

传热学计算及习题集

(苏) Н. Д. 伏斯克列显斯基著

王 补 宣 译

高 等 教 育 出 版 社

传热学计算及习题集

(苏) K. Л. 伏斯克列显斯基著

王 朴 宣 译

高等教育出版社

本书是根据苏联动力出版社 (Государственное энергетическое издательство) 出版的 К. Д. Воскресенский 所著 «Сборник расчетов и задач по теплопередаче» 1959 年第二版改編本譯出的。可作为高等工业院校动力类和动力机械类傳热学課程的教学参考书。

原书是配合 М. А. 米海耶夫著《傳热学基础》新版 (中譯本已由高等教育出版社出版) 而編写的一本有系統的傳热学习題集。所有习题都附有答案, 部分习题还有詳細的題解。

本书由清华大学王补宜同志翻譯, 西安交通大学任行祥同志审校。

傳热学計算及习题集

(苏) К. Д. 伏斯克列显斯基著

王 补 宜 譯

北京市书刊出版业营业許可証出字第 119 号

高等教育出版社出版 (北京景山东街)

人 民 教 育 印 刷 厂 印 装

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 經 售

統一書号 K15010 · 1164 开本 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张 9 $\frac{2}{16}$

字数 235,000 印数 0,001—6,000 定价 (5) 半 0.90

1955 年 4 月第 1 版 1965 年 4 月北京第 1 次印刷

譯 者 序

本书根据热工学教材編审委员会的建議，譯自 К. Д. Воскресенский 所著“Сборник расчетов и задач по теплопередаче”一书 1959 年第二版改編本，可作为高等工业院校动力类和动力机械类傳热学課程的教学参考书。

和前版(《傳热学习題》，王补宣譯，高等教育出版社，1954 年)一样，原书是配合 М. А. 米海耶夫著《傳热学基础》新版(中譯本已由高等教育出版社出版，1958 年)而編写的一本有系統的傳热学习題集。但本版所搜集的习题数目比前版增加了将近一倍，而且許多原材料也都重新經過整理和改写。全书內容比較丰富，有着广泛的专业适应性。书中第二篇还对相似理論、导热理論和对流换热理論进行了适当的分析，因而也同样适用于供热物理专业的学生在学习傳热学課程时参考。

本书收罗的題目，涉及到工程計算、实验研究和理論分析等各方面；既有基本題，也有綜合性的应用題。所有习题都附有答案，部分习题还有詳細的題解。每章习题和計算的內容，在編排上也已注意到由淺入深，由簡單到复杂的順序。如在教学作适当的選擇，将有助于使学生了解傳热計算的实际应用和培养学生独立解題的能力。全书提供的傳热計算和分析示例，对有关工程技术人员和研究人員亦有参考价值。

原书只有二十三章，而将前版第十章(“因次理論的基本定理和物理过程的相似理論”)的內容全部删掉。考虑到因次(或称“量綱”)分析法和相似分析法都有广泛的应用，因而在本譯本中又把它适当整理后，恢复为新的第 16 章(原书第 16 章至第 23 章就相

应地改为第 17 章至第 24 章),从而使全书增加到二十四章。

原书印刷上的錯誤較多,个别习题在求解方法和計算方面也有欠妥之处,在譯出时已作了相应的訂正。西安交通大学任行祥同志在审校时又提出了一些勘誤,譯者对此表示深切的謝意。

