第2章　设备修理常用资料

郭 凤 梧

第1节　一般资料

（一）字母与代号

1. 汉语拼音字母（表2-1-1）

表2-1-1　汉语拼音字母

大写	小写	名称 拼音	名称 汉字注音
A	a	a	阿
B	b	bê	玻 诶
C	c	cê	雌 诶
D	d	dê	得 诶
E	e	e	鹅
F	f	êf	诶 佛
G	g	gê	哥 诶
H	h	ha	哈
I	i	i	衣
J	j	jie	街
K	k	kê	科 诶
L	l	êl	诶 勒
M	m	êm	诶 摸
N	n	nê	讷 诶
O	o	o	喔
P	p	pê	坡 诶
Q	q	qiu	邱
R	r	ar	阿 儿
S	s	ês	诶 思
T	t	tê	特 诶
U	u	u	乌
V	v	vê	物 诶
W	w	wa	蛙
X	x	xi	希
Y	y	ya	呀
Z	z	zê	资 诶

注：1.字母的手写体依照拉丁字母的一般书写习惯。

2.名称栏内的汉字注音是按普通话的近似音，二字以上的要连续读。

3."V"只用来拼写外来语、少数民族语言和方言。

2. 拉丁字母（表2-1-2）

表2-1-2　拉丁字母

正体 大写	正体 小写	斜体 大写	斜体 小写	名称（汉语拼音注音）
A	a	*A*	*a*	a
B	b	*B*	*b*	bê
C	c	*C*	*c*	cê(kê)
D	d	*D*	*d*	dê
E	e	*E*	*e*	ê
F	f	*F*	*f*	êf
G	g	*G*	*g*	gê
H	h	*H*	*h*	ha
I	i	*I*	*i*	i
J	j	*J*	*j*	yot
K	k	*K*	*k*	ka
L	l	*L*	*l*	êl
M	m	*M*	*m*	êm
N	n	*N*	*n*	ên
O	o	*O*	*o*	o
P	p	*P*	*p*	pê
Q	q	*Q*	*q*	ku
R	r	*R*	*r*	êr
S	s	*S*	*s*	ês
T	t	*T*	*t*	tê
U	u	*U*	*u*	u
V	v	*V*	*v*	vê
X	x	*X*	*x*	iks
Y	y	*Y*	*y*	ipsilon
Z	z	*Z*	*z*	zêt

3. 希腊字母（表2-1-3）

表2-1-3 希腊字母（GB3101—86）

正体		斜体		名称
大写	小写	大写	小写	
Α	α	A	α	alpha
Β	β	B	β	beta
Γ	γ	Γ	γ	gamma
Δ	δ	Δ	δ	delta
Ε	ε, ϵ	E	ε, ϵ	epsilon
Ζ	ζ	Z	ζ	zeta
Η	η	H	η	eta
Θ	ϑ, θ	Θ	ϑ, θ	theta
Ι	ι	I	ι	iota
Κ	κ, ϰ	K	κ, $\varkappa$	kappa
Λ	λ	Λ	λ	lambda
Μ	μ	M	μ	mu
Ν	ν	N	ν	nu
Ξ	ξ	Ξ	ξ	xi
Ο	ο	O	o	omicron
Π	π, ϖ	Π	π, ϖ	pi
Ρ	ρ	P	ρ	rho
Σ	σ	Σ	σ	sigma
Τ	τ	T	τ	tau
Υ	υ	Υ	υ	upsilon
Φ	φ, ϕ	Φ	φ, ϕ	phi
Χ	χ	X	χ	chi
Ψ	ψ	Ψ	ψ	psi
Ω	ω	Ω	ω	omega

4. 俄文字母（表2-1-4）

表2-1-4 俄文字母

大写	小写	汉语拼音	大写	小写	汉语拼音	大写	小写	汉语拼音
А	а	a	К	к	ka	Х	х	ha
Б	б	be	Л	л	êl	Ц	ц	cê
В	в	ve	М	м	êm	Ч	ч	che
Г	г	ge	Н	н	ên	Ш	ш	sha
Д	д	de	О	о	o	Щ	щ	xia
Е	е	ye	П	п	pe	Ъ	ъ	（硬音符）
Ё	ё	yo	Р	р	êr	Ы	ы	eyi
Ж	ж	re	С	с	ês	Ь	ь	（软音符）
З	з	ze	Т	т	te	Э	э	ê
И	и	yi	У	у	wu	Ю	ю	you
Й	й	yi	Ф	ф	êf	Я	я	ya

5. 罗马数字（表2-1-5）

表2-1-5 罗马数字

罗马数字		阿拉伯数字	罗马数字		阿拉伯数字
Ⅰ	i	1	XL	xl	40
Ⅱ	ii	2	L	l	50
Ⅲ	iii	3	LX		60
Ⅳ	iv	4	XC		90
Ⅴ	v	5	C		100
Ⅵ	vi	6	CD		400
Ⅶ	vii	7	D		500
Ⅷ	viii	8	DC		600
Ⅸ	ix	9	CM		900
Ⅹ	x	10	M		1000
Ⅺ	xi	11	$\overline{X}$		10000
XX	xx	20	$\overline{M}$		1000000

注：罗马数字有七种基本符号：Ⅰ—1，Ⅴ—5，Ⅹ—10，L—50，C—100，D—500，M—1000。两种符号并列时，小数放在大数的左边，表示大数对小数之差；小数放在大数的右边，则表示小数、大数之和。在符号上面加一短横线，表示这个符号代表的数目增值1000倍。

