

河流水文测验方法 在水力学基础上的论证

Г. Б. 热列兹拿柯夫著

功勋科学技术工作者，苏联技术科学博士

Е. В. 布里兹尼亚克教授审阅

水利出版社

河流水文測驗方法 在水力学基礎上的論証

Г. Б. 热列兹拿柯夫著

功勋科学技术工作者，苏联技术科学博士

Е. В. 布里兹尼亚克教授審閱

中華人民共和國水利部水文局譯

水利出版社出版

1956年

內 容 提 要

苏联技術科学博士 Г. В. 热列兹拿柯夫教授在本書中第一次地提出在理論上解决水文測驗中的某些基本問題，他認為水文測驗方法必須以嚴密的水力学和流体力学为基础。

本書是闡述著者在水力学基础上論証河流水文測驗的某些方法的研究結果。內容有：根据水面流速和水流的水力要素推求流量的方法，河床和河灘內流速的分佈，流水断面形狀的研究，底速的計算，平均流向的推求，斜航測流法原理，比例堰測量流量等。

這本論著不僅對水文測驗是重要的、有意義的，而且其中還應用包含有單純水力学方面的重要研究成果。本書可供水文測驗工作者、水利科学工作者應用，也可供有關專業作為教學上的參考。

本書由水利部水文局譯出，譯校工作由王鳳岐、趙殿五、周曾盛擔任。

河流水文測驗方法在水力学基础上的論証

-
- 原 書 名: Гидравлическое обоснование
методов речной гидрометрии
原 作 者: Г. В. 热列兹拿柯夫
原 出 版 处: Издательство АН СССР
原出版年份: 1950年
譯 者: 中華人民共和國水利部水文局
出 版 者: 水利出版社(北京和平門內北新華街 35 号)
北京市書刊出版業營業許可証出字第 080 号
印 刷 者: 水利出版社印刷厂(蚌埠大馬路 463 号)
發 行 者: 新華書店
-

157千字, 850×1168 1/32开, 65/16 印張
1956年4月第1版, 蚌埠第一次印刷, 印數1—3300
統一書号: 15047.4 定价: (10)0.97元

苏联科学院水利科学研究部認為在水文測驗方面提出理論研究是及時的也是迫切的。

由於水利工程建設的開展，苏联水文測驗學面臨着重大的任务，因而水文測驗理論的研究就成了水利資源計算的重要問題之一。

在Г.А.熱列茲拿柯夫的著作“河流水文測驗方法在水力学基礎上的論証”中，第一次地提出在理論上解决水文測驗中的某些基本問題。著者所提出的原則是在水文測驗向前發展中的重要一步，按照这个原則，水文測驗方法必須以嚴密的水力学和流体力学為基礎。

Г.А.熱列茲拿柯夫的这本論著，不僅从水文測驗方面的專家觀點看來是重要和有意义的，而且其中还包括有單純水力学方面的重要成果和結論；例如：水流相对平均速缺的研究，水流漫灘時的流速分布，水流流水斷面形狀的研究以及本書中涉及到的其他問題。

苏联科学院水利科学研究部認為按著者所提出的方法繼續研究是正確的。

本書可供科学工作者和工程師在水利工程勘测和桥梁勘测中進行水文測驗工作時，以及在河流水文站上工作時应用。此外，本書也可供高等学校中有關專業的已學習过水力学的大学生应用。

苏联科学院水利科学研究部主任、技術科学博士

A. H. 阿胡廷教授

前 言

在正確地發展水利中，河流水文測驗工作的意義是眾所周知的。水利計算和水文計算的可靠性和準確性，完全決定於水文測驗工作的方法和所採用的儀器。在我國（蘇聯），由於水利建設的蓬勃發展〔1〕而進行的大量的勘測工作，向水文測驗提出了新的和複雜的任務。

目前的水文測驗工作不僅在大中河流上，而且還在小河流上進行着；它是適應着農村電氣化，區域航運，建築水庫、池塘和蓄水池等大力發展的要求的。

護田林帶和森林水土保持區的建造與水文因素的計算有關，而研究這些因素就必須進行水文測驗工作。因此，蘇聯河流上的水文測驗工作是廣泛開展的；其測驗成果則用來解決國民經濟中的重要問題。

