

SOUTHEAST
UNIVERSITY PRESS

东南大学出版社

振动模态参数识别及其应用

VIBRATION MODAL
PARAMETER
IDENTIFICATION
WITH APPLICATIONS

林循泓 主编

振动模态参数识别 及其应用



东南大学出版社

(苏)新登字第 012 号

内 容 提 要

本书系作者在长期教学与科研实践的基础上编写成的。全书共分 11 章，论述模态分析理论、测试技术、参数识别方法及其在工程中的应用。

本书论述清楚，内容通俗易懂，适合力学、机械、航空航天、造船、土建等专业的大学本科及研究生作教材之用，也可供相关专业的科技工作者阅读参考。

责任编辑 张 克

振动模态参数识别及其应用

林循泓 潘得引 编
臧朝平 张 思

*

东南大学出版社出版发行

(南京四牌楼 2 号 邮编 210018)

江苏省新华书店经销 南京邮电学院印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 13.25 字数 331 千

1994 年 12 月第 1 版 1994 年 12 月第 1 次印刷

印数：1—1000 册

ISBN 7—81023—988—0/O · 87

定价：9.90 元

(凡因印装质量问题，可直接向承印厂调换)

出版说明

研究生教育是培养高层次专门人才的一条重要途径。通过研究生阶段的教学，应使研究生在本门学科上掌握坚实的基础理论和系统的专门知识，并具有从事科学研究工作或独立担负专门技术工作的能力。编辑出版能够体现学校研究生教育特色、有较高学术水平的研究生教材，是研究生教育的重要基础工作之一。

一本好的研究生教材，应当富有教育性、系统性、启迪性、学术性和新颖性。这即是说，研究生教材必须符合教学的基本规律，注意理论联系实际；必须系统阐明本门学科所必要的基础理论和专门知识，注意突出基本原理和基本内容；必须着眼于研究生能力的培养，注意启发他们的创造性思维；必须体现较高的学术水平，注意有足够的理论深度；必须充分反映国内外的最新研究动态，注意当代科学技术发展的前沿。所有这些，既是对研究生教材的要求，也是我们组织出版研究生教材所要遵循的原则。当然，使研究生教材能对本学科领域的科研和工程技术人员有较高的参考价值，也是我们追求的目标。

现在出版的教材虽然是作者多年研究生教学的实践与研究的结晶，从选题、审定到编辑出版，我们也都经过了细致认真的工作，但要使一本研究生教材能满足大家之所求，决非易事。限于我们的水平和经验，难免有失当和错误之处，尚祈读者不吝指正。

东南大学研究生院

东南大学出版社

1990年10月

前　　言

振动模态参数识别技术的出现是近代科学技术发展的结果，它是近十多年来在机械振动理论、信号分析、数据处理、概率统计、自动控制、测试技术及计算机等学科基础上互相渗透、相互交叉发展起来的新兴边缘交叉学科。

60年代快速富氏变换(FFT)技术的问世，70年代快速富氏谱分析仪的出现，以及测试技术的快速发展，都为本学科的实际应用开创了广阔的前景与条件。而且已经在航天、航空、造船、汽车、机床、发电设备、桥梁及建筑等学科领域得到了广泛的应用，并取得了许多成功的应用实例。

鉴于国内尚无一本适合于大学本科及研究生教学所需的教材，作者结合多年研究生教学及科研成果，用通俗易懂简炼的语言编写了这本书。本书主要叙述模态分析理论、测试技术、参数识别方法及其在工程中的应用。由于本书所涉及的理论与方法仍在不断地发展，新的技术与方法层出不穷，由于本书无法包罗万象，不能将一切新的技术与方法全都包含进来，因此本书只能有重点地将基本的、有代表性的技术与方法加以介绍，对书中未予介绍的新技术、新方法可查阅有关参考文献。