6. 化学元素符号（表2-1-6）

表2-1-6 化学元素符号（GB3102.8—86）

符号	名称	原子序数	符号	名称	原子序数
Ac	锕actinium	89	Es	锿einsteinium	99
Ag	银silver	47	Eu	铕europium	63
Al	铝aluminium	13	F	氟fluorine	9
Am	镅americium	95	Fe	铁iron	26
Ar	氩argon	18	Fm	镄fermium	100
As	砷arsenic	33	Fr	钫francium	87
At	砹astatine	85	Ga	镓gallium	31
Au	金gold	79	Gd	钆gadolinium	64
B	硼boron	5	Ge	锗germanium	32
Ba	钡barium	56	H	氢hydrogen	1
Be	铍beryllium	4	He	氦helium	2
Bi	铋bismuth	83	Hf	铪hafnium	72
Bk	锫berkelium	97	Hg	汞mercury	80
Br	溴bromine	35	Ho	钬holmium	67
C	碳carbon	6	I	碘iodine	53
Ca	钙calcium	20	In	铟indium	49
Cd	镉cadmium	48	Ir	铱iridium	77
Ce	铈cerium	58	K	钾potassium,（kalium）	19
Cf	锎californium	98	Kr	氪krypton	36
Cl	氯chlorine	17	La	镧lanthanum	57
Cm	锔curium	96	Li	锂lithium	3
Co	钴cobalt	27	Lr	铹lawrencium	103
Cr	铬chromium	24	Lu	镥lutetium	71
Cs	铯caesium	55	Md	钔mendelevium	101
Cu	铜copper	29	Mg	镁magnesium	12
Dy	镝dysprosium	66	Mn	锰manganese	25
Er	铒erbium	68	Mo	钼molybdenum	42

（续）

符号	名　　称	原子序数	符号	名　　称	原子序数
N	氮nitrogen	7	S	硫sulfur	16
Na	钠sodium, (natrium)	11	Sb	锑antimony, (stibium)	51
Nb	铌niobium	41	Sc	钪scandium	21
Nd	钕neodymium	60	Se	硒selenium	34
Ne	氖neon	10	Si	硅silicon	14
Ni	镍nickel	28	Sm	钐samarium	62
No	锘nobelium	102	Sn	锡tin	50
Np	镎neptunium	93	Sr	锶strontium	38
O	氧oxygen	8	Ta	钽tantalum	73
Os	锇osmium	76	Tb	铽terbium	65
P	磷phosphorus	15	Tc	锝technetium	43
Pa	镤protactinium	91	Te	碲tellurium	52
Pb	铅lead	82	Th	钍thorium	90
Pd	钯palladium	46	Ti	钛titanium	22
Pm	钷promethium	61	Tl	铊thallium	81
Po	钋polonium	84	Tm	铥thulium	69
Pr	镨praseodymium	59	U	铀uranium	92
Pt	铂platinum	78	V	钒vanadium	23
Pu	钚plutonium	94	W	钨tungsten, (wolfram)	74
Ra	镭radium	88	Xe	氙xenon	54
Rb	铷rubidium	37	Y	钇yttrium	39
Re	铼rhenium	75	Yb	镱ytterbium	70
Rh	铑rhodium	45	Zn	锌zinc	30
Rn	氡radon	86	Zr	锆zirconium	40
Ru	钌ruthenium	44			

7. 国家、部（局）标准代号（表2-1-7）

表2-1-7　国家、部（局）标准代号

名　称	标准代号	名　称	标准代号	名　称	标准代号	名　称	标准代号
国家标准	GB	农业机械	NJ、NJJ	交通部	JT	教育部	JJY(JY)
国家内部标准	GBn	工程机械	GJ	邮电部	YD	文化部	WH
国家标准(建筑)	GBJ	兵器工业	WJ	水力电力部	SD	中央广播电视部	GY
机电工业部		核工业部	EJ	纺织工业部	FJ	国家建材局	JC
机电	JB、JZ	航空工业部	HB	轻工业部	QB、SG、ZBG	国家计量局	JJG
重机	Q/ZB、ZJ	电子工业部	SJ	农牧渔业部	NY、NK、SC	国家物资局	WB
金属切削机床	GC	煤炭工业部	MT	城乡环境保护部	JZ、JG	国家海洋局	HY
量具	GL	石油工业部	SY	中国造船总公司	CB	国家测绘总局	CH
刃具	GR	冶金工业部	YB	对外经济贸易部	WM	中国民用航空局	MH
汽车、轴承	汽	化学工业部	HG	粮食部	LS	中央气象局	QX
砂轮、磨料	GS	航天工业部	QJ	商业部	SB	中国科学院	KY
锻压机械	GD	林业部	LY	公安部	GN	全国供销合作总社	GH
电工	电(D)、Q/D	地质矿产部	DZ	卫生部	WS	中央手工业管理局	SC
仪器、仪表	Y、ZBY	铁道部	TB	劳动人事部	LD		

注：在代号后加“/Z”为指导性技术文件，如“YB/Z”为冶金部指导性技术文件。

8. 国际标准化组织和其他国家标准代号（表2-1-8）

表2-1-8　国际标准化组织和其他国家标准代号

代号或标准代号	国家或机构
ABCA	美、英、加、澳联合标准
AICMA	国际宇航设备制造商协会
CIMAC	国际内燃机委员会
ICS	国际造船联合会
IEC	国际电工委员会标准建议
IIW	国际焊接学会
ISO	国际标准化组织
СТ СЭВ	经互会
GB	中国国家标准
БДС	保加利亚国家标准
ГОСТ	苏联国家标准
AS	澳大利亚标准
ANSI	美国国家标准协会
ABS	美国船舶局
AGMA	美国齿轮制造商协会
AIA	美国飞机工业协会
AISE	美国钢铁工程师协会
ASME	美国机械工程师协会
ASQC	美国质量管理协会
AWS	美国焊接协会
DEMA	美国柴油机制造商协会
DOD	美国国防部
NBS	美国国家标准局
NMTBA	美国机床制造商协会
NAS	美国宇航标准
BS	英国标准
BISRA	英国钢铁研究协会
BSRA	英国船舶研究协会
CIMAC	英国内燃机制造商协会
DEF	英国国防部
DTD	英国技术发展管理局
GEC	通用电气公司
ICE	土木工程师学会
IEE	电气工程师学会
LRS	劳埃德船级协会
SBAC	英国宇宙空间公司协会
CSA	加拿大标准协会
ČSN	捷克斯洛伐克国家标准
DGN	墨西哥标准
DIN	联邦德国工业标准
BRS	船舶建造工程规范
MBL	国防军航空装备试验所
VDA	汽车工业协会
VDE	联邦德国电工协会
VDEh	联邦德国钢铁工程师协会
VDI	联邦德国工程师协会
VG	联邦德国防御装备标准
WL	联邦德国航空材料规格标准
DS	丹麦标准
IRAM	阿根廷标准
IS	印度标准
JIS	日本工业标准
FIJ	日本紧固件协会
JABIA	日本汽车车体工业协会
JIMS	日本工业机械制造商协会
JSDS	日本造船学会
MAS	机床制造商协会
MESJ	日本船用发动机协会
NDS	日本防卫厅
JUS	南斯拉夫标准
MSZ	匈牙利标准
NB	巴西标准
NBN	比利时标准
NEN	荷兰标准
NF	法国标准
AIR	法国航空设备技术管理处
BNA	法国汽车标准局
BNN	法国国家标准局
BV	法国船舶登记局
NI	印度尼西亚标准
NS	挪威标准
ÖNORM	奥地利标准
PN	波兰标准
PS	巴基斯坦标准
SFS	芬兰标准
SIS	瑞典标准
STAS	罗马尼亚标准
TGL	民主德国国家标准
UNE	西班牙标准
UNI	意大利标准
VSM	瑞士机械工业协会标准