鑒於我國水利問題的解決是綜合性的和河流水文特性是多樣性的，我國的水文測驗學乃是有廣闊發展前途的一門科學。

由於我國專家們的努力，在發展河流水文測驗方面已取得很大的成就，但仍有很多的問題須待解決。如目前已感覺到的缺乏對水文測驗各個問題的綜合研究，幾乎沒有理論方面的研究；也很少應用水力学和物理学方面的成就等。

我們認為，為了進一步發展河流水文測驗學和儘快地在生產中應用蘇聯水文測驗中所得到的最新結果，必須編寫一些水文測驗學方面的論著。在這些論著中，應儘可能充分地反映出我國所進行的導致於解決水文測驗中最重要問題的科學研究工作。

根據著者的意見，研究工作和論著的題材應為下列問題：

1. 在水文測驗中應用電工學、無線電工程學、無線電探測學、熱工學、攝影術和立體攝影測量（物理水文測驗學）；
2. 水文測驗方法在水力学基礎上的論證（水文測驗理論的基礎）；
3. 水文測驗工作的機械化和水文特征的遠距離傳送。
4. 水文測驗儀器的研究（流体力学分析）和新儀器的設計；

（五）

5. 用混合法測定流量；
6. 水文測驗儀器的檢定[●]；
7. 流量曲綫的繪制和延長；
8. 根据水流的實測水力要素來計算逕流。

有些論著可分別為液体逕流水文測驗和河流泥沙水文測驗編寫。

本書是闡述著者在水力學基礎上論証河流水文測驗中某些方法的研究結果。在水文測驗中应用水力學可以為水文測驗奠定理論的基礎，并大大地改進測驗方法。本書很注意綜合应用水力學與水文測驗學的測流方法（水力水文測驗法）。結果研究出根据水面流速和水流的水力要素推求流量的方法（第一章）。大家知道，這種方法在某些情況下是唯一可行的方法。由於河流水文測驗工作的廣泛性，這個方法便有更重大的意義。這裡所述的水力水文測驗法，乃是一種最方便易行的方法，將得到日益廣泛的应用。

第一章中所提出的許多問題都具有獨立的水力學意義。

第二章是河床和河灘內流速分佈的試驗研究結果。

第三章試圖在水力和水文測驗的計算中考慮到流水斷面的形狀。

考慮到單純用水文測驗方法測定河底流速是困難的，所以討論了在水力學基礎上解決這個問題的可能性（第四章）。

第五章引述測定水流平均流向的水力方法；這個方法在確定橋梁軸向時具有實際的意義。

第六章說明在簡易水利工程勘測中所採用的斜航測流法的原理。本章最後規定了应用的規則，在不遵守這個規則時，測得的流量可能與實際流量有很大的差別。

最後一章是研究測定流量的比例堰，並規定了它的計算方法。應該指出，如果說水文測驗中所採用的其他類型的薄壁堰已經有了較深入研究的話，那麼比例堰的研究還在剛剛開始的。

E.B. 布里茲尼亞克和 A.H. 阿胡廷對本書內容提出了很多寶貴的意見，著者謹對他們表示感謝。

● 這個問題可參考〔2〕

目 錄

前 言..... (五)

第一章 根据实测水面流速和水流的水力要素推求平均 流速和流量的方法

- § 1 問題的提出..... 1
- § 2 紊流中的流速分布和水流万能参数的平均值的确定..... 3
- § 3 根据水面流速和水流的水力要素计算平均流速和流量.....27
- § 4 河流的福路德数.....40
- § 5 河流万能参数的研究.....44
- § 6 参数 D 与系数 C 和平均水深与最大水深的比值的 关系; 系数
 K_1 和 K_2 与系数 C 的关系.....62
- § 7 水流在临界状态时的系数 K_1 和 K_273
- § 8 计算垂线平均流速的水文测验公式的分析.....75
- § 9 結論: 计算公式.....79
- § 10 上述公式运用的实例.....82

第二章 河床和河灘中流速分布的研究

- § 11 問題的提出.....85
- § 12 河床和河灘中水面流速分布的試驗研究結果的分析.....86

第三章 水流流水断面形状的研究

- § 13 水流流水断面的万能形状参数..... 108
- § 14 人工水流流水断面的万能形状参数的推求..... 112
- § 15 天然水流流水断面的万能形状参数的推求..... 118
- § 16 水流流水断面的形状在一些计算中的考虑..... 119
- § 17 結論..... 121

