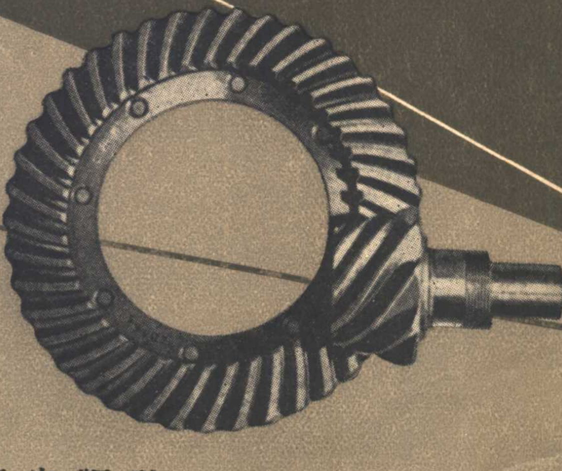
徐康林編著

双曲綫齿輪原理



科学技術出版社

双曲綫齿輪原理
徐康林編著

双曲綫齿輪原理

徐康林編著

科学技術出版社

內 容 提 要

本書主要介紹双曲綫齿輪，这在齿輪中系一种新穎的原件，目前已普遍地应用在汽車工程和重載荷的驅动机構中。

書內叙述了双曲綫齿輪的基本原理、接触关系和类別，以及該种齿輪的設計和制造方法等等。書中并附有例題及实用数据表。

本書可作为高等学校及中等技术学校机械制造專业有关課程的参考書；也可供机械設計部門的工程技術人員作为参考。

双曲綫齿輪原理

編著者 徐康林

*

科学技術出版社出版

（上海南京西路 2004 号）

上海市書刊出版业营业許可証出 079 号

上海啓智印刷厂印刷 新华書店上海发行所总經售

*

統一書号：15119·590

开本 787×1092 耗1/32 · 印刷 2 13/16 · 字数 57,000

1957年11月第1版

1957年11月第1次印刷 · 印数 1—2,300

定价：(10) 0.44 元

序

齿輪傳动系大多数近代机器中的重要組成部分，而且它們的应用范圍尙在不断地扩大。特別是在机械制造产品日益趋向高效率、重載荷发展道路的今日，齿輪將占着很重要的地位。

双曲綫齿輪在齿輪中系一种新穎的原件，目前已普遍地应用在汽車工程和重載荷的驅动机構中。国內对齿輪制造尙属萌芽时期，有关双曲綫齿輪理論的文献更为罕見。著者从事机械工业有年，对齿輪研究頗感兴趣，今將有关双曲綫齿輪的論文整理成册，以供有关人員参考。

本書在編写中主要的参考書如下：

1. Кедринский, В. Н: Новые методы обработки конических зубчатых Колес
2. Heldt. P. M: Automotive Chassis (Without power plant)
3. Ernest wildharb: Basic relationship of hypoid glars

最后，著者欢迎讀者对本書提出批評和意見，俾日后改进。

徐康林

一九五六年九月

目　录

一、概　　說

双曲綫齿輪和螺旋伞齿輪相似，有着同样的形狀和輪齿曲綫，然其唯一之差别系鬸輪与齿輪之軸，可延伸至彼此互相通过；即鬸輪可以安裝在齿輪軸心綫的上面或者下面。图1为双曲綫齿輪对，这种齿輪正确的节面为一双曲綫旋轉体之表面，故亦称双曲面齿輪。由于两輪不在同一中心上，虽然两輪上的法节相等，在圓周方向之圓周节以鬸輪为大，可以得到較大的螺旋角，这样双曲綫的鬸輪显然可以获得之体积，剛性大为增强。設計双曲綫齿輪对时，若增大鬸輪之螺旋角，就能使更多之輪齿同时接触，实为增进运轉平滑的因素之一。不管鬸輪之螺旋角增大多少，与普通之螺旋伞齿輪比較起来，其齿面之正压力均减小了。

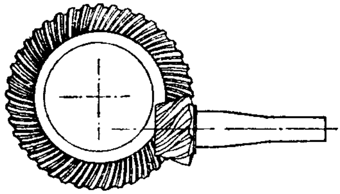


图 1

双曲綫齿輪系在1925年首先应用在汽車工业上。它可以降低傳动軸的位置，以保証客車在高速行駛时的稳定性。双曲綫齿輪的应用能够增大强度，增进运轉的平稳性，目前不論是汽車和載貨車的驅动部分，都是应用这种齿輪。