（二）常用数学

1. 优先数和优先数系（表2-1-9）

表2-1-9　优先数和优先数系（GB321—80，代替GB321—64）

R5	R10	R20	R40	R5	R10	R20	R40
1.00	1.00	1.00	1.00	2.50	3.15	3.15	3.15
			1.06				3.35
		1.12	1.12			3.35	3.55
			1.18				3.75
	1.25	1.25	1.25	4.00	4.00	4.00	4.00
			1.32				4.25
		1.40	1.40			4.50	4.50
			1.50				4.75
1.60	1.60	1.60	1.60		5.00	5.00	5.00
			1.70				5.30
		1.80	1.80			5.60	5.60
			1.90				6.00
	2.00	2.00	2.00	6.30	6.30	6.30	6.30
			2.12				6.70
		2.24	2.24			7.10	7.10
			2.36				7.50
2.50	2.50	2.50	2.50		8.00	8.00	8.00
			2.65				8.50
		2.80	2.80			9.00	9.00
			3.00				9.50
				10.00	10.00	10.00	10.00

注：大于10和小于 1 的优先数，可用10的整数幂（如 10、100、1000、…或 0.1、0.01、0.001、…）乘以表中的优先数求得。

2. 常用数学常数（表2-1-10）

表2-1-10　常用数学常数

常　数	n	$\lg n$	常　数	n	$\lg n$	常　数	n	$\lg n$
π	3.141593	0.49715	5π	15.707963	1.196120	$\frac{\pi}{6}$	0.523599	$\bar{1}.71900$
2π	6.283185	0.79818	$\frac{\pi}{2}$	1.570796	0.19612	$\frac{\pi}{180}$	0.017453	$\bar{2}.24188$
3π	9.424778	0.97427	$\frac{\pi}{3}$	1.047198	0.02003	$\frac{\pi}{10800}$	0.000291	$\bar{4}.46373$
4π	12.566371	1.09921	$\frac{\pi}{4}$	0.785398	$\bar{1}.89509$	$\frac{\pi}{648000}$	0.000005	$\bar{6}.68557$

（续）

常　数	n	$\lg n$	常　数	n	$\lg n$	常　数	n	$\lg n$
π^2	9.869604	0.99430	g^2	96.2361	1.98334	$\sqrt{\frac{1}{2\pi}}$	0.398942	$\bar{1}.60091$
π^3	31.006277	1.491450	$\sqrt{g}$	3.13209	0.49583	$\sqrt{\frac{2}{\pi}}$	0.797885	$\bar{1}.90194$
$\sqrt{\pi}$	1.772454	0.24857	$\sqrt{2g}$	4.42945	0.64635	$\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$	0.682784	$\bar{1}.83428$
$\sqrt{2\pi}$	2.506628	0.39909	$\frac{1}{\pi}$	0.318310	$\bar{1}.50285$	$\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$	0.620350	$\bar{1}.79264$
$\sqrt{\frac{\pi}{2}}$	1.253314	0.09806	$\frac{1}{2\pi}$	0.159155	$\bar{1}.20182$	$\frac{1}{e}$	0.367873	$\bar{1}.56571$
$\sqrt[3]{\pi}$	1.464592	0.16572	$\frac{1}{3\pi}$	0.106103	$\bar{1}.02573$	$\frac{1}{e^2}$	0.135335	$\bar{1}.13141$
$\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}}$	1.611992	0.20736	$\frac{1}{4\pi}$	0.079577	$\bar{2}.90079$	$\sqrt{\frac{1}{e}}$	0.606531	$\bar{1}.78285$
e	2.718282	0.43429	$\frac{2}{\pi}$	0.636620	$\bar{1}.80388$	$\sqrt[3]{\frac{1}{e}}$	0.716531	$\bar{1}.85524$
e^2	7.389056	0.86859	$\frac{3}{\pi}$	0.954930	$\bar{1}.97997$	$e^{-\pi/2}$	0.207880	$\bar{1}.31781$
$\sqrt{e}$	1.648721	0.21715	$\frac{4}{\pi}$	1.273240	0.10491	$e^{-\pi}$	0.043214	$\bar{2}.63562$
$\sqrt[3]{e}$	1.395612	0.14476	$\frac{6}{\pi}$	1.909859	0.28100	$e^{-2\pi}$	0.001867	$\bar{3}.27125$
$e^{\frac{\pi}{2}}$	4.810477	0.68219	$\frac{180}{\pi}$	57.295780	1.75812	$\ln\pi$	1.144730	0.05870
e^{π}	23.140693	1.36438	$\frac{10800}{\pi}$	3437.7468	3.53627	$\ln 10$	2.302585	0.36222
$e^{2\pi}$	535.491656	2.72875	$\frac{648000}{\pi}$	206264.81	5.31443	$\frac{1}{g}$	0.10194	$\bar{1}.00833$
C①	0.577216	$\bar{1}.76134$	$\frac{1}{\pi^2}$	0.101321	$\bar{1}.00570$	$\frac{1}{2g}$	0.050968	$\bar{2}.70730$
$\lg e$	0.434294	$\bar{1}.63778$	$\frac{1}{\pi^3}$	0.032252	$\bar{2}.508650$	$\pi\sqrt{g}$	9.83976	0.99298
g	9.81	0.99167	$\sqrt{\frac{1}{\pi}}$	0.564190	$\bar{1}.75143$	$\pi\sqrt{2g}$	13.91552	1.14350

① C—欧拉常数。

3．常用数学符号（表2-1-11）

表2-1-11　常用数学符号（GB3102.11—86，代替GB3102.11—82）

符号，应用	意　义　或　读　法	符号，应用	意　义　或　读　法
$\overline{AB}$，AB	〔直〕线段AB	π	圆周率
$\angle$	〔平面〕角	$\triangle$	三角形
(°)	度	$\square$	平行四边形
(′)	〔角〕分	$\odot$	圆
(″)	〔角〕秒	$\perp$	垂直
$\overset{\frown}{AB}$	弧AB	$/\!/$，$\parallel$	平行