第四章 水流底速的计算

- § 18 水流的平均底速..... 123

§ 19	底速在水流寬上分布的計算.....	124
§ 20	底速計算实例.....	126
§ 21	結論.....	128

第五章 水流平均流向的推求

§ 22	問題的提出.....	130
§ 23	有水文測驗資料時平均流向的推求.....	131
§ 24	水文測驗資料不足時平均流向的推求.....	133

第六章 斜航測流法的原理

§ 25	積分測流法的分類.....	139
§ 26	斜航法的分析.....	141
§ 27	結論.....	149

第七章 应用比例堰測定流量

§ 28	堰口的形狀.....	150
§ 29	比例堰与向上收縮的梯形堰的比較.....	154
§ 30	比例堰的計算公式和公式的应用条件.....	157
§ 31	計算公式与經驗資料的比較.....	162
§ 32	比例堰計算的方法与实例.....	164
§ 33	結論.....	167
代表符号.....		169
参考文献.....		171
中俄技術名詞对照.....		178
中俄人名对照.....		184

第一章 根据实测水面流速和水流的水力要素 推求平均流速和流量的方法

§1 問題的提出

在近 20~25 年內，出現了一些紊流理論。苏联学者：A.H. 柯尔莫戈洛夫院士 [3,4]，苏联科学院通訊院士 M.A. 維里康諾夫 [5,6]，以及 A.M. 奥布霍夫 [7] 等● 最近研究出的紊流理論，是最有科学根据的。从实用观点看来，垂綫流速分佈的公式应该認為是紊流理論的最重要的成果。虽然某一些流速分布公式已經得到了普遍的承認，並且在空气动力学中已具有很大的实用意义，但是在河渠水力学和水文学中，由紊流理論引伸出的垂綫流速分布公式，在解决工程的問題上尚未獲得廣泛的应用。

著者知道，紊流力学方面的成就並不是沒有缺點的，並且大部分据以校驗和建立理論的實驗是在对称（压力）水流中進行的。把在这种条件下得到的結果搬到河流上去，由於河流有自由水面、水道斷面不对称和不能得出河流濕周的數學方程式，所以是很複雜的。必須指出，是否可以把圓管中液体流動研究的結果用於明流（渠道）中去的問題，現在已經獲得了良好的解决；例如，函數

$$\lambda = \lambda \left(\text{Re}, \frac{\Delta}{R} \right)$$

的圖解（式中 λ —摩擦系數， Re —雷諾數， Δ —絕對糙性， R —水力半徑），对圓管 [8] 和矩形水槽 [9] 就不僅在性質上而且在數值上都是

● 这里我們僅提出了紊流方面的一些新的研究。还必须指出 B.Г. 涅夫茲格利里多夫，M.И. 米利翁施科夫，E.M. 明斯基等的著作，这些著作主要發表在苏联科学院報告集和中央流体力学研究所的刊物上。

相当符合的。在其他的著作中也已指出，管中水流流動的研究結果可以应用到明流上去〔10,11〕。

从紊流理論得到的垂綫流速分布公式，同样也还没有在水文測驗工作中应用。这是水文測驗方法，特别是流量測量方法在目前仍帶有經驗性質的原因之一。水文測驗的这种經驗方法的形成是有它的歷史原因的：水文測驗學不能坐待水動力學基本問題解決以后，再在这个基礎上用理論方法建立起來，虽然水文測驗方法是應該由流體力學的基本原理中導出來的。實質上，就是由於不可能用理論方法解決推求河道中流過的水量的問題，才形成了水文測驗學。

最近在紊流學方面已經取得了相當大的成就，因此，我們認為為了進一步發展水文測驗學，必須在水力學現有成就的基礎上建立水文測驗的方法和理論。這種以流體力學為基礎的水文測驗方法，可以稱為流體力學法。但還必須指出，在這種情況下“流體力學法”的概念中還有著一定的假定性。問題的實質在於：為了解決水文測驗問題，重要的是要知道平均流速分布的規律。大家知道，流速（紊流的）在垂綫上的分布，直到現在為止還沒有精確的理論曲綫，所以我們還不得不利用半經驗的公式；因此，我們所討論的方法也可以稱為水力法。但是，在水文測驗工作中，測定水量的水力法習慣上已有了完全肯定的意義，即指的是用堰、測流槽等測量流量。所以為了避免名詞混淆，當在水文測驗中利用（在下面的研究中）紊流理論的成果時，我們仍採用“流體力學法”這個名詞，但這時應注意到上述的假定性。在談到水文測驗的理論時，我們指的是那種水文測驗的研究，它的方法是直接由水運行的基本原理中導出的。這個意義最好用層流的例子來說明。

