积计算中的应用	230
习题六	235
第七章 模拟与数字滤波器	238
7.1 滤波器的一些典型逼近函数	238
7.2 模拟滤波器的频率变换	250
7.3 有源滤波器	256
7.4 数字滤波器的一般概念	266
7.5 设计 IIR 数字滤波器的冲激响应不变法	268
7.6 设计 IIR 数字滤波器的双线性变换法	274
7.7 设计 FIR 数字滤波器的窗函数法	279
7.8 数字滤波器的结构实现	286

习题七	291
附录 1 单边拉普拉斯变换表	295
附录 2 单边 z 变换表	297
附录 3 傅里叶变换表	299
附录 4 常用数学公式	302
部分习题参考答案	303
索引	312
参考书目	318

第一章

信号与系统的基本概念

自然界本身存在的或人为产生的一些物理现象,如每日平均气温的高低,人们讲话时声压的变化,电流随时间的波动,一幅数码图像像素的亮度随二维空间坐标的变化等,都可以用物理量表示,这些变化的物理量在信号分析与处理中称为信号。信号一般总是携带着系统某一状态或行为特征的信息。信号随独立变量的变化关系通常用表格、图形曲线和数学函数表示,只有一个独立变量的信号称为一维信号,有多个独立变量的信号称为多维信号,本书只研究一维信号,不失一般性,总假定独立变量是时间。

实际系统由器件的相互连接构成,系统遵从某一些物理规律。广义上讲,由相互关联、相互作用的事物组成的具有特定功能的整体统称为系统。被处理的信号称为系统的激励或输入,处理后的信号称为系统的响应或输出。本书主要讨论单输入-单输出系统。

电系统的一个主要功能是对电信号进行“传输”、“加工”和“处理”,从中提取有用信息。例如在通信系统中,先将被传输的语音、图像、文字、数据等转化为随时间变化的电压、电流或光强,通过适当的信道,如传输线、电缆、空间、光缆等进行信号传输。在自动控制系统中,要对输出信号进行实时检测、比较和运算。由于电系统易于实现和设计,实际中多采用电系统进行信号处理。

任一系统的响应取决于系统本身及其输入,人们对系统的研究自然涉及系统结构和参数、输入、输出三部分。一般来说,在任两部分给定时就可以确定第三部分,如果根据输入和系统方程求解输出,称为系统分析;另一方面,根据输入和输出来设计系统,该过程称为系统综合。

本章首先介绍连续时间信号与离散时间信号的概念,信号的自变量变换;其次介绍一些典型信号:连续时间单位阶跃信号和单位冲激信号,离散时间单位样值序列、单位阶跃序列、正弦序列和指数序列;最后介绍系统的数学方程描述和框图表示,以及系统的一些分类。

1.1 信号

根据独立变量取值的连续与离散性,信号可分为两大类。当信号对所有时间

而不是按离散时间定义时,称其为连续时间信号,用数学函数表示为 $x(t)$, t 为独立变量,如图 1.1-1(a) 所示。当时间只能取离散值时,称这种信号为离散时间信号,或称为序列。例如每日股票市场的综合指数、国民生产总值 GDP、银行存款利息等,其独立变量只能是离散的,因而为离散时间信号。再比如,从 CD 机听到的声音是由于扬声器纸盆的振动引起空气压力的变化产生的,由于压力变化是以连续时间定义的,故为连续时间信号,而声音的有关信息却以数字形式存储于 CD 上,该信号只与某些时刻的声音有关,为离散时间信号。

在连续时间信号的离散处理中,要对连续时间信号 $x(t)$ 按等间隔 T_s 抽样,其样本 $x(nT_s)$ 是离散时间信号,其中 n 表示序号,取整数。为简明起见,一般用 $x[n]$ 表示 $x(nT_s)$,这里的方括号意指独立变量只能取整数,与连续时间信号以示区别。例如