双曲綫齿輪的嚙合是由滚动和滑动两种动作的綜合，但它幷不象伞齿輪那样有純滚动存在。齿面上的各点受到若干滑

动，齿的縱長向滑动軌迹为一条綫或一根帶，而另外各点的滑动方向与齿縱長向傾斜成一角度。所以，双曲綫齿輪齿面上各点的运动，与伞齿輪和正齿輪的运动极相似。在节綫之滑动不能去除，因其較大之均匀滑动对研磨非常有利。普通自动机上应用的齧輪螺旋角多为 50°，齿輪螺旋角約 30°。对滑动来講，若以法向位移来比較其滑动量，則較导程角为 45° 的蝸輪的傳动小三分之一。若再輔以适当的潤滑，則效率更高。

1. 相对运动

今考虑固定在軸 C' 与 C'' 上以一定速比回轉的两輪之相对运动。图 2 为与两軸平行的視图，齿輪的动节面为双曲綫旋轉

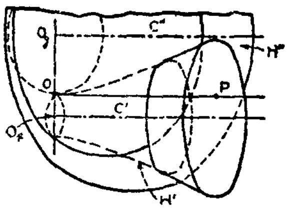


图 2

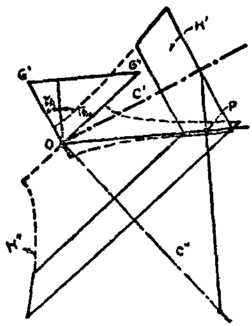


图 3

面，系由瞬时軸 OP 繞各輪軸旋轉而得。而图 3 系对应成直角的視图，軸 C' 与 C'' 与画面平行。在图 2 內偏置量 $E=O_pO_g$ 系两軸的射影距离。

相对运动系指一輪靜止，而另一輪对它作运动。也可以看做两輪繞本身軸回轉，或整个运动系統繞任一軸作反方向的运

动，这时，另一輪的最后位置系由相对运动的結果，而任一瞬間的相对运动乃是繞瞬时軸轉动和沿該軸滑动。

因此，在双曲綫齿輪上，瞬时軸之方向与对瞬时軸之瞬間回轉运动同螺旋傘齿輪一样。可由 C' 与 C'' 两軸回轉运动之几何和来決定。如图 4 所示，画 OK 綫与 C' 軸平行，OK 之長是按照 C' 軸之角速度 ω' 的大小而定的。KL 平行 C'' 軸，并同样以 C'' 軸角速度 ω'' 大小画出。則 OL 之連綫卽为瞬时軸之方向，而 OL 之長表示瞬时軸的角速度 ω_i 的大小。

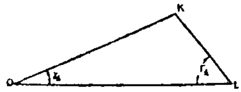


图 4

C' 軸与瞬时軸 OP 間之夾角 $\gamma_\kappa=\angle KOL$。C'' 与瞬时軸之夾角 $\Gamma_\kappa=\angle OLK$（見图 3），其和为两軸之軸間角 Σ，叫做运动节角。

決定双曲綫齿輪对的运动节角，可和有同样齿数 N'、N'' 及軸間角 Σ 的螺旋傘齿輪一样，用下列諸公式：

$$\frac{\sin\gamma_\kappa}{N'}=\frac{\sin\Gamma_\kappa}{N} \tag{1}$$

$$\operatorname{ctn}\gamma_\kappa=\operatorname{ctn}\Sigma+\frac{N''}{N\cdot\sin\Sigma};\quad \Gamma_\kappa=\Sigma-\gamma_\kappa \tag{2}$$

$$\tan\gamma_\kappa=\frac{N'}{N};\quad \Sigma=90^\circ;\quad \Gamma_\kappa=90^\circ-\gamma_\kappa \text{ 即}$$

$$\omega'\cdot N'=\omega''\cdot N'';\quad \omega'\cdot\sin\gamma_\kappa=\omega''\cdot\sin\Gamma_\kappa \tag{2a}$$

輪齿的相对滑动由瞬时軸所在的位置决定，系在相交而垂直的两軸 O_pO_g 綫上之任意点，而相对运动却是在与此綫垂直的平面內。齠輪在 O 点的相对运动是沿垂直于齠輪軸 C' 之方向，以 $OO_p\cdot\omega'$ 的速度回轉，卽图 3 中的 OG' 之長。同时，齿輪以