根據層流中流速分布的公式，我們可由其中導出下列完全肯定的測量管中流量 Q 的方法，即 a) 根據水力比降和黏滯系數推求 Q ；流量用普阿捷里公式計算；б) 根據最大流速 $v_{\max}$ （管中心）推求 Q ；流量用下式計算： $Q = 0.5\omega v_{\max}$ ， ω —管的截面面積；в) 根據距管中心 $0.707r$ （ r —管的半徑）點的局部流速 v_r 推求 Q ；流量用下式

計算： $Q = \omega u_r$ 。這些方法之所以能肯定，就在於層流的流速分布規律是已知的。

我們不應過高地估計在流體力學發展的現階段上，用流體力學的方法竟可能解決全部河流水文測驗的問題。因此，與水文測驗理論研究的同時還必須改進現有的儀器，在電工學、無線電工程學和熱量交換〔12~14〕的基礎上研究新的儀器，並盡量使野外水文測驗工作機械化。

§2 紊流中的流速分布和水流萬能參數的平均值的確定

如上所述，應該根據流速分佈的理論導出推求流量的方法，所以我們必須論述為了解決河流水文測驗問題的紊流垂綫流速分佈公式的選擇的問題。

關於垂綫平均流速分布的問題已有了很長的歷史，這在本文中不可能談到。但要指出一點，即從水文測驗儀器最初產生時起就已提出了很多的經驗公式：拋物綫（包括高次拋物綫）公式、橢圓公式、對數曲綫等。應當指出Н.Н.巴甫洛夫斯基院士和В.А.加夫里連柯的著作，在這些著作中闡述了考慮到流水斷面的形狀繪制等流速綫的方法〔15~19〕。在尋求垂綫流速分布的經驗公式方面，А.В.卡拉烏舍夫的著作〔20〕是最新的也是最詳細的研究。И.И.阿格羅斯金和Г.Г.季米特里也夫所提出的方程式是合理的拋物綫（有兩個參數）形的垂綫流速分布〔21〕。由於紊流理論很多，所以理論公式（正確地應稱為半經驗公式）也提出了很多。其中有根據動量互換理論的，也有根據渦流互換理論的。所有這些公式，除去Г.А.古爾仁柯的公式以外，都有下述的缺點，即在接近河底處應用這些公式會得出不完全正確的結果。這是由於這些公式在推演時未考慮到水流的黏滯性。Г.А.古爾仁柯提出了最完善的理論〔22〕，根據這個理論可考慮到黏滯性的影響，可是由於沒有明確的垂綫流速分布的公式（古爾仁柯方程式的積分只能用圖解法），所以這個理論很難用來解決水文測驗的問題。古爾仁柯在自己的著作中大大地修改了邊界條件的問題，並得出了各個

不同的雷諾數的垂綫流速分布。在他這本著作中包含有很多有意義的意見和結果，今後我們不能放棄應用古爾仁柯在水力學方面的研究工作，同時希望能進一步地改善考慮黏滯性影響的方法。

若要論證為解決水文測驗問題的垂綫流速分布公式，必須考慮下列條件：公式應合理地表明天然明流中的流速分布，應尽可能簡單並且其中不多於一個可由水文測驗資料（河流的）求得的參數。

我們將上述的垂綫流速分布公式，以如下的無因次坐標列出：

$$\eta = \frac{y}{h}; \quad \varphi = \frac{u_{\max} - u}{u_*}$$

式中 η ——相對水深； φ ——相對速缺； h ——垂綫水深； u ——距河底 y 處的流速； $u_{\max}$ ——垂綫上的最大流速； u_* ——動力流速。

根據能量互換理論的公式如下：

$$\varphi = -\frac{1}{k_1} \ln \eta \dots\dots\dots (1)$$

$$\varphi = -\frac{1}{k_2} \left[\ln(1 - \sqrt{1 - \eta}) + \sqrt{1 - \eta} \right] \dots\dots (2)$$

$$\varphi = \frac{1}{k_3} \left(\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \eta}}{1 - \sqrt{1 - \eta}} - 2\sqrt{1 - \eta} \right) \dots\dots\dots (3)$$