$$x[n] = \begin{cases} (-1)^n n & |n| \leq 3 \\ 0 & n \text{ 为其他值} \end{cases}$$

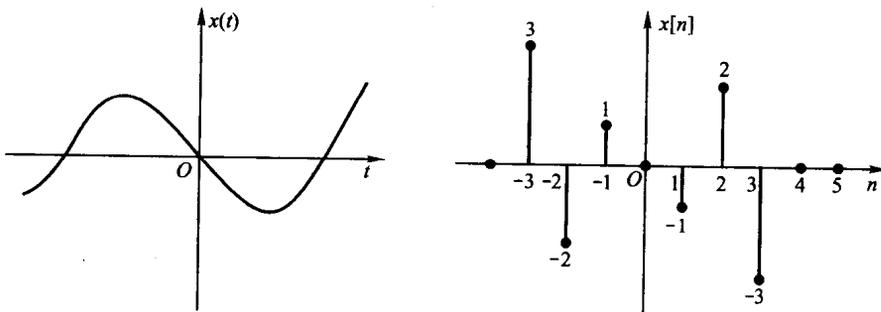
则 $x[-3] = 3, x[-2] = -2, x[-1] = 1, x[0] = 0, x[1] = -1, x[2] = 2, x[3] = -3$, 在其余 n 处, $x[n] = 0$ 。序列 $x[n]$ 有时也表示成如下形式:

$$x[n] = \{3, -2, 1, \underset{\substack{\uparrow \\ n=0}}{0}, -1, 2, -3\}$$

或

$$x[n] = \{ \underset{\substack{\uparrow \\ n=-3}}{3}, -2, 1, 0, -1, 2, -3 \}$$

其中,箭头指示序号 $n = 0$ 处的值 $x[0]$ 时,“ $n = 0$ ”可不标记。当 $x[n]$ 在 $n < 0$ 时均为零,序列从 $n = 0$ 开始时箭头可省去不标。 $x[n]$ 的“波形”如图 1.1-1(b) 所示。无论离散时间信号的来源是什么,序号 n 只能取正负整数。



(a) 连续时间信号

(b) 离散时间信号

图 1.1-1 两种类型的信号

当离散时间信号的值在信号的变化范围内被量化为有限个离散值时,这类

信号又称为数字信号。例如,一个8位模数转换器的输出只有 $2^8 = 256$ 个不同的值,为数字信号。在用计算机处理信号时,由于计算机的字长是有限的,数值的位数不可能是无限的,它也只能对数据作量化处理,严格讲,计算机只能处理数字信号。图1.1-2给出了一种被量化的离散时间信号,其中,连续时间信号 $x(t)$ 经离散化后,对大于零的值取下方格线上的数值,对小于零的值取上方格线上的数值。工程中,“连续时间信号”也称为“模拟信号”,而“离散时间信号”与“数字信号”也无需严格区分。“离散时间”多用于理论问题的讨论,而“数字”常与软件和硬件设备有关。“模拟”一词的使用也往往与“数字”相对应。

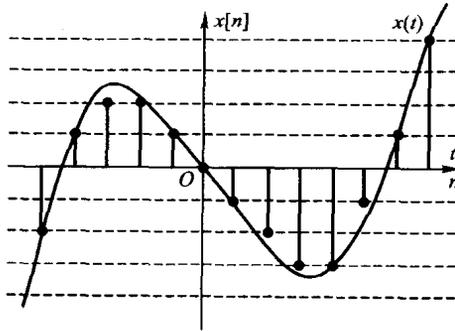


图 1.1-2 被量化的离散时间信号

模拟信号的处理技术在过去曾是研究的重点,随着计算机和数字信号处理芯片 DSP 的发展,数字信号处理技术在近几十年发展相当迅速,其应用领域已遍及工程的每一分支,VCD、数字电视、雷达、图像处理、虚拟仪器、谐波检测与抑制等,用数字处理技术要比模拟处理方法优越。

模拟信号的两种处理方式如图1.1-3所示。模拟信号的数字处理中,要用模数转换器(ADC)将模拟信号转换为数字信号,在数字处理后,再用数模转换器(DAC)将数字信号转换为模拟形式。