$OO_g \cdot \omega''$ 之速度作垂直于軸 C'' 方向之回轉，用 OG'' 表示，$G'G''$ 除了代表过 O 点瞬时軸之回轉运动外，又代表在 O 点的相对运动的速度与方向。OG' 与 OG'' 之長是随着 O 点在 O_pO_g 綫上的不同位置而改变，而 $G'G''$ 系其方向与向量变化的結果。只有点 O 在某一位置时，其 $G'G''$ 之方向与瞬时軸 OP 相同，因而，某瞬时軸的相对运动，可以看作对瞬时軸 OP 的回轉运动和同时沿瞬时軸的滑动。

距离 $E_p = OO_p$、$E_g = OO_g$ 可以决定瞬时軸的位置。由图 3 知

$$OG' \cdot \cos\gamma_\kappa = OG'' \cdot \cos\Gamma_\kappa,$$

連結与瞬时軸平行的 $G'G''$，

$$OG' = \omega' \cdot E_p = \omega' \cdot \sin\gamma_\kappa \cdot \frac{E_p}{\sin\gamma_\kappa},$$

$$OG'' = \omega'' \cdot E_g = \omega'' \cdot \sin\Gamma_\kappa \cdot \frac{E_g}{\sin\Gamma_\kappa},$$

$$OG' \cdot \cos\gamma_\kappa = \omega' \cdot \sin\gamma_\kappa \cdot \frac{E_p}{\tan\gamma_\kappa} = \omega'' \cdot \sin\Gamma_\kappa \cdot \frac{E_g}{\tan\Gamma_\kappa}$$

$$\therefore \quad \omega' \cdot \sin\gamma_\kappa = \omega'' \cdot \sin\Gamma_\kappa$$

因此

$$\frac{E_p}{\tan\gamma_\kappa} = \frac{E_g}{\tan\Gamma_\kappa} = \frac{E - E_p}{\tan\Gamma_\kappa} \tag{3}$$

$$E_p \cdot (\tan\Gamma_\kappa + \tan\gamma_\kappa) = E \cdot \tan\gamma_\kappa$$

$$E_p = E \cdot \frac{\tan\gamma_\kappa}{\tan\Gamma_\kappa + \tan\gamma_\kappa}; \quad E_g = E \cdot \frac{\tan\Gamma_\kappa}{\tan\Gamma_\kappa + \tan\gamma_\kappa} \tag{4}$$

簡化后得

$$E_p = E \cdot \frac{\sin\gamma_\kappa \cdot \cos\Gamma_\kappa}{\sin\Sigma}; \quad E_g = E \cdot \frac{\sin\Gamma_\kappa \cdot \cos\gamma_\kappa}{\sin\Sigma} \tag{4a}$$

因　$\Sigma=90^\circ$; $E_p=E\cdot\sin^2\gamma_\kappa$, $E_g=E\cdot\cos^2\gamma_\kappa$　(4b)

滑动量 $G'G''$ 为

$$G'G''=OG'\cdot\frac{\sin\Sigma}{\cos\Gamma_\kappa}=\omega'\cdot E_p\cdot\frac{\sin\Sigma}{\cos\Gamma_\kappa}=\omega'\cdot E\cdot\sin\gamma_\kappa$$

瞬时軸的角速度 ω_i 和伞齿輪的相同

$$\omega_i=\frac{\omega'}{\sin\Gamma_\kappa}\cdot\sin\Sigma=\frac{\omega''}{\sin\gamma_\kappa}\cdot\sin\Sigma \quad (5)$$

上列两个量 $\frac{G'G''}{\omega_i}$ 之比为單位旋轉之滑动量。其每轉之瞬时导程 L_i 为;

$$2\pi\cdot\frac{G'G''}{\omega_i}\text{ 或}$$

$$L_i=2\pi\cdot E\cdot\frac{\sin\gamma_\kappa\cdot\sin\Gamma_\kappa}{\sin\Sigma};\ (\pi=3.1416) \quad (6)$$

因 $\Sigma=90^\circ$, 故上式可化成

$$L_i=2\pi\cdot E\cdot\sin\gamma_\kappa\cdot\cos\gamma_\kappa=2\pi\cdot E\cdot\sin\Gamma_\kappa\cdot\cos\Gamma_\kappa \quad (6a)$$