（续）

符号，应用	意义或读法
$\backsim$	相似
$\cong$	全等
$\because$	因为
$\therefore$	所以
$a=b$	a 等于 b
$a\neq b$	a 不等于 b
$a\overset{\mathrm{def}}{=\!=}b$	按定义 a 等于 b 或 a 以 b 为定义
$a\triangleq b$	a 相当于 b
$a\approx b$	a 约等于 b
$a\propto b$	a 与 b 成正比
$a:b$	a 比 b
$a<b$	a 小于 b
$a>b$	a 大于 b
$a\leqslant b$	a 小于或等于 b
$a\geqslant b$	a 大于或等于 b
$a\ll b$	a 远小于 b
$a\gg b$	a 远大于 b
∞	无穷〔大〕或无限〔大〕
%	百分比
( )	圆括号
[ ]	方括号
{ }	花括号
$\pm$	正或负
$\mp$	负或正
max	最大
min	最小
$a+b$	a 加 b
$a-b$	a 减 b
ab，$a\cdot b$，$a\times b$	a 乘以 b
$\frac{a}{b}$，a/b，ab^{-1}	a 除以 b 或 a 被 b 除
$\sum\limits_{i=1}^{n}a_i$	$a_1+a_2+\cdots+a_n$

符号，应用	意义或读法
$\prod\limits_{i=1}^{n}a_i$	$a_1\cdot a_2\cdots a_n$
a^p	a 的 p 次方或 a 的 p 次幂
$a^{1/2}$　$a^{\frac{1}{2}}$ $\sqrt{a}$，$\surd a$	a 的 $\frac{1}{2}$ 次方，a 的平方根
$a^{1/n}$，$a^{\frac{1}{n}}$ $\sqrt[n]{a}$，$\sqrt[n]{\ }a$	a 的 $\frac{1}{n}$ 次方，a 的 n 次方根
$\lvert a\rvert$	a 的绝对值，a 的模
$\operatorname{sgn}a$	a 的符号函数
$\bar{a}$，(a)	a 的平均值
$n!$	n 的阶乘
$\binom{n}{p}$，C_n^p	二项式系数
$\operatorname{ent}a$，$E(a)$	小于或等于 a 的最大整数
f	函数 f
$f(x)$ $f(x,y,\cdots)$	函数 f 分别在 x 或在 $(x,y,\cdots)$ 的值
$f(x)\Big\vert_a^b$， $[f(x)]_a^b$	$f(b)-f(a)$
$g\circ f$	f 与 g 的合成函数或复合函数
$x\to a$	x 趋于 a
$\lim\limits_{x\to a}f(x)$ $\lim_{x\to a}f(x)$	x 趋于 a 时 $f(x)$ 的极限
$\overline{\lim}$	上极限
$\underline{\lim}$	下极限

（续）

符号，表达式	意义或读法	符号，表达式	意义或读法
$\simeq$	渐近等于	$\sec x$	x 的正割，$\frac{1}{\cos x}$
Δx	x 的〔有限〕增量	$\csc x$ $(\mathrm{cosec}\, x)$	x 的余割，$\frac{1}{\sin x}$
$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ $\mathrm{d}f/\mathrm{d}x$ f' $\mathrm{D}f$	单变量函数 f 的导〔函〕数或微商	$\sin^m x$	$\sin x$ 的 m 次方
		$\arcsin x$	x 的反正弦
		$\arccos x$	x 的反余弦
$\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)_{x=a}$ $(\mathrm{d}f/\mathrm{d}x)_{x=a}$ $f'(a)$ $\mathrm{D}f(a)$	函数 f 的导〔函〕数在 a 的值	$\mathrm{arctg}\, x\ (\arctan x)$	x 的反正切
		$\mathrm{arcctg}\, x\ (\mathrm{arccot}\, x)$	x 的反余切
		$\mathrm{arcsec}\, x$	x 的反正割
		$\mathrm{arccosec}\, x\ (\mathrm{arccsc}\, x)$	x 的反余割
$\frac{\mathrm{d}^n f}{\mathrm{d}x^n}$ $\mathrm{d}^n f/\mathrm{d}x^n$ $f^{(n)}$ $\mathrm{D}^n f$	单变量函数 f 的 n 阶导函数	$\mathrm{sh}\, x\ (\sinh x)$	x 的双曲正弦
		$\mathrm{ch}\, x\ (\cosh x)$	x 的双曲余弦
		$\mathrm{th}\, x\ (\tanh x)$	x 的双曲正切
		$\mathrm{cth}\, x\ (\coth x)$	x 的双曲余切
$\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f/\partial x$ $\partial_x f$	多变量 x，y，… 的函数 f 对于 x 的偏微商或偏导数	$\mathrm{sech}\, x$	x 的双曲正割
		$\mathrm{csch}\, x\ (\mathrm{cosech}\, x)$	x 的双曲余割
$\mathrm{d}f$	函数 f 的全微分	$\mathrm{arsh}\, x\ (\mathrm{arsinh}\, x)$	x 的反双曲正弦
δf	f 的（无穷小）变差	$\mathrm{arch}\, x\ (\mathrm{arcosh}\, x)$	x 的反双曲余弦
$\int f(x)\mathrm{d}x$	函数 f 的不定积分	$\mathrm{arth}\, x\ (\mathrm{artanh}\, x)$	x 的反双曲正切
		$\mathrm{arcth}\, x\ (\mathrm{arcoth}\, x)$	x 的反双曲余切
$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$	函数 f 由 a 至 b 的定积分	$\mathrm{arsech}\, x$	x 的反双曲正割
		$\mathrm{arcsch}\, x\ (\mathrm{arcosech}\, x)$	x 的反双曲余割
		i，j	虚数单位，$\mathrm{i}^2=-1$
e	自然对数的底	$\boldsymbol{a}$，$\vec{a}$	矢量或向量 $\boldsymbol{a}$
e^x，$\exp x$	x 的指数函数（以 e 为底）	a，$\lvert\boldsymbol{a}\rvert$	矢量 $\boldsymbol{a}$ 的模或长度
$\log_a x$	以 a 为底的 x 的对数	e_a	$\boldsymbol{a}$ 方向的单位矢量
$\ln x$，$\log_e x$	x 的自然对数	e_x，e_y，e_z $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ e_i	在笛卡儿坐标轴方向的单位矢量
$\lg x$，$\log_{10} x$	x 的常用对数		
$\mathrm{lb}\, x$，$\log_2 x$	x 的以 2 为底的对数		
$\sin x$	x 的正弦	a_x，a_y，a_z a_i	矢量 $\boldsymbol{a}$ 的笛卡儿分量
$\cos x$	x 的余弦		
$\mathrm{tg}\, x\ (\tan x)$	x 的正切	$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的标量积或数量积
$\mathrm{ctg}\, x\ (\cot x)$	x 的余切	$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的矢量积或向量积