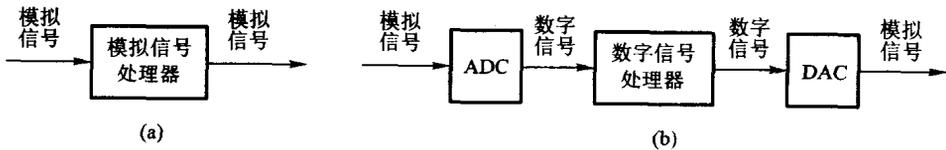


图 1.1-3 模拟信号处理的两种方式

根据信号的持续期是有限的还是无限的,信号也分类为时限信号(或有始有终信号)和非时限信号(或无始无终信号)。如果信号 $x(t)$ 或 $x[n]$ 在某时刻之前

一直为零,称其为右边信号或有始信号,起始时刻大于或等于零时,又称为因果信号;如果信号在某时刻之后一直为零,称其为左边信号或有终信号,终止时刻小于或等于零时,又称为反因果信号,如图 1.1-4 所示。

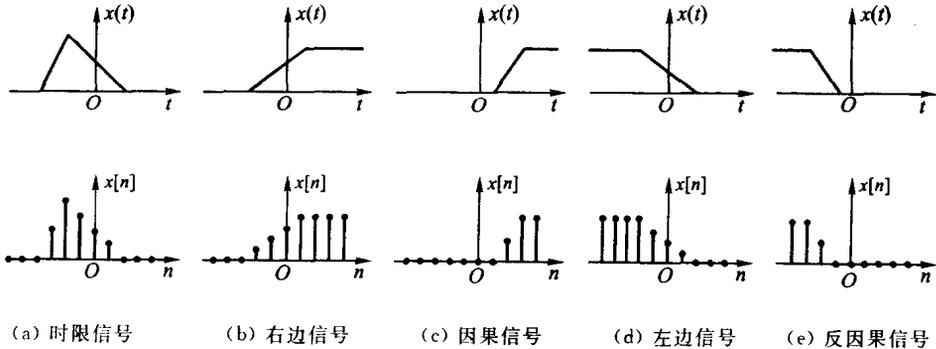


图 1.1-4 根据持续期分类的信号

具有无限持续期的信号,如果它为某一区间信号的不断重复,如图 1.1-5 所示,则它是周期的,其最小的重复区间称为信号的(基波)周期,常用 T 或 N 表示,即

$$x(t) = x(t \pm kT) \quad \text{或} \quad x[n] = x[n \pm kN] \quad (k \text{ 为整数}) \quad (1.1-1)$$

周期信号在信号分析与处理中占有重要地位,它与非周期信号在一些方面有很大的不同之处。

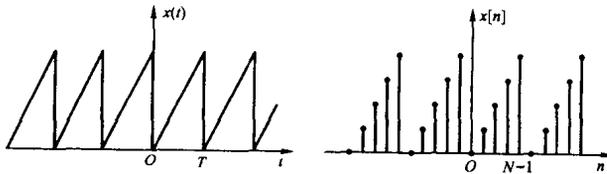


图 1.1-5 周期信号

在信号分析中,还常考察信号的能量和功率。连续时间信号和离散时间信号在无穷区间的能量 W 分别定义为:

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt, W = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 \quad (1.1-2)$$

其中 $|x(t)|$ 和 $|x[n]|$ 表示复数信号的模。信号的功率 P 定义为信号能量在整个时间范围的平均值。对周期信号,信号功率为一个周期中能量的平均值,即:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt, P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 \quad (1.1-3)$$

注意,信号的能量和功率与系统消耗的能量和功率是不同的概念。譬如一电阻 R 在无穷区间消耗的能量用电压 $v(t)$ 表示为

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R} v^2(t) dt$$

它与用式(1.1-2)定义的电压信号的能量在一般意义上是无关的。

周期信号的平均值 X_{av} 和有效值 X_{rms} 分别定义为:

$$X_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, X_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \quad (1.1-4)$$

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt}, X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2} \quad (1.1-5)$$