王朴宣

1964 年 6 月于北京清華園。

基本符号表

- d ——直径, [米]。
 r, r_0 ——半径, [米]。
 l ——长度, [米]。
 δ ——厚度, [米]。
 F ——换热面积, [米²]。
 f ——流道截面积, [米²]。
 x, y, z ——直角坐标系的坐标。
 h ——高度, [米]。
 Π ——周边长度, [米]。
 τ ——时间, [小时] 或 [秒]。
 Q ——热流量, [大卡/小时]。
 q ——比热流量或换热面的热负荷, [大卡/米²·小时]。
 θ, t ——温度, [°C]。
 T ——绝对温度, [°K]。
 q_l ——管的热负荷, [大卡/米·小时]。
 Δt ——温压, [°C]。
 α ——放热系数, [大卡/米²·小时·°C]。
 k ——传热系数, [大卡/米²·小时·°C]。
 k_l ——通过管壁的传热系数, [大卡/米·小时·°C]。
 C ——辐射系数, [大卡/米²·小时·°K⁴]。
 ε ——黑度。
 λ ——导热系数, [大卡/米·小时·°C]。
 c ——比热, [大卡/公斤·°C]。
 γ ——重度, [公斤/米³]。
 a ——导温系数, [米²/小时]。
 μ ——粘度, (动力粘性系数), [公斤·秒/米²]。
 ν ——动粘度, [米²/秒]。

ρ ——密度, [公斤·秒²/米³]。

β_p ——容积膨胀系数, [1/度]。

β_λ ——导热性变化的温度系数, [1/度]。

β_c ——比热变化的温度系数, [1/度]。

V ——载热质的容积流量, [米³/小时] 或 [米³/秒]。

G ——载热质的重量流量, [公斤/秒]。

t_x ——载热质的温度, [°C]。

t_c ——壁面温度, [°C]。

λ_x ——载热质的导热系数, [大卡/米·小时·°C]。

I ——电流, [安]。

p ——压力, [公斤/米²]。

Δp ——压力降, [公斤/米²]。

P ——力, [公斤]。

g ——重力加速度, [米/秒²]。

$$\exp(x) = e^x.$$

$$\operatorname{Erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} \cdot dx.$$

目 录

譯者序.....	v
基本符号表.....	vii

第 一 篇

第一章 平壁导热.....	1
第二章 圆筒壁和球壁的导热.....	13
第三章 载热质自由运动时的放热.....	24
第四章 载热质在管和槽内受迫运动时的放热.....	35
第五章 载热质受迫横向流过管面时的放热.....	60
第六章 液体沸腾时的放热.....	69
第七章 蒸汽膜层凝結时的放热.....	74
第八章 由透明介质隔开的物体間的輻射换热.....	80
第九章 气体和火炬輻射.....	96
第十章 通过平壁的傳热.....	105
第十一章 通过圆筒壁、球壁和肋壁的傳热.....	116
第十二章 通过流体夹层的傳热.....	127
第十三章 热絕緣.....	132
第十四章 平均溫压和载热质的終溫度.....	142
第十五章 换热器的計算示例.....	148

第 二 篇

第十六章 因次理論和物理过程的相似理論.....	160
第十七章 导热过程的相似.....	171
第十八章 流体动力学相似.....	180
第十九章 对流换热过程相似.....	191
第二十章 导热理論的一般問題.....	201
第二十一章 稳定导热过程.....	204
第二十二章 不稳定导热过程.....	224
第二十三章 热边界层和流体动力学边界层.....	257
第二十四章 管内放热.....	268
参考书目.....	281

第 一 篇

第一章 平壁导热

1-1. 試求通过火焰炉拱壁的热损失 q [大卡/米²·小时]。壁由耐火粘土磚砌成, $\delta=250$ [毫米], $\lambda=1.1$ [大卡/米·小时·°C]。在热的一边表面温度为 $t_{c1}=1000^{\circ}\text{C}$, 在冷的一边表面温度为 $t_{c2}=200^{\circ}\text{C}$ 。

答案: $q=3520$ [大卡/米²·小时]。

1-2. 試求通过磚壁的热流量 Q [大卡/小时]。壁厚 250 [毫米], 表面积为 3×5 [米²], 两边表面温度各为 $t_{c1}=10^{\circ}\text{C}$ 和 $t_{c2}=-20^{\circ}\text{C}$, 磚的导热系数为 $\lambda=1$ [大卡/米·小时·°C]。