当瞬时軸 OP 繞鎺輪軸 C' 旋轉时, 得出一旋轉面 H', 称之为双曲綫旋轉体。同样的另一双曲綫体 H'', 系由瞬时軸繞齿輪軸 C'' 旋轉而得出的。

两个双曲綫体彼此沿着瞬时軸之全長相切。通过瞬时軸上任意点之双曲綫旋轉体之法綫是垂直于瞬时軸的, 在这种情形下, 其对瞬时軸之接触系属純轉动。而其接触点系經过該瞬时軸的法綫。瞬时軸上各点都滿足此要求, 因而双曲綫旋轉体間是点接触。

另外也可从图 5 内看出, 剖面与瞬时軸交于 P 点, 与軸 C'、C'' 交于 C_1 与 C_2。在剖面内至瞬时軸与双曲綫体之法綫是連續的。PC_1 和 PC_2 分别为双曲綫体 H' 和 H'' 之法綫。当两垂綫

PC_1 和 PC_2 重合形成在 P 点接触，因而 $\tan PC_1O_p = \tan PC_2O_g$。

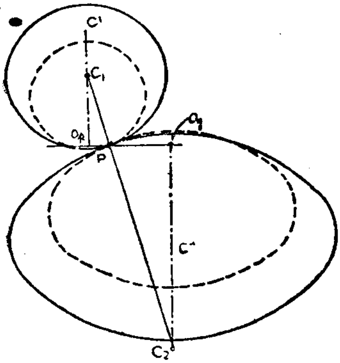


图 5

用 A 表 OP 之長，如图 2 和图 3 所示，而图 5 之射影距离 C_1O_p，C_2O_g 分别等于 $A\cdot\tan\gamma_\kappa$ 和 $A\cdot\tan\Gamma_\kappa$；射影長 PO_p、PO_g 等于 E_p、E_g。所以若能滿足下式条件，就能产生接触。

$$\frac{E_p}{A\cdot\tan\gamma_\kappa}=\frac{E_g}{A\cdot\tan\Gamma_\kappa}$$

或
$$\frac{E_p}{\tan\gamma_\kappa}=\frac{E_g}{\tan\Gamma_\kappa}$$

自(3)式可得 E_p 与 E_g 之長，可滿足上式要求，因而，两双曲綫体在 P 点产生接触，甚至在瞬时軸上或長度 A 上各点，都有接触存在。

双曲綫体 H'，H'' 可看作运动双曲綫体。

图 6 和图 2 相似，等間距直綫是按照等于瞬时軸回轉的运动双曲綫体画出，并可沿瞬时軸滑动。它們同样可以应用齿的节綫。这种除有縦方向的滑动外，很象同时在它全長上接触一样，其动作与輪齿各点向直齿傘齿輪錐心收斂的一样。普通的直节綫可看作仅为这种齿輪的一种可能性，并假定和瞬时軸傾斜的节綫无縦長向滑动存在。

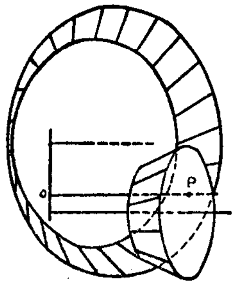


图 6

有时候，在应用同样的双曲綫体 H'、H''，会产生与原始假

定不符合的速比。如果原始速比是 2:1，而两个双曲綫体繞軸 C'、C'' 之回轉以速比 $\frac{N''}{N}=3:1$，那么，此比例即为角速度 ω' 及 ω''。这时候在接触綫 OP 沒有縱向滑动。在任意点 P，如图 7 所示，鬸輪之回轉速度包括 OP、O_pO_g 綫，投影在画面內之長 PI，齿輪之回轉速度射影为 PJ。