注：1.反三角函数中不采用 $\sin^{-1}x$，$\cos^{-1}x$ 等符号，因为可能被误解为 $(\sin x)^{-1}$，$(\cos x)^{-1}$ 等，

2.反双曲函数中不采用 $\sinh^{-1}x$，$\cosh^{-1}x$ 等符号，因为可能被误解为 $(\sinh x)^{-1}$，$(\cosh x)^{-1}$ 等。

4．常用数学公式

（1）代数

1）比例

① 比例式

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad 或 \quad a:b=c:d$$

② 反比 $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$（内外项互换）

③ 更比 $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$（两内项互换）

或 $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$（两外项互换）

④ 合比 $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

或 $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$

⑤ 分比 $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

或 $\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$

⑥ 合分比 $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

⑦ 等比 $\frac{a}{b}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$

2）乘法公式与因式分解公式　下列公式由左到右为乘法公式，由右到左为因式分解公式。

① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

② $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

③ $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

④ $(a+b+c)^2$
$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

⑤ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

⑥ $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$

⑦ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)=a^4-b^4$

⑧ $(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$
$=a^n-b^n$（n 为正整数）

⑨ $(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}$
$-b^{n-1})=a^n-b^n$（n 为正偶数）

⑩ $(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+\cdots-ab^{n-2}$
$+b^{n-1})=a^n+b^n$（n 为正奇数）

⑪ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
$=a^3+b^3+c^3-3abc$

3）乘方和方根

① $(abc\cdots\cdots)^n=a^nb^nc^n\cdots\cdots$

② $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

③ $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，　$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

④ $(a^m)^n=a^{mn}$

⑤ $\sqrt[n]{a^n}=(\sqrt[n]{a})^n=a$　　（$a\geqslant 0$）

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$　　（$a\geqslant 0$）

⑦ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$　　（$a\geqslant 0$）

⑧ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$　　（$a\geqslant 0$）

⑨ $\sqrt[n]{a\cdot b}=\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$　　（$a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$）

⑩ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$　　（$a\geqslant 0$，$b>0$）

⑪ $\frac{1}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}\mp\sqrt{b}}{a-b}$

⑫ $\frac{1}{\sqrt[3]{a}\pm\sqrt[3]{b}}=\frac{\sqrt[3]{a^2}\mp\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a\pm b}$

4）对数　若 $a^x=N$（$a>0$，$a\neq 1$），则 x 叫做 N 的以 a 为底的对数，记做 $x=\log_a N$。

当 $a=10$ 时，叫做常用对数，$\log_{10}N$ 简记作 $\lg N$。

当 $a=e$ 时，叫做自然对数，$\log_e N$ 简记作 $\ln N$。

① $\log_a a^x=x$　　② $a^{\log_a N}=N$

③ $\log_a a=1$　　④ $\log_a 1=0$

⑤ $\log_a(N_1\cdot N_2\cdots N_n)=\log_a N_1+\log_a N_2+\cdots$
$+\log_a N_n$

⑥ $\log_a\left(\frac{N_1}{N_2}\right)=\log_a N_1-\log_a N_2$

⑦ $\log_a N^p=p\log_a N$（p 为任意实数）

⑧ $\lg_a\sqrt[n]{N}=\frac{1}{n}\lg_a N$

常用对数与自然对数的换算

$\ln N=\frac{\lg N}{\lg e}$

$\lg e\approx 0.4343$

$\lg N=0.4343\ln N$

$\ln N=2.3026\lg N$

5）阶乘

① $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdots\cdots n$

② $0!=1$

③ $(2n+1)!!=\frac{(2n+1)!}{2^n n!}$
$=1\cdot 3\cdot 5\cdots\cdots(2n+1)$

④ $(2n)!!=2^n n!=2\cdot 4\cdot 6\cdots\cdots(2n)$

⑤ $0!!=0$

⑥ $n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$（当 n 充分大时）

6）数列　依照某种规律排列的一列数 a_1，a_2，…，a_n，…叫做数列，一般简记作 $\{a_n\}$。a_n 叫做数列的通项。

① 等差数列

$a_1, a_1+d, a_1+2d, \cdots$　（公差为 d）

a．通项（第 n 项）　$a_n = a_1 + (n-1)d$

b．前 n 项和　$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$

$$= na_1 + \frac{n(n-1)}{2} d$$

c．等差中项　若 a，b，c 成等差数列，则

$$b = \frac{1}{2}(a + c)$$

② 等比数列

$a_1, a_1q, a_1q^2, \cdots$　（公比为 q）

a．通项　$a_n = a_1 q^{n-1}$

b．前 n 项和

$$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$$

c．等比中项　若 a，b，c 成等比数列，则

$$b = \pm\sqrt{ac}$$

d．无穷递减等比数列的和

$$S = \frac{a_1}{1-q}(|q| < 1)$$

③ 其他常用数列

a．$1 + 2 + \cdots + n = \frac{1}{2} n(n+1)$

b．$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2$

$= \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$

c．$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{1}{2} n(n+1)\right]^2$

d．$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$

e．$1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2$

$= \frac{1}{3} n(4n^2 - 1)$

f．$1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + (2n-1)^3$

$= n^2(2n^2 - 1)$

g．$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + n(n+1)$

$= \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$

h．$\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$

$= 1 - \frac{1}{n+1}$

7）排列、组合、二项式展开

① 排列

a．选排列　从 n 个不同元素中，选取 r（$<n$）个不同元素的排列总数为

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

b．全排列　n 个不同元素的全排列总数为

$$P_n = n!$$

② 组合　从 n 个不同元素中取 r（$\leqslant n$）个的组合数记作 C_n^r 或 $\binom{n}{r}$，容许重复的组合数记为 H_n^r

a．$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$

$$= \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots r}$$

b．$C_n^r = C_n^{n-r}$

c．$C_n^r = C_{n-1}^r + C_{n-1}^{r-1}$

d．$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n$

其中　$C_n^0 = 1$

e．$H_n^r = \frac{n(n+1)\cdots(n+r-1)}{r!}$

$= C_{n+r-1}^r$

③ 二项式展开

a．$(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^r a^{n-r} b^r + \cdots + C_n^n b^n$

b．$(1+x)^n = 1 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \cdots + C_n^r x^r + \cdots + C_n^n x^n$