答案: $Q=1800$ [大卡/小时]。

1-3. 厚 100 [毫米] 的壁所經受的温压为 $t_{c1}-t_{c2}=10^{\circ}\text{C}$ 。如果壁分別由紫銅 ($\lambda_1=320$ [大卡/米·小时·°C])、3 号鋼 ($\lambda_2=40$ [大卡/米·小时·°C])、混凝土 ($\lambda_3=1.1$ [大卡/米·小时·°C]) 或硅藻土磚 ($\lambda_4=0.1$ [大卡/米·小时·°C]) 所做成, 試求通过壁的热流量各多少?

答案: $q_1=32 \times 10^3$ [大卡/米²·小时];

$q_2=4000$ [大卡/米²·小时];

$q_3=110$ [大卡/米²·小时]; $q_4=10$ [大卡/米²·小时]。

1-4. 通过 100 [毫米] 厚的平壁的热流量为 $q=60$ [大卡/米²·小时]。如果壁由黃銅 ($\lambda_1=60$ [大卡/米·小时·°C])、紅磚 ($\lambda_2=0.6$ [大卡/米·小时·°C]) 或軟木 ($\lambda_3=0.06$ [大卡/米·小时·°C]) 所做成, 試求各該平壁的温压 $\Delta t_c=t_{c1}-t_{c2}$ 和温度梯度。

答案: $\Delta t_1 = 0.1^\circ\text{C}$, $\left(\frac{dt}{dx}\right)_1 = 1[^\circ\text{C}/\text{米}]$;

$\Delta t_2 = 10^\circ\text{C}$, $\left(\frac{dt}{dx}\right)_2 = 100[^\circ\text{C}/\text{米}]$;

$\Delta t_3 = 100^\circ\text{C}$, $\left(\frac{dt}{dx}\right)_3 = 1000[^\circ\text{C}/\text{米}]$ 。

1-5. X射綫管的靶子被做成长 300 [毫米]和直径 15 [毫米]的銅棒。如果沒有側面的热損失,而冷端被水流所冲涮,試求銅棒冷热兩端的溫度差。已知水流流量为 1 [公斤/分钟]时,水受热上升 3°C 。

答案: 955°C 。

1-6. 河面上的冰层厚 500 [毫米],冰层底面溫度为 $t_{c1} = 0^\circ\text{C}$,頂面溫度为 $t_{c2} = -10^\circ\text{C}$ 。如果冰的导热系数为 $\lambda \approx 2$ [大卡/米·小时· $^\circ\text{C}$],試求通过冰层的热流量 q [大卡/米²·小时]。

答案: 40 [大卡/米²·小时]。

1-7. 如果題 1-6 中,冰层上覆有 500 [毫米]厚的雪层,冰层底面溫度为 $t_{c1} = 0^\circ\text{C}$,雪层頂面溫度为 $t_{c2} = -10^\circ\text{C}$,雪的导热系数为 0.4 [大卡/米·小时· $^\circ\text{C}$],試求这时候的热流量 q [大卡/米²·小时]。

答案: 約 6.7 [大卡/米²·小时]。

1-8. 某蒸汽鍋爐的炉衬由两层組成。内层用耐火粘土磚砌成, $\delta_1 = 350$ [毫米], $\lambda_1 = 1.2$ [大卡/米·小时· $^\circ\text{C}$]; 外层用紅磚砌成, $\delta_2 = 250$ [毫米], $\lambda_2 = 0.5$ [大卡/米·小时· $^\circ\text{C}$]。磚衬内外两表面溫度各为 $t_{c1} = 900^\circ\text{C}$ 和 $t_{c3} = 90^\circ\text{C}$ 。試求通过該磚衬的热損失 q [大卡/米²·小时]和紅磚的最高溫度 t_{c2} 。