公式 (2) 中有時還要列入一個輔加的常數 [23]。

根據渦流互換理論的公式如下：

$$\varphi = \frac{\sqrt{2}}{k_4} \left(\arcsin \sqrt{1 - \eta} - \sqrt{\eta} \sqrt{1 - \eta} \right) \dots\dots\dots (4)$$

式中 k_1, k_2, k_3, k_4 ——參數，按本身的意義應帶有萬能的性質。

在經驗公式中，我們只談下列的一些。

公式 (1) 類型的，但考慮到河底的相對糙性：

$$\varphi = \frac{1}{k_5} \ln \frac{1 + \varepsilon}{\eta + \varepsilon} \dots\dots\dots (5)$$

式中 k_5 ——萬能參數，其數值接近於 k_1 和 k_2 ；

ε ——糙性的相對直綫性特征值，等於：

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{30h} \dots\dots\dots (6)$$

“ $1/m$ 指數定理”：

$$\frac{u}{u_{\max}} = \eta^{1/m} \dots\dots\dots (7)$$

是“七次方根定理”的擴展；式中 m ——隨雷諾數的增加而增加的函數；下面將說明根據河床糙性和水深推求 m 的可能性。

有時“ $1/m$ 指數定理”可寫成下列形式：

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left[1 - (1 - \eta)^n \right]^{1/m} \dots\dots\dots (8)$$

n 值可採用從 1.25 到 2.00。當 $n=2$ 時，公式 (8) 可改寫成：

$$\frac{u}{u_{\max}} = (2\eta - \eta^2)^{1/m} \dots\dots\dots (9)$$

當為層流運動時， $m=1$ ，公式 (9) 即變為斯托克司公式；當為紊流運動時，較多的情形是 $m=7$ 。應該注意，對數曲綫可以看成是指數定理的包絡綫；П.Г. 洛易茨楊斯基 [24] 已注意到這種情況。

公式 (1) ~ (4) 的一般寫法是：

$$\varphi = \frac{1}{k} \varphi(\eta) \dots\dots\dots (10)$$

式中 $\varphi(\eta)$ ——相對水深的函數，它的形式可把 (10) 式與 (1) ~ (4) 式中任一式相比較而得到。

我們對函數 $\varphi(\eta)$ 的圖解 (圖 1) 進行研究後，可以認為在上述垂綫流速分布的公式內，因而也在紊流理論中，參數 k 是有萬能性的。假設公式 (2) 中的萬能參數 k_2 值為 1，並且選用 $k_1=1.25$ ， $k_3=0.80$ ， $k_4=0.70$ 來計算函數 $\varphi(\eta)$ 的新數值，並在圖 (2) 上繪示 $\varphi(\eta)/k$ 曲綫，可看出各曲綫的位置彼此是很靠近的。這種情況以最簡單的公式 (1) 表現得最為明顯。這個結論尚需有補充的論據。

根據動量互換理論的 (1)、(2) 和 (3) 式得出的河底速缺

值是不真實的 (當 $\eta=0$ 時, $\varphi=\infty$), 只有公式 (4) 當 $\eta=0$ 時可得出最終的 φ 值。

函數 $\varphi(\eta)$ 的上述特性表明公式 (4) 是較好的。但是, 根據下述的見解我們還是常常採用公式 (1)。令 $\eta=0$, 用公式 (4) 求 $\varphi(\eta)/k$ 值, 然後按公式 (1) 計算同一 $\varphi(\eta)/k$ 值時的 η 值, 結果得到:

$$\frac{\varphi_4(\eta)}{k_4} = 3.2, \quad \frac{\varphi_1(\eta)}{k_1} = -\frac{\ln \eta}{1.25};$$

由此 $\ln \eta = -4, \quad \eta = \frac{y}{h} = 0.018;$

這即是說, 採用河底的相對速缺作為距河底 $y=0.018h$ 的近河底層的相對速缺是沒有什麼差別的; $\frac{y \cdot 100}{h} = 1.8\%$ 為垂綫水深測量的精度。