这里 n 为正整数

c．二项式系数递推表

$(a+b)^1 = a + b$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

……………………

1　1

1　2　1

1　3　3　1

1　4　6　4　1

1　5　10　10　5　1

……………………

8）方程的解

① $ax^2+bx+c=0$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

② $x^3+ax^2+bx+c=0 \quad (a\neq 0)$

令 $x=y-a/3$，则上式化为不含两次项且首项系数为1的情形：

$$y^3+py+q=0$$

则

$$y_1=\sqrt[3]{-A+\sqrt{A^2+B^3}}+\sqrt[3]{-A-\sqrt{A^2+B^3}}$$
$$y_2=\omega_1\sqrt[3]{-A+\sqrt{A^2+B^3}}+\omega_2\sqrt[3]{-A-\sqrt{A^2+B^3}}$$
$$y_3=\omega_2\sqrt[3]{-A+\sqrt{A^2+B^3}}+\omega_1\sqrt[3]{-A-\sqrt{A^2+B^3}}$$

式中 $A=\frac{q}{2}=\frac{a^3}{27}-\frac{ab}{6}+\frac{c}{2}$

$$B=\frac{p}{3}=\frac{b}{3}-\frac{a^2}{9}$$

$$\omega_1=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2},\quad \omega_2=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$$

$$x_1=y_1-\frac{a}{3};\quad x_2=y_2-\frac{a}{3};\quad x_3=y_3-\frac{a}{3}$$

③ $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ 的四个根与下面两个方程的四个根完全相同

$$x^2+(a\pm\sqrt{8y+a^2-4b})\frac{x}{2}+\left(y\pm\frac{ay-c}{\sqrt{8y+a^2-4b}}\right)=0$$

式中 y 是下列三次方程的任一实根。

$$8y^3-4by^2+(2ac-8d)y+d(4b-a^2)-c^2=0$$

④ 四次以上的代数方程没有一般的代数解法

9）一次方程组的解

① 二元线性方程组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta},\quad y=\frac{\Delta_y}{\Delta},\quad (\Delta\neq 0)$$

式中 $\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}=c_1b_2-c_2b_1$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}=a_1c_2-a_2c_1$$

② 三元线性方程组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$$

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta},\quad y=\frac{\Delta_y}{\Delta},\quad z=\frac{\Delta_z}{\Delta},\quad (\Delta\neq 0)$$

式中 $\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

$$=a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_1b_3c_2-a_2b_1c_3-a_3b_2c_1$$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$=d_1b_2c_3+d_2b_3c_1+d_3b_1c_2-d_1b_3c_2-d_2b_1c_3-d_3b_2c_1$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$=a_1d_2c_3+a_2d_3c_1+a_3d_1c_2-a_1d_3c_2-a_2d_1c_3-a_3d_2c_1$$

$$\Delta_z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

$$=a_1b_2d_3+a_2b_3d_1+a_3b_1d_2-a_1b_3d_2-a_2b_1d_3-a_3b_2d_1$$

当 $d_1=d_2=d_3=0$ 时

$\Delta\neq 0$，方程组只有零解；

$\Delta=0$，方程组有无穷多组解。

③ 三元齐次线性方程组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \end{cases}$$

$$\frac{x}{b_1c_2-b_2c_1}=\frac{y}{a_2c_1-a_1c_2}=\frac{z}{a_1b_2-a_2b_1}=t,\quad t \text{ 为任意常数}$$

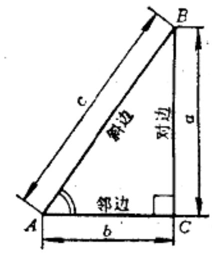
（2）三角

1）锐角三角函数（表 2-1-12）

2）任意角三角函数

① 任意角三角函数定义（图 2-1-1）

表2-1-12 三角函数的定义和公式

名称	记号	定义	公式	图示
正弦	sin	锐角的对边和斜边之比	$\sin A=\frac{a}{c}$	
余弦	cos	锐角的邻边和斜边之比	$\cos A=\frac{b}{c}$	
正切	tg(tan)	锐角的对边和邻边之比	$\mathrm{tg}\,A=\frac{a}{b}$	
余切	ctg(cot)	锐角的邻边和对边之比	$\mathrm{ctg}\,A=\frac{b}{a}$	
正割	sec	锐角的斜边和邻边之比	$\sec A=\frac{c}{b}$	
余割	csc(cosec)	锐角的斜边和对边之比	$\csc A=\frac{c}{a}$	

$$\sin\alpha=\frac{y}{r}\qquad \cos\alpha=\frac{x}{r}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{y}{x}\qquad \mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{x}{y}$$

$$\sec\alpha=\frac{r}{x}\qquad \csc\alpha=\frac{r}{y}$$

其中x，y为点$P(x, y)$的坐标，可正可负，r为OP的长度，恒为正值。

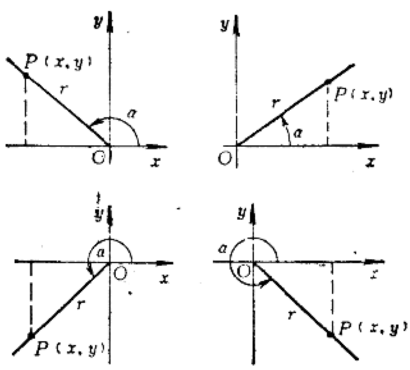


图2-1-1 任意角的三角函数定义

② 特殊角的三角函数值（表 2-1-13）

3）同角的三角函数

① 基本恒等式

$$\sin\alpha\csc\alpha=1$$

$$\cos\alpha\sec\alpha=1$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\alpha=1$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