答案: $q = 1050$ [大卡/米²·小时]; $t_{c2} = 595^\circ\text{C}$ 。

1-9. 試求通过冷藏器壁 (图 1-1) 的热流量 q [大卡/米²·小时]。器壁由两层組成: 外层为紅磚层, $\delta_1 = 250$ [毫米], $\lambda_1 =$

$=0.6$ [大卡/米·小时· $^{\circ}\text{C}$]; 内层为软木层, $\delta_2=200$ [毫米], $\lambda_2=0.06$ [大卡/米·小时· $^{\circ}\text{C}$]. 软木层的两表面各覆有热阻可以忽略不计的防水绝缘层。红砖和软木层的外表面温度各为 $t_{c1}=25^{\circ}\text{C}$ 和 $t_{c3}=-2^{\circ}\text{C}$ 。试同时计算红砖和软木层接触面的温度 t_{c2} 。[本题由 B. A. 奥锡波娃(Ощинова)所提供]。

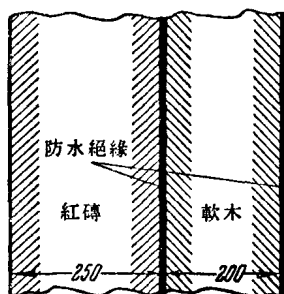


图 1-1.

答案: $q=7.2$ [大卡/米²·小时]; $t_{c2}=22^{\circ}\text{C}$ 。

1-10. 题 1-9 中, 如果软木层的两表面并不覆上防水绝缘, 因而外边空气中的水分将渗入软木层, 并且在层内凝结和冻冰。试重新求解该题。

湿软木层的导热系数为 $\lambda_3=0.12$ [大卡/米·小时· $^{\circ}\text{C}$], 而发生冻结的软木层导热系数为 $\lambda_4=0.3$ [大卡/米·小时· $^{\circ}\text{C}$]. 外边空气的湿度相应于在 $t_{c3}=10^{\circ}\text{C}$ 时形成露水。所有其他情况和题 1-9 相同。

试同时确定软木层中水汽凝结区的厚度 δ_3 和软木冻结区的厚度 δ_4 。[本题由 B. A. 奥锡波娃所提供]。

答案: $q=12$ [大卡/米²·小时]; $t_{c2}=20^{\circ}\text{C}$; $\delta_2=50$ [毫米]; $\delta_3=100$ [毫米]; $\delta_4=50$ [毫米]。

冷藏器的壁内温度分布见图

1-2。

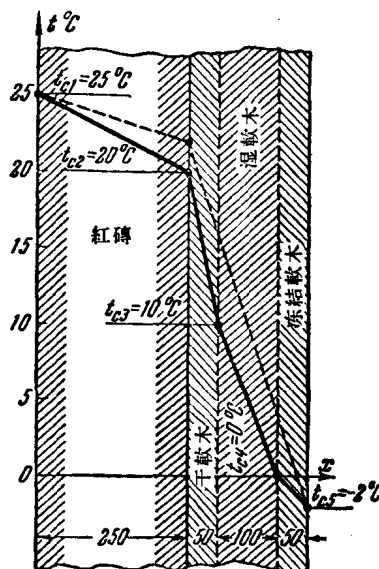


图 1-2.

解 紅磚层以及軟木层的干燥部分、潮湿部分和冻结部分形成一垛四层复合壁，每一层各具有不同的热物理性质。这里，假定水分沒有滲入干軟木层和紅磚层。

根据上述設想，則得

$$\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_{c1} - t_{c2}) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_{c2} - t_{c3}) = \\ &= \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_{c3} - t_{c4}) = \frac{\lambda_4}{\delta_4}(t_{c4} - t_{c5}). \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{此外,} \quad \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = \delta_5; \quad (2)$$

这里， δ_5 代表軟木层的总厚度。

在式(1)和式(2)中，共有五个方程式，包含五个未知量，即： q ； t_{c2} ； δ_2 ； δ_3 ； δ_4 。解这些方程式，可以分別找到每个未知量为：

$$q = 12 \text{ [大卡/米}^2 \cdot \text{小时]}; \quad t_{c2} = 20^\circ\text{C}; \quad \delta_2 = 50 \text{ [毫米]};$$

$$\delta_3 = 100 \text{ [毫米]}; \quad \delta_4 = 50 \text{ [毫米]}. \quad (\text{参看图 1-2}).$$