信号的有效值也可用功率表示,为

$$X_{rms} = \sqrt{P} \quad (1.1-6)$$

由定义,平均值是不会大于有效值的, $X_{av} \leq X_{rms}$ 。

能量为有限值的信号称为能量信号。能量信号的功率一定为零。一切具有有限值的时限信号必为能量信号。

功率为有限值的信号称为功率信号。功率信号的能量为无限大,具有有限值的周期信号是功率信号。

当信号的功率为无限大时,则它既不是能量信号,也不是功率信号。

1.2 信号的自变量变换

一、自变量变换

信号的自变量有三种基本变换:移位、反转和尺度变换。

如果信号 $x(t)$ 在传输后波形的形状保持不变,仅仅是延迟了 t_0 时间 ($t_0 > 0$),则延迟后的信号为 $x(t-t_0)$,其波形相当于将 $x(t)$ 的波形沿时间轴方向移位 t_0 时间;类似地, $x(t+t_0)$ 的波形相当于把 $x(t)$ 的波形向时间轴的反方向移位 t_0 时间,如图 1.2-1 所示。

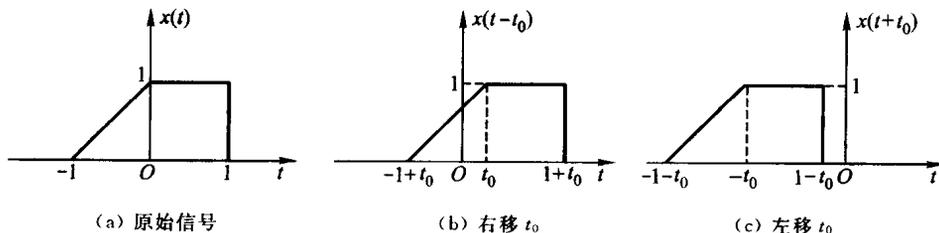


图 1.2-1 信号的移位

离散时间信号 $x[n-n_0]$ 和 $x[n+n_0]$ (n_0 为正整数) 则分别相当于将 $x[n]$ 右移和左移 n_0 个序号, 如图 1.2-2 所示。

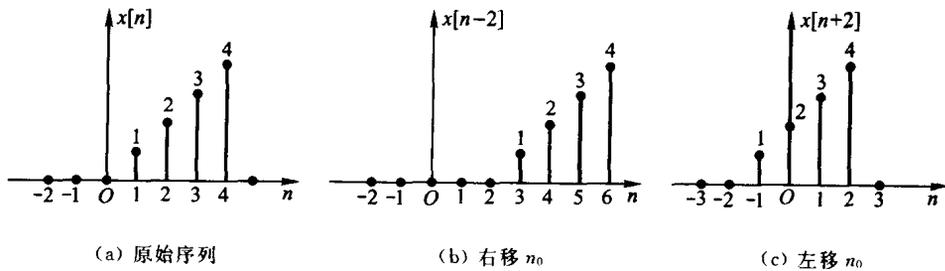


图 1.2-2 离散时间信号的移位

如果将信号 $x(t)$ 的自变量用 $(-t)$ 替换, 信号 $x(-t)$ 的波形为 $x(t)$ 以 $t=0$ 为轴的反转。对图 1.2-1(a) 和 1.2-2(a) 所示的信号, 反转后 $x(-t)$ 和 $x[-n]$ 的波形如图 1.2-3 所示。

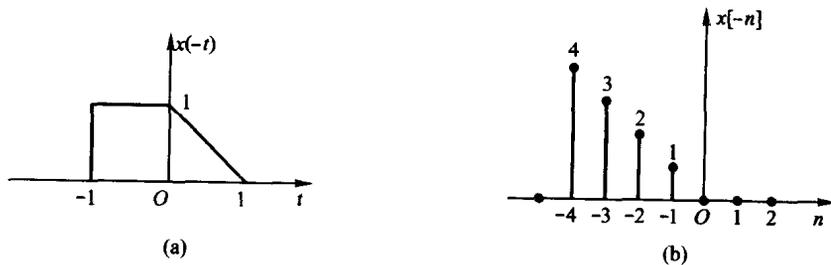


图 1.2-3 信号的反转

如果把 $x(t)$ 的变量 t 置换为 at , a 为一正系数, 信号 $x(at)$ 的波形为 $x(t)$ 波形的时间轴压缩 ($a > 1$) 或扩展 ($0 < a < 1$), 该运算称为尺度变换, 如图 1.2-4 所示。当 $x(t)$ 是一盘磁带的声音信号时, $x(2t)$ 相当于以 2 倍速度放音的信号, 放音时间减少; 而 $x(\frac{1}{2}t)$ 相当于原磁带放音速度降至一半的信号, 放音时间变长。