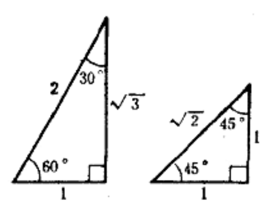
$$\csc^2\alpha-\mathrm{ctg}^2\alpha=1$$

$$\sec^2\alpha-\mathrm{tg}^2\alpha=1$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\mathrm{ctg}\,\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

表2-1-13 特殊角的三角函数值

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
ctg	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞
sec	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	−1	∞	1
csc	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	∞	−1	∞
图示								

② 用同角某三角函数表示其他三角函数（表2-1-14）

4）用α的三角函数表示$\left(n\cdot\frac{\pi}{2}\pm\alpha\right)$的三角函数（表 2-1-15）

5）三角恒等式

① 和（差）角公式

a. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

b. $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

c. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

d. $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

e. $\mathrm{tg}(\alpha+\beta)$
$=(\mathrm{tg}\,\alpha+\mathrm{tg}\,\beta)/(1-\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\beta)$

f. $\mathrm{tg}(\alpha-\beta)$
$=(\mathrm{tg}\,\alpha-\mathrm{tg}\,\beta)/(1+\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\beta)$

② 倍角公式

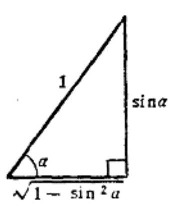
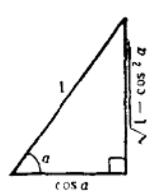
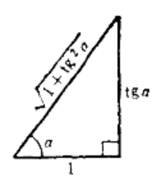
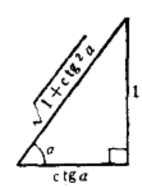
a. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

b. $\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

c. $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$
$=1-2\sin^2\alpha$
$=2\cos^2\alpha-1$

d. $\cos 3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

表2-1-14 用同角某三角函数表示其他三角函数

	用 $\sin\alpha$ 表示	用 $\cos\alpha$ 表示	用 $\mathrm{tg}\,\alpha$ 表示	用 $\mathrm{ctg}\,\alpha$ 表示
$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$	$\pm\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}}$
$\cos\alpha$	$\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$	$\cos\alpha$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$	$\pm\frac{\mathrm{ctg}\,\alpha}{\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}}$
$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\pm\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\frac{1}{\mathrm{ctg}\,\alpha}$
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$	$\pm\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$	$\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$
图　示				

注：1.表中的α为任意角。
2."±"号依α所在象限而定。

表2-1-15 用α的三角函数表示$\left(n\frac{\pi}{2}\pm\alpha\right)$的三角函数公式

	$-\alpha$	$90°-\alpha$	$90°+\alpha$	$180°-\alpha$	$180°+\alpha$	$270°-\alpha$	$270°+\alpha$	$360°-\alpha$	$360°+\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$
tg	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$
ctg	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$
sec	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$	$-\csc\alpha$	$-\sec\alpha$	$-\sec\alpha$	$-\csc\alpha$	$\csc\alpha$	$\sec\alpha$	$\sec\alpha$
csc	$-\csc\alpha$	$\sec\alpha$	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$	$-\csc\alpha$	$-\sec\alpha$	$-\sec\alpha$	$-\csc\alpha$	$\csc\alpha$

e. $\mathrm{tg}\,2\alpha=\dfrac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$

f. $\mathrm{tg}\,3\alpha=\dfrac{3\,\mathrm{tg}\,\alpha-\mathrm{tg}^3\alpha}{1-3\,\mathrm{tg}^2\alpha}$

g. $\sin n\alpha=C_n^1\cos^{n-1}\alpha\sin\alpha-C_n^3\cos^{n-3}\alpha\sin^3\alpha+C_n^5\cos^{n-5}\alpha\sin^5\alpha-\cdots$

$$+\begin{cases}(-1)^{\frac{n-1}{2}}C_n^n\sin^n\alpha & (n\text{为奇})\\(-1)^{\frac{n-2}{2}}C_n^{n-1}\cos\alpha\sin^{n-1}\alpha & (n\text{为偶})\end{cases}$$

h. $\cos n\alpha=\cos^n\alpha-C_n^2\cos^{n-2}\alpha\sin^2\alpha+C_n^4\cos^{n-4}\alpha\sin^4\alpha-\cdots$

$$+\begin{cases}(-1)^{\frac{n-1}{2}}C_n^{n-1}\cos\alpha\sin^{n-1}\alpha & (n\text{为奇})\\(-1)^{\frac{n}{2}}C_n^n\sin^n\alpha & (n\text{为偶})\end{cases}$$

③ 半角公式

a. $\sin\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$

b. $\cos\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$

c. $\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$

依$\dfrac{\alpha}{2}$所在象限函数的符号来选择根号前的"±"号。

④ 用 $\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}$ 表示的公式

a. $\sin\alpha=2\,\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}\Big/\left(1+\mathrm{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}\right)$

b. $\cos\alpha=\left(1-\mathrm{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}\right)\Big/\left(1+\mathrm{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}\right)$

c. $\mathrm{tg}\,\alpha=2\,\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}\Big/\left(1-\mathrm{tg}^2\dfrac{\alpha}{2}\right)$

⑤ 和差化积公式

a. $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

b. $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

c. $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

d. $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

e. $\mathrm{ctg}\,\alpha\pm\mathrm{ctg}\,\beta=\pm\dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$

⑥ 积化和差公式

a. $2\cos\alpha\sin\beta=\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)$

b. $2\cos\alpha\cos\beta=\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)$

c. $2\sin\alpha\sin\beta=-\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)$

⑦ 其他常用三角公式

a. $\sin\alpha=2\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}$

b. $\cos\alpha=\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}-1=1-2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

c. $2\sin^2\alpha=1-\cos2\alpha$

$2\cos^2\alpha=1+\cos2\alpha$

d. $4\sin^3\alpha=3\sin\alpha-\sin3\alpha$

$4\cos^3\alpha=3\cos\alpha+\cos3\alpha$

e. $(1+\mathrm{tg}\,\alpha)/(1-\mathrm{tg}\,\alpha)=\mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)$

$(1-\mathrm{tg}\,\alpha)/(1+\mathrm{tg}\,\alpha)=\mathrm{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)$

f. $a\sin\omega t+b\cos\omega t=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\omega t+\varphi)\left(\varphi=\mathrm{arc\,tg}\dfrac{b}{a}\right)$

g. $\sin\alpha\pm\cos\alpha=\sqrt{2}\sin(\alpha\pm45^\circ)=\pm\sqrt{2}\cos(\alpha\mp45^\circ)$