由此可见，如果不在軟木层的两表面上加上防水絕緣，就会使通过冷藏器壁的热流量从安装防水絕緣时的 7.2 [大卡/米²·小时] 增加到 12 [大卡/米²·小时]。

必須指出，題 1-10 的提法及其求解都是近似的。实际上，已知的常常是冷藏室內外的空气温度，壁的两边表面温度并不知道。所以，当壁由于受湿和冻结而引起其内部热阻变化时，壁的表面温度也跟着改变，这就影响到凝結区和冻结区厚度的确定。同样因为解题时沒有考虑壁内水汽的扩散过程，所以本題的解法也是近似的。这样，題 1-10 的提法和求解应该被看成是一种近似的估計。

耐火粘土磚 硅藻土填料 耐火粘土磚

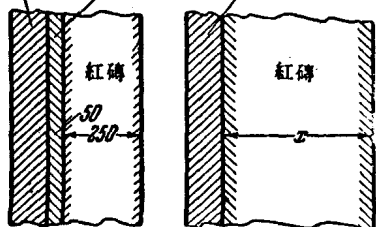


图 1-3.

1-11. 炉衬由一层耐火粘土磚、一层紅磚、中間填以硅藻土填料层所組成 (图 1-3)。硅藻土填料层的厚度为 $\delta_2 = 50$ [毫米]， $\lambda_2 = 0.12$ [大卡/米·小时·°C]；紅磚层的厚度为 $\delta_3 = 250$ [毫米]， $\lambda_3 = 0.6$ [大卡/米·小时·°C]。

試求紅磚层的厚度必須增加

多少倍, 才能使得不采用硅藻土填料层时的炉衬具有采用硅藻土填料层时相同的内部热阻。

答案: 红砖厚度必须增加一倍。

1-12. 试求变压器铜片束

对横向通过金属片与绝缘纸板的热流量的当量导热系数 $\lambda_{\text{当}}$

(图 1-4)。金属片的厚度为 $\delta_m =$

$=0.5$ [毫米], 导热系数为 $\lambda_m =$

$=50$ [大卡/米·小时·°C]; 而

纸板厚度为 $\delta = 0.05$ [毫米],

$\lambda = 0.1$ [大卡/米·小时·°C]。

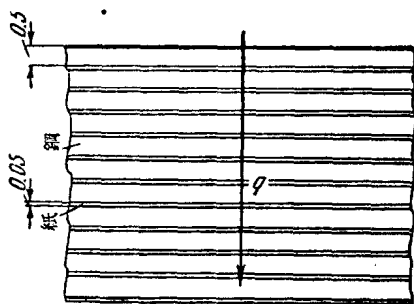


图 1-4.

答案: $\lambda_{\text{当}} = 1.08$ [大卡/米·小时·°C]。

1-13. 试求通过浸柔器钢壁加热面的热流量 q [大卡/米²·小时]。

钢壁厚 $\delta_1 = 20$ [毫米], $\lambda_1 = 50$ [大卡/米·小时·°C]。壁的一

边表面上沾有一层厚度为 $\delta_2 = 2$ [毫米]的水垢, $\lambda_2 = 1.0$ [大卡/米·

小时·°C]。加热面的最高温度为 250°C , 水垢层的最低温度为

100°C 。试同时计算水垢层的最高温度①。

最高温度①。

答案: $q = 62500$ [大卡/米²·

小时]; $t_{c2} = 225^\circ\text{C}$ 。

1-14. 在用平板法测定固体

材料导热系数的仪器中, 把所要

试验的物质做成圆形平板, 放在

加热器和冷却器的两平面之间

(图 1-5)。平板直径为 $d = 120$

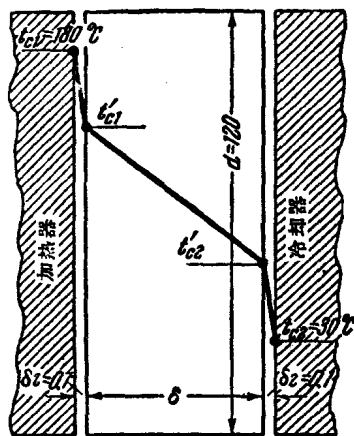


图 1-5.