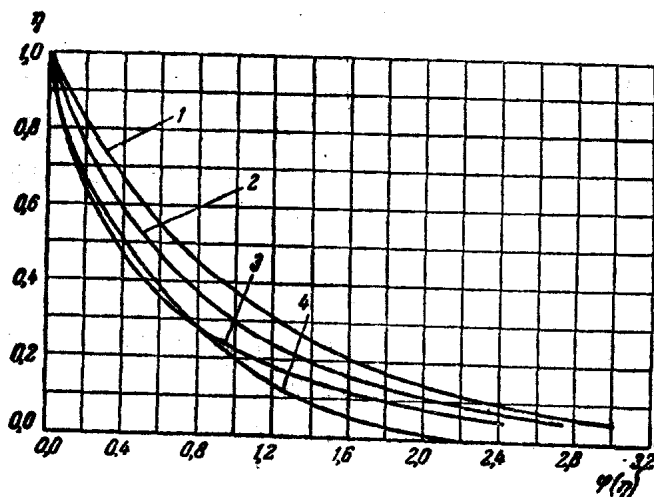


圖1. 垂綫流速分佈的半經驗公式中水深無因次函數的圖解

1— $\varphi_1(\eta) = -\ln \eta$; 2— $\varphi_2(\eta) = -[\ln(1-\sqrt{1-\eta}) + \sqrt{1-\eta}]$;

3— $\varphi_3(\eta) = (\ln \frac{1+\sqrt{1-\eta}}{1-\sqrt{1-\eta}} - 2\sqrt{1-\eta})$;

4— $\varphi_4(\eta) = \sqrt{2} (\arcsin \sqrt{1-\eta} - \sqrt{\eta} \sqrt{1-\eta})$ 。

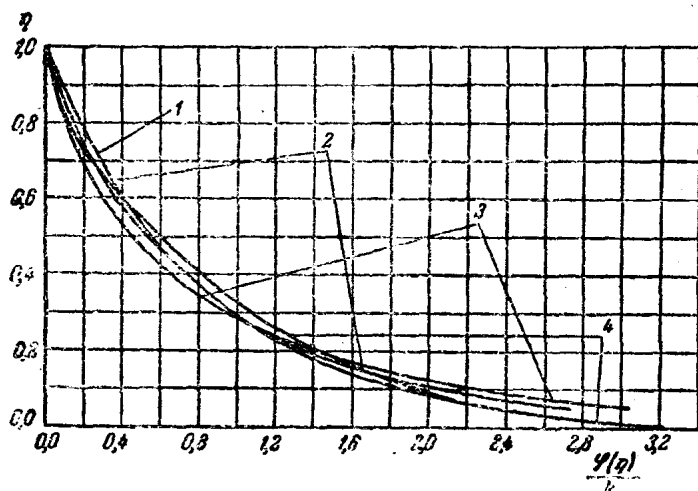


圖2. 在假設了万能參數的數值后，垂綫流速分佈的半經驗公式中水深，無因次函數的圖解

$$1 - \frac{\varphi_1(\eta)}{1.25}; \quad 2 - \frac{\varphi_2(\eta)}{1.00}; \quad 3 - \frac{\varphi_3(\eta)}{0.80}; \quad 4 - \frac{\varphi_4(\eta)}{0.70}$$

大家知道，河流的水深測量有 2 % 的精度，一般就認為是非常好的了。因而，採用公式 (1)，在理論計算中不會有超過水文測驗計算精度的誤差，這就使我們可以繼續來討論對數公式 (1) 了。

應該指出，最先用對數曲綫表示流速分佈的是 В. 科斯特凱維奇 [25]，而首次對垂綫流速分佈的對數曲綫論述得最完善的是 С. И. 莫依先科 [26]。

不久以前 А. А. 特魯方諾夫又曾在理論上論證了垂綫流速分佈的對數曲綫 [27]。

1946 年王啓德 [28] 提出了下列的相當複雜的垂綫流速分佈公式，如用我們的符號 η 和 φ ，它可寫成：

$$\varphi = \frac{1}{k_0} \left[\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \eta}}{1 - \sqrt{1 - \eta}} - 2 \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{1 - \eta} - \frac{1}{\sqrt{2a}} \ln \frac{1 - \eta + \sqrt{2a(1 - \eta)} + a}{1 - \eta - \sqrt{2a(1 - \eta)} + a} + \sqrt{\frac{2}{a}} \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{2a(1 - \eta)}}{a - (1 - \eta)} \right] \dots \dots \dots (11)$$