鬸輪之轉速可分成与 OP 平行和垂直之两分力 II'、PI'，（在图 7 的画面上），組成其垂直于画面之合力。

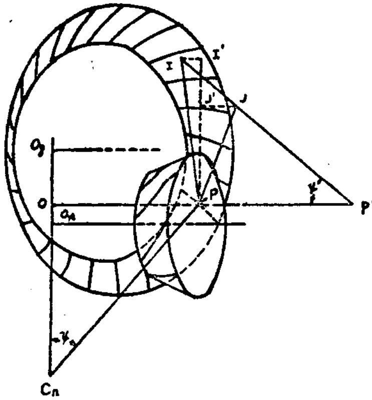


图 7

2. 齿輪的回轉速度

在图 7 的画面上，P 点之齿輪回轉速度，亦可分解成 JJ'、PJ' 两分力，而組成其垂直于画面之合力。

假定分力 PI' 与通过 O 点的鬸輪軸 C' 一样，那么：

$$PI'=A\cdot\omega'\cdot\sin\gamma_\kappa$$

当鬸輪軸回轉时，鬸輪之分力 II' 等于 O 点的側向运动

$$II'=E_p\cdot\omega'\cdot\sin\gamma_\kappa$$

在齿輪上

$$PJ'=A\cdot\omega''\cdot\sin\Gamma_\kappa;\quad JJ'=E_g\cdot\omega''\cdot\sin\Gamma_\kappa$$

在 P 点齿輪对之相对速度，由图 7 之射影距离 IJ 表示。且其方向与直綫 IJ 之方向相同。其延長綫与接触綫 OP 交于

P', 設交角为 ψ, 則

$$\tan\psi=\frac{I'J'}{II+JJ}=\frac{PI'-PJ'}{II+JJ}=\frac{A\cdot(\omega'\cdot\sin\gamma_\kappa-\omega''\cdot\sin\Gamma_\kappa)}{E_p\cdot\omega'\cdot\sin\gamma_k+E_g\cdot\omega''\cdot\sin\Gamma_k}$$

$$=\frac{A\cdot\left(\sin\gamma_\kappa-\frac{N'}{N''}\cdot\sin\Gamma_\kappa\right)}{E_p\cdot\sin\gamma_\kappa+\frac{N'}{N''}\cdot E_g\cdot\sin\Gamma_\kappa}。$$

上式中 $\tan\psi$ 可以看做与長度 $A=OP$ 成正比例。而 $\frac{\tan\psi}{A}$ 与 $\frac{A}{\tan\psi}$ 等于常数。

$$\frac{A}{\tan\psi}=\frac{E_p\cdot\sin\gamma_\kappa+\frac{N'}{N''}\cdot E_g\cdot\sin\Gamma_\kappa}{\sin\gamma_\kappa-\frac{N'}{N''}\cdot\sin\Gamma_\kappa}=B$$

上式中其角度及尺寸为原始之齿輪比，$\frac{N'}{N}$ 为鼦輪与齿輪之新的齿数比。

B 值在图 7 內为 O_gO_p 綫上之長度 OC_n, 而 C_n 为 O_pO_g 与垂直于 IP' 之直綫 PC_n 之交点。自 O 至 $A=OP$ 內之任意点也同样可以求出 B 之長度。

長度 PP' 等于

$$PP'=\frac{PJ'+JJ'\cdot\tan\psi}{\tan\psi}=\frac{A\cdot\omega''\cdot\sin\Gamma_\kappa}{\tan\psi}+E_g\cdot\omega''\cdot\sin\Gamma_\kappa。$$

$PP'=\omega''\cdot\sin\Gamma_\kappa(B+E_g)=$ 常数, 同样

$$PP'=\frac{PI'-II'\cdot\tan\psi}{\tan\psi}=\omega'\cdot\sin\gamma_\kappa\cdot(B-E_p)。$$

当一动点沿两双曲綫体之接触綫 OP 运动时，就以新速比繞其軸回轉，此动点在双曲綫体上就描繪出曲綫，該动点的运动率由这些曲綫的傾斜度决定。如果此点之运动速度大于双曲綫

体之回轉速度者，它所描出的曲綫与接触綫所成的斜度不大，且几乎与它相重合。假如該点的运动甚緩，则此曲綫之斜度就加大。

現在来考虑图 7 中动点 P 的位置，PI，PJ 分別代表 C' 軸和 C'' 軸周边运动的射影。如果沿着綫 OP 移动的动点速度和上面所决定的距离 PP' 对应，那么它在两双曲綫体上是按照它們的相对运动率，由距离 IP' 与 JP' 来代表。則在双曲綫体上所描出的曲綫，在动点 P 的瞬間位置是相切的。

3. 双曲綫旋轉体上的曲綫

如果动点在 OP 綫的任意位置和距离 PP' 一样为常数，則动点以定速沿接触綫运动时，其所有的瞬間位置就产生曲綫接触。此速率由 P 点的位置决定。因而得到双曲綫旋轉体上的曲綫是勻速螺旋綫。