① 水垢层的最高温度也就是水垢层与钢壁接触面的温度——译者注。

[毫米]。通过平板的热流量为 $Q=50$ [大卡/小时], 而仪器热、冷两平面的温度各为 $t_{c1}=180^{\circ}\text{C}$ 和 $t_{c2}=30^{\circ}\text{C}$ 。

如果在仪器两平面与平板两表面之间因接触不好而出现 $\delta_2=0.1$ [毫米] 的空气间隙时, 试求这种空气夹层的热阻对测定导热系数所引起的误差。[此题由 B. C. 皮土霍夫(Петухов)所提供]。

答案: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}} = 28\%$ 。

备注 间隙中空气的导热系数可以各取温度 t_{c1} 和 t_{c2} 时的值, 而且不考虑空气夹层中的辐射传热。

解 测定导热系数的误差为:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}} = \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_{\text{真实}}}\right) \times 100\% \quad (1)$$

不考虑空气间隙的热阻时, 所算出的导热系数为:

$$\lambda = \frac{4Q \cdot \delta_1}{\pi d^2 \cdot (t_{c1} - t_{c2})} \quad (2)$$

而真实的导热系数为:

$$\lambda_{\text{真实}} = \frac{4Q \cdot \delta_1}{\pi d^2 \cdot (t'_{c1} - t'_{c2})} \quad (3)$$

把式(2)和式(3)代入式(1), 即得:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}} = \left(1 - \frac{t'_{c1} - t'_{c2}}{t_{c1} - t_{c2}}\right) \times 100\% \quad (4)$$

其次, $t'_{c1} - t'_{c2} = t_{c1} - t_{c2} - \frac{4Q \cdot \delta_2}{\pi d^2} \left(\frac{1}{\lambda_{\text{空气1}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{空气2}}} \right)$ 。

以此代入式(4), 则得:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}} = \frac{4Q \cdot \delta_2}{\pi d^2} \cdot \frac{\frac{1}{\lambda_{\text{空气1}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{空气2}}}}{t_{c1} - t_{c2}} \times 100\% \quad (5)$$

根据[参考书目 20], 空气的导热系数 $\lambda_{\text{空气1}}$ 和 $\lambda_{\text{空气2}}$ 可取:

$t_{c1}=180^{\circ}\text{C}$ 时, $\lambda_{\text{空气1}}=3.11 \times 10^{-2}$ [大卡/米·小时· $^{\circ}\text{C}$];

$t_{c2}=30^{\circ}\text{C}$ 时, $\lambda_{\text{空气2}}=2.22 \times 10^{-2}$ [大卡/米·小时· $^{\circ}\text{C}$].

于是,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}} = \frac{4 \times 50 \times 0.1 \times 10^{-3}}{3.14 (120 \times 10^{-3})^2 \times (180 - 30)} \left(\frac{1}{3.11 \times 10^{-2}} + \frac{1}{2.22 \times 10^{-2}} \right) 100\% = 28\%.$$

实际上,由于有辐射换热、以及试样和仪器表面间的点接触的结果,误差 $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}}$ 要小得多。这一点,对题 1-15 也同样适用。

1-15. 题 1-14 中,如果试验时把仪器放在氩里,试求用平板法测定导热系数的误差。不考虑辐射换热。除 Q [大卡/小时] 以外,其他量都保留题 1-14 中的原有值。