式中 $k_0=0.4$,

$$a=\sqrt{2.33}=1.53。$$

根据公式 (1) 和王啓德公式的相对水深的函数 $\varphi(\eta)$ 的圖解的比較, 沒有發現嚴重的分歧, 这可由王啓德論文〔28〕中的附圖看出。

至於經驗公式 (7) 和 (8), 当 $m=7$ (圖 3) 時, 可以看出, 在無因次坐标上各曲綫之間有很大的差別。

(7) 式可以導成:

$$\frac{u}{u_B} = \left(1 + \frac{1}{m}\right) \eta^{1/m} \dots\dots\dots (12)$$

式中 u_B ——垂綫平均流速。

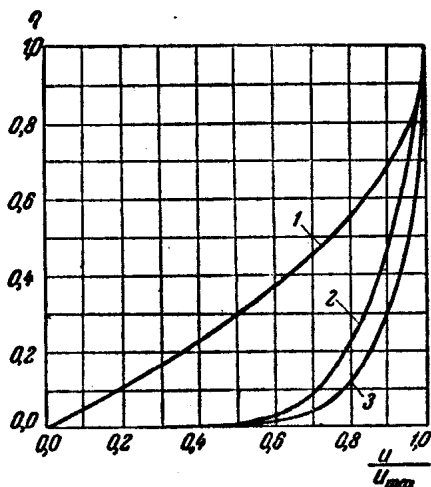


圖3. 無因次的垂綫流速分佈曲綫 (按經驗公式)

$$1 - \frac{u}{u_{max}} = 2\eta - \eta^2; \quad 2 - \frac{u}{u_{max}} = \eta^{\frac{1}{2}};$$

$$3 - \frac{u}{u_{max}} = (2\eta - \eta^2)^{\frac{1}{2}}.$$

(8) 式可以導成:

$$\frac{u}{u_B} = \left(1 + \frac{1}{m}\right) (2\eta - \eta^2)^{1/m} \dots\dots\dots (13)$$

推求流速等於垂綫平均流速時的 η_B 的条件，按公式 (12) 为：

$$\left(1 + \frac{1}{m}\right) \eta_B^{1/m} = 1$$

由此

$$\eta_B = \left(\frac{m}{1+m}\right)^m \dots\dots\dots (14)$$

由公式(13)得

$$\left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(2\eta_B - \eta_B^2\right)^{1/m} = 1$$

由此

$$\eta_3 = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m}{1+m}\right)^m} \dots\dots\dots (15)$$

因为 η 值按它本身的意义不可能大於 1，所以在根号前取負号。当 $m=7$ 时，由公式 (14) 可得出 $\eta_B=0.40$ ，即垂綫平均流速位於距河底 $0.4h$ 的點上，或是位於距水面 $0.6h$ 的點上，这与河流水文測驗資料是很符合的。当同一 m 值時，由公式 (15) 可得出 $\eta_3=0.225$ ，这不符合实际情况。根据以上对指數公式 (7) 和 (8) 所進行的分析可見，公式 (7) 無疑是可以更好地表明河流中的垂綫流速分布的。

我們應該把經驗公式 (5) 与半經驗公式 (1) 加以比較。用公式 (6) 計算 ε ，然后按照下式計算 $\varphi_s(\eta)$ 值：

$$\varphi_s(\eta) = \ln \frac{1+\varepsilon}{\eta+\varepsilon} \dots\dots\dots (16)$$

這時应研究使按公式 (1) 和按公式 (5) 計算得的函數 $\varphi(\eta)$ 相差为最大時的情况，即：採用絕對糙性 $\Delta=0.06$ 米和 $h=1.0$ 米的情况。这种綫性因次的粗糙凸出高，根据 B.H. 岡查洛夫，約相当於下述特性的河床：“情况恶劣的卵石和礫石河床，有冲刷的不規則的土質河床” [29]。比較 $\varphi_1(\eta)$ 和 $\varphi_s(\eta)$ (圖 4)，可得出这样的結論，即：相对速缺 (垂綫上的) 几乎不隨河床糙性而变。因此，在原則上便可能構成不含粗糙系數的水文測驗公式 (第一次近似的)，但是这种公式必須含有水面比降和某种流速，例如，水面流速；当然这