6）反三角函数

① 反三角函数的定义、记号和主值区间（表2-1-16）

② 常用公式

a. $\sin(\arcsin x)=x$

$\cos(\arccos x)=x$

b. $\mathrm{tg}(\mathrm{arctg}\,x)=x$

$\mathrm{ctg}(\mathrm{arcctg}\,x)=x$

c. $\arcsin(\sin x)=x\quad\left(|x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\arccos(\cos x)=x\quad(0\leqslant x\leqslant\pi)$

d. $\mathrm{arctg}(\mathrm{tg}\,x)=x\quad\left(|x|<\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\mathrm{arcctg}(\mathrm{ctg}\,x)=x\quad(0<x<\pi)$

e. $\arcsin x+\arccos x=\dfrac{\pi}{2}$

表2-1-16 反三角函数的定义、记号和主值区间

名称	主值记号	定义	主值范围	多值记号
反正弦	arcsin	若 $\sin y=x$，且 $-\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2}$，则 $y=\arcsin x$	$-\frac{\pi}{2}\leqslant\arcsin x\leqslant\frac{\pi}{2}$	Arcsin
反余弦	arccos	若 $\cos y=x$，且 $0\leqslant y\leqslant\pi$，则 $y=\arccos x$	$0\leqslant\arccos x\leqslant\pi$	Arccos
反正切	arctg	若 $\operatorname{tg} y=x$，且 $-\frac{\pi}{2}<y<\frac{\pi}{2}$，则 $y=\operatorname{arctg} x$	$-\frac{\pi}{2}<\operatorname{arctg} x<\frac{\pi}{2}$	Arctg
反余切	arcctg	若 $\operatorname{ctg} y=x$，且 $0<y<\pi$，则 $y=\operatorname{arcctg} x$	$0<\operatorname{arcctg} x<\pi$	Arcctg

$$\operatorname{arctg} x+\operatorname{arcctg} x=\frac{\pi}{2}$$

f. $\arcsin x+\arcsin(-x)=0$

$\operatorname{arctg} x+\operatorname{arctg}(-x)=0$

g. $\arccos x+\arccos(-x)=\pi$

$\operatorname{arcctg} x+\operatorname{arcctg}(-x)=\pi$

h. $\arcsin x\pm\arcsin y$

$=\arcsin[x\sqrt{1-y^2}\pm y\sqrt{1-x^2}]$

i. $\arccos x\pm\arccos y$

$=\arccos[xy\mp\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}]$

j. $\operatorname{arctg} x\pm\operatorname{arctg} y=\operatorname{arctg}\left[\frac{x\pm y}{1\mp xy}\right]$

h，i，j 只有当 $x\pm y$，x，y 在主值范围之内时成立。

③ 主值求法　设反三角函数的主值为 α，则当 $\alpha\geqslant 0$ 时，它的反三角函数值可反查三角函数表。

当 $\alpha<0$ 时，可依公式 e、f 化为正值的反三角函数计算；例如，

$$\arcsin\left(-\frac{1}{5}\right)=-\arcsin\frac{1}{5}\approx-11°32'\approx-0.2013\ \text{rad}$$

又如

$$\arccos\left(-\frac{1}{5}\right)=180°-\arccos\frac{1}{5}=180°-78°28'=101°32'\approx1.7721\ \text{rad}$$

7）三角形的边角关系（表 2-1-17～2-1-19）

（3）几何

1）平面图形计算公式（表 2-1-20）

2）立体图形计算公式（表 2-1-21）

（4）解析几何（表 2-1-22）

表2-1-17 直角三角形的边角关系

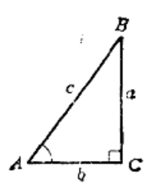
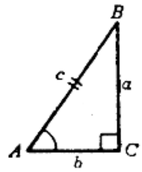
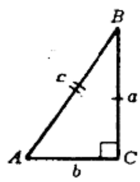
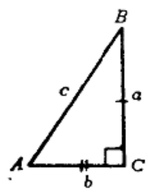
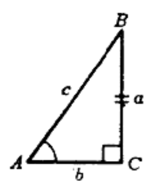
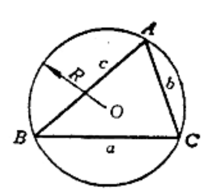
名称	公式	图示
边角关系	$a=c\sin A$，$a=b\operatorname{tg}A$ $b=c\cos A$，$b=a\operatorname{ctg}A$	
角的关系	$A+B=90°$，$C=90°$	
边的关系	$a^2+b^2=c^2$	

表2-1-18　直角三角形解法

问题类型	图示①	解题步骤
已知一锐角和斜边（A、c）求 a、b、B		（1）$B=90^\circ-A$ （2）$a=c\sin A$ （3）$b=c\cos A$　或　$b=\sqrt{c^2-a^2}$
已知斜边和一直角边（a、c）求 b、A、B		（1）由 $\sin A=\frac{a}{c}$　求 A （2）$B=90^\circ-A$ （3）$b=\sqrt{c^2-a^2}$　或　$b=c\cos A$
已知两直角边（a、b）求 c、A、B		（1）由 $\mathrm{tg}A=\frac{a}{b}$　求 A （2）$B=90^\circ-A$ （3）$c=\sqrt{a^2+b^2}$
已知一锐角和一直角边（A、a）求 b，c，B		（1）$B=90^\circ-A$ （2）$b=a\,\mathrm{ctg}A$ （3）$c=\frac{a}{\sin A}$　或　$c=\sqrt{a^2+b^2}$

①　图中的角（边）有附加标记的，表示该角（边）为已知。

表2-1-19　斜三角形的边角关系

名称	公式	图示
正弦定理	$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$　（R—外接圆半径）	
余弦定理	$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$	
正切定理	$\frac{a-b}{a+b}=\mathrm{tg}\frac{A-B}{2}\Big/\mathrm{tg}\frac{A+B}{2}$	
半角公式	$\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(S-b)(S-c)}{bc}}$　$\cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{S(S-a)}{bc}}$ $\mathrm{tg}\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(S-b)(S-c)}{S(S-a)}}$　$S=\frac{1}{2}(a+b+c)$	