答案: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}} = 3\%$; 同样的仪器在空气中工作时,此误差达到 28%。

解 在题 1-14 的题解中,已经找到所测定的 λ 的误差表达式为:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}} = \frac{4Q \cdot \delta_2}{\pi d^2} \cdot \frac{\frac{1}{\lambda_{H11}} + \frac{1}{\lambda_{H12}}}{t_{c1} - t_{c2}} \quad (1a)$$

对于氩,根据[参考书目 11]:

$$t_{c1} = 180^\circ\text{C 时}, \quad \lambda_{H11} = 0.24 \text{ [大卡/米} \cdot \text{小时} \cdot ^\circ\text{C]};$$

$$t_{c2} = 30^\circ\text{C 时}, \quad \lambda_{H12} = 0.16 \text{ [大卡/米} \cdot \text{小时} \cdot ^\circ\text{C]}.$$

现在,让我们来计算在氩里工作时仪器的热流量 Q , 为此,可以写出在空气和氩里工作时仪器的热阻表达式:

$$R_{\text{空气}} = \delta_2 \left(\frac{1}{\lambda_{\text{空气}1}} + \frac{1}{\lambda_{\text{空气}2}} \right) + \frac{\delta_1}{\lambda} = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{Q_{\text{空气}}};$$

$$R_{H1} = \delta_2 \left(\frac{1}{\lambda_{H11}} + \frac{1}{\lambda_{H12}} \right) + \frac{\delta_1}{\lambda} = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{Q_{H1}}.$$

根据这两式,

$$Q_{H1} = \frac{Q_{\text{空气}}}{1 - \frac{\delta_2 \cdot Q_{\text{空气}}}{t_{c1} - t_{c2}} \left\{ \left(\frac{1}{\lambda_{\text{空气}1}} + \frac{1}{\lambda_{\text{空气}2}} \right) - \left(\frac{1}{\lambda_{H11}} + \frac{1}{\lambda_{H12}} \right) \right\}}.$$

代入所有已知量后,即得:

$$Q_{H1} \approx 50 \text{ [大卡/小时]}.$$

因此,所测定的 λ 的误差为:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{真实}}} = \frac{4 \times 50 \times 0.1 \times 10^{-3}}{3.14 \times (120 \times 10^{-3})^2 (180 - 30)} \left(\frac{1}{0.24} + \frac{1}{0.16} \right) \times 100\% = 3\%.$$

1-16. 具有变导热系数 $\lambda = \lambda(t)$ 的平壁厚度为 δ , 两表面温度各为 t_{c1} 和 t_{c2} , 而且 $t_{c1} > t_{c2}$. 试求通过此平壁的热流量

q [大卡/米²·小时]。

答案: $q = \frac{\lambda_{cp}}{\delta}(t_{c1} - t_{c2})$;

此处,
$$\lambda_{cp} = \frac{1}{t_{c1} - t_{c2}} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt.$$

解 将付里叶定律式, 即 $q = -\lambda(t) \cdot \frac{dt}{dx}$ 中的变数 t 和 x 分离并且积分, 就得到:

$$q = \frac{1}{\delta} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt.$$

如果在等号右边分别除以和乘以 $\Delta t = t_{c1} - t_{c2}$, 则

$$q = \frac{\Delta t}{\delta} \cdot \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt.$$

$\frac{1}{\Delta t} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt$ 是从 t_{c2} 到 t_{c1} 的温度间隔内导热系数的平均值 λ_{cp} 。所以

$$q = \frac{\lambda_{cp}}{\delta} \cdot \Delta t.$$

1-17. 试就工程上最常遇见的 $\lambda = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t)$ [大卡/米·小时·°C] 的情况求解 1-16 题。

答案: $q = \frac{\lambda_{cp}}{\delta} \cdot \Delta t$; 此处, $\lambda_{cp} = \frac{1}{2}(\lambda_{c1} + \lambda_{c2})$ 。