图 7 所示为等間距之螺旋綫，由节綫在双曲綫旋轉体上描繪而得。此螺旋节綫連續地接触，在它与双曲綫旋轉体接触綫 OP 相交，当齿輪嚙合运轉时，同时产生輪齿的縱向滑动。

每齿的动点运动，即沿直綫 OP 描繪运动的节距 P_a，可由在上列公式中的 ω' 代换 $\frac{2\pi}{N'}$，ω'' 代换 $\frac{2\pi}{N''}$ 而求得：

$$P_a=\frac{2\pi}{N'}\cdot\sin\gamma_\kappa\cdot(B-E_p)=\frac{2\pi}{N''}\cdot\sin\Gamma_\kappa\cdot(B+E_g)。$$

由此可見，只要变更节面就能得到双曲綫齿輪上的螺旋綫。因此应用不同的双曲綫旋轉体的运动节和常用的低速比可以和节面一样，都能得到螺旋节綫，同时可增大齟輪直徑。

广义地說，双曲綫齿輪对的节面，系繞各軸回轉和沿同一綫接触的旋轉面。节綫也就是节面綫，与所說的接触綫相切。

4. 无数节面对的可能性

按此广义的定律，双曲綫齿輪对可以有无数的节面对。其节面不受双曲綫旋轉体的限制。任何旋轉面可以假定其在某一齿輪上为自由的，而称之为节面。此面通常是能沿另一齿輪軸之旋轉面的一綫接触。其接触綫通常为所說軸对假定节面的正投影。而另一节面可以說成由接触綫对所說軸之回轉而得，因而此接触綫是曲綫。

若动点沿此綫移动时，节面就按规定的齿率回轉，則在节面上將描繪出綫来。动点的瞬率傳动可以調整和变化的，以使动点在节面上按照它們本身的相对运动的方向移动。因此，动点瞬間位置的接触点描繪出节綫偶。故双曲綫齿輪的节綫类型，不象傘齿輪那么多，它仅有几种而已。

二、压 力 角

前面已經說过，双曲綫齿輪的节面系一旋轉面，沿着一連續接触綫相切，而該接触綫可能是曲綫，也可能为直綫。双曲綫旋轉体运动节面的形成，仅为此种节面之特殊情形，只有当节綫为直綫时，以及与节面的接触綫在回轉时重合才存在。

在其軸向平面上，双曲綫齿輪对的节面是呈凹形的。这些节面最重要的特征是它的尺寸和錐度，即其在标称点至齿輪軸的公切面斜度是与縱長向齿的曲率半徑成正比。

实际上設計与制造双曲綫齿輪时，根本不考慮到在軸向平面內节面的曲率半徑。这里，节面用錐形体代替，互相在公共点

相切，叫做节錐。

輪齿是刻制在节錐上，并用錐形的輪胚。

图 8、9 与 10 分别表示一对节錐。图 8 为与輪軸 C'' 平行的視图，图 9 为前視图，該图系沿着两軸相交綫 e，且成垂直的。图 10 系与图 8 对称而与齧輪軸平行。齿輪对在这些視图內有軸間角 Σ（图 9），它与直角不同，这在后面再作詳細的討論。

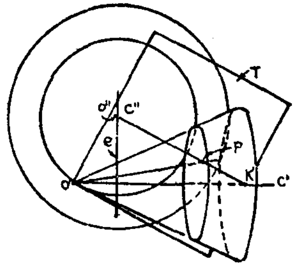


图 8

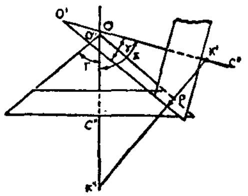


图 9

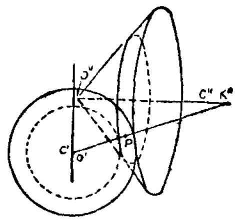


图 10

1.　公切面

在名义点 P 的公切面 T（图 8），为齧輪軸 C' 之节錐頂点 O' 与齿輪軸 C'' 之节錐頂点 O'' 之交点。現在此切面可以看做节面。节錐是沿着 $O'P$、$O''P$ 綫与节面接触，并經过 P 点。

法节系一个重要的因素，P 点的法綫分别至节面和节錐，与 C'、C'' 軸交于 K'、K'' 点，軸 C'、C'' 偏置距离 E，如图 8 及图 10 所示。

在設計一对双曲綫齿輪时，齿数为 N' 和 N''，偏置量是 E，