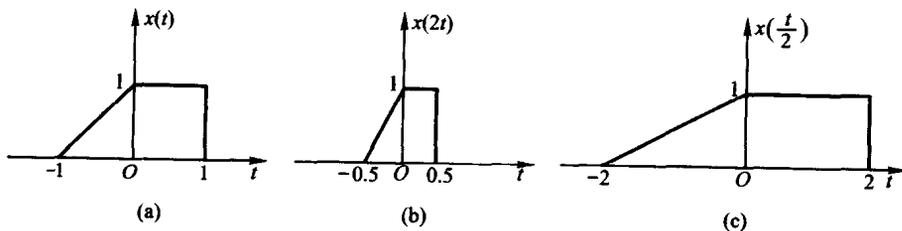


图 1.2-4 信号的尺度变换

序列的尺度变换与连续时间的有所不同,由于序号只能为整数,当 M 为大于 1 的正整数时, $x[Mn]$ 要丢失 $x[n]$ 的一些信息,而 $x\left[\frac{1}{M}n\right]$ 要填入必要的零值,如图 1.2-5 所示。

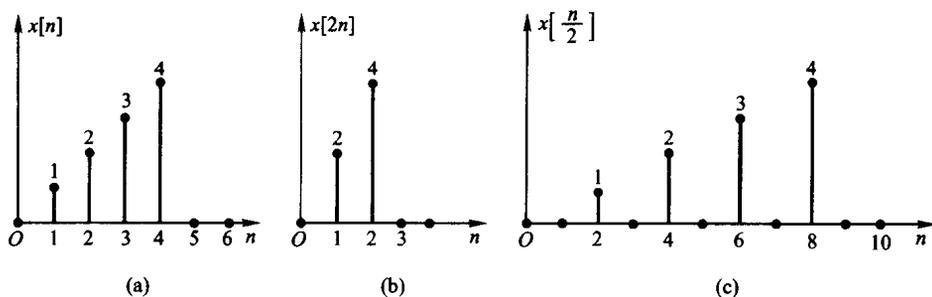


图 1.2-5 序列的尺度变换

利用以上三种基本变换,由 $x(t)$ 可绘出 $x(at+b)$ 的波形,其中 a, b 为实数。

例 1.2-1 $x(t)$ 的波形如图 1.2-6 所示,画出 $x(-2t+1)$ 的波形。

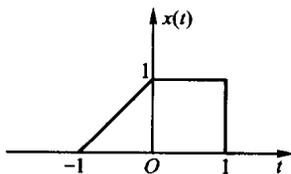


图 1.2-6 例 1.2-1 图

解 若依次采用移位—反转—尺度变换顺序,首先画出 $x(t+1)$ 的波形,然后进行反转得到 $x(-t+1)$,最后进行尺度变换即可得到 $x(-2t+1)$ 的波形,如图 1.2-7 所示。

也可以采用其他顺序进行变换。例如,先做尺度变换画出 $x(2t)$ 的波形,其次进行移位,将 $x(2t)$ 左移 0.5 得 $x(2(t+0.5)) = x(2t+1)$,最后对 $x(2t+1)$

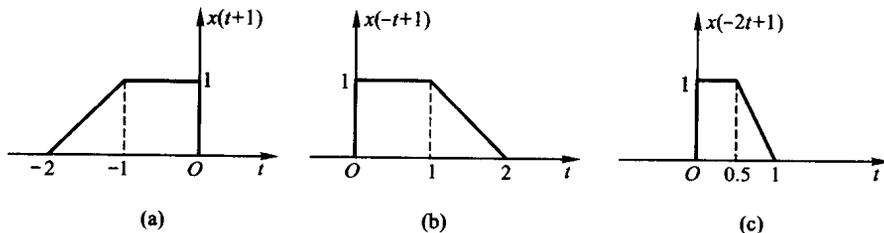


图 1.2-7 移位—反转—尺度变换