解 因为 $\lambda = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t)$, 所以,

$$\begin{aligned} \lambda_{cp} &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} \lambda(t) \cdot dt = \frac{\lambda_0}{t_{c1} - t_{c2}} \int_{t_{c2}}^{t_{c1}} (1 + \beta_\lambda \cdot t) \cdot dt = \\ &= \lambda_0 \left[1 + \beta_\lambda \cdot \frac{t_{c1} + t_{c2}}{2} \right] = \frac{1}{2}(\lambda_{c1} + \lambda_{c2}). \end{aligned}$$

由此可见, 当壁的材料导热系数是温度的线性函数时, 为了计算 q , 应该取两极端温度 t_{c1} 和 t_{c2} 时导热系数的算术平均值作为 λ_{cp} 。

1-18. 试求通过加热炉砖衬的热流量 q [大卡/米²·小时]。砖衬厚度为 $\delta = 360$ [毫米], 砖的导热系数为:

$$\lambda = 0.4(1 + 1.1 \times 10^{-3}t) \text{ [大卡/米·小时·°C]}.$$

磚衬两表面温度各为 $t_{c1}=800^{\circ}\text{C}$ 和 $t_{c2}=50^{\circ}\text{C}$ 。

答案: $q=1225$ [大卡/米²·小时]。

1-19. 平壁材料的导热系数为 $\lambda=\lambda_0(1+\beta_\lambda \cdot t)$ [大卡/米·小时·°C]。如果已知通过壁的热流量 q [大卡/米²·小时], 以及平壁两表面温度, 試求壁内温度分布。

$$\text{答案: } t = \frac{1}{\beta_\lambda} \left[\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{2\beta_\lambda \cdot q}{\lambda_0} x} - 1 \right];$$

此处,

$$\lambda_1 = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t_{c1}).$$

解 利用付里叶定律 $q = -\lambda(t) \cdot \frac{dt}{dx}$,

可以找到材料具有变导热系数 $\lambda = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t)$ 时的壁内温度分布 $t = t(x)$ 。

分离变数 $q \cdot dx = -\lambda(t) \cdot dt$

对 x 和 t 积分, 并且相应地从 0 积到 x , 从 t_{c1} 积到 t , 即得:

$$q \int_0^x dx = - \int_{t_{c1}}^t \lambda(t) \cdot dt.$$

变换后, 可得:

$$q \cdot x = \int_{t_{c1}}^t \lambda(t) \cdot dt. \quad (1)$$

根据条件: $\lambda(t) = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t)$ 。将此式微分, 则

$$d\lambda = \lambda_0 \cdot \beta_\lambda \cdot dt.$$

亦即

$$dt = \frac{d\lambda}{\lambda_0 \cdot \beta_\lambda}.$$

把这个所找到的 dt 的表达式代入式(1), 同时相应地变更积分极限, 即得:

$$q \cdot x = \int_{\lambda_1}^{\lambda} \frac{\lambda \cdot d\lambda}{\lambda_0 \cdot \beta_\lambda}.$$

积分后, 发现

$$\lambda_0 \cdot \beta_\lambda \cdot q \cdot x = \frac{1}{2} (\lambda_1^2 - \lambda^2).$$

由此可以求得:

$$\lambda = \sqrt{\lambda_1^2 - 2\lambda_0 \cdot \beta_\lambda \cdot q \cdot x}.$$

又, $\lambda = \lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t)$ 。如果把 λ 的这两个式子相比较, 我们就得到:

$$\lambda_0(1 + \beta_\lambda \cdot t) = \sqrt{\lambda_1^2 - 2\lambda_0 \cdot \beta_\lambda \cdot q \cdot x}.$$

根据这个关系式, 可以找出壁内未知的温度分布式:

$$t = \frac{1}{\beta_\lambda} \left[\sqrt{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 - \frac{2\beta_\lambda \cdot q}{\lambda_0} \cdot x} - 1 \right].$$