本书共分11章。第1章介绍机械阻抗与导纳的概念，基架线及机电比拟，并介绍导纳与振动微分方程间的关系。第2、3章是介绍集中参数系统与分布参数系统的导纳，以单自由度系统为重点介绍导纳的表达式及图形特性。第4章介绍在瞬态和随机激励作用时系统的导纳。第5章是论述实模态理论及复模态理论。第6章讨论在单点激励下振动信号的测量、分析等有关技术问题。第7

章、8 章则着重介绍当前进行模态参数识别常见的主要的频域及时域分析方法，并附有常用的拟合圆法及多项式拟合法参数识别的计算机程序（已在 IBM 及 Apple II 微机上通过运行），所附程序为在 Apple II 机上使用的、由 BASIC 语言写成的程序。第 9 章介绍常见的动态子结构方法。第 10 章介绍物理参数识别及系统参数校正。第 11 章介绍目前国内外在各行业上应用参数识别法的成功实例及最新进展。

本书由林循泓主编，并负责全书的统稿及校核工作，同时还负责本书的第 1、2、3、5、7、8 章的编写任务；潘得引编写第 6、9 章；臧朝平编写第 4、10 章；张思编写第 11 章。

南京航空航天大学张阿舟教授仔细审阅了全部内容，并对本书提出许多宝贵的意见。作者在此对张阿舟教授深表谢意。

限于作者水平，书中缺点错误与不足之处在所难免，敬请读者批评指正。

林循泓
1994 年于南京

主要符号表

$m, [M], M$	——质量、质量矩阵
M_i	——第 i 阶模态质量
$k, [K], K$	——刚度、刚度矩阵
K_i	——第 i 阶模态刚度
$c, [C], C$	——阻尼系数、阻尼矩阵
C_i	——第 i 阶模态阻尼
ζ	——阻尼比
g	——结构阻尼因子
ω	——激励(圆)频率
ω_0	——固有(圆)频率
ω_i	——第 i 阶固有(模态)频率
$\bar{\omega}_i$	——第 i 阶固有(模态)频率比
$Y, [Y]$	——导纳、导纳矩阵、状态向量
Y, Y_D	——位移导纳
Y_v	——速度导纳
Y_A	——加速度导纳
$Z, [Z]$	——阻抗、阻抗矩阵
$H(j\omega), H(\omega)$	——频响函数(传递函数)
$H_R(\omega), H_I(\omega)$	——频响函数(传递函数)的实部与虚部
$H(s)$	——传递函数
s, s_i	——拉氏变换因子, 系统的第 i 阶特征值, 极点
$A_{1p}, [A]$	——留数、留数矩阵
λ, λ_i	——系统特征值, 第 i 阶特征值
$x(t), X, \{x\}$	——位移响应, 位移响应列阵
$f(t), F, \{f\}$	——激励力、激励力列阵

- F_i —— 第 i 阶模态力
 ϕ_i —— 实模态系数
 $\{\phi\}_i$ —— 第 i 阶实模态向量(列阵)
 $\Phi, [\Phi]$ —— 实模态矩阵
 ψ_i —— 复模态系数
 $\{\psi\}_i$ —— 第 i 阶复模态向量(列阵)
 $\Psi, \{\Psi\}$ —— 复模态矩阵
 q_i —— 第 i 阶模态坐标

目 录

1 导纳的基本概念

1.1 机械阻抗与导纳的概念	(1)
1.1.1 机械阻抗与导纳的定义	(1)
1.1.2 驱动点导纳与传递导纳	(3)
1.1.3 导纳矩阵	(4)
1.1.4 导纳的互易性	(5)
1.1.5 导纳、频响函数与传递函数	(6)
1.2 三种基本元件的导纳与基架线	(7)
1.2.1 三种基本元件的导纳	(7)
1.2.2 基架线	(11)
1.3 机电比拟	(13)
1.3.1 第一类机电比拟	(13)
1.3.2 第二类机电比拟	(14)
1.3.3 机械网络图	(14)
1.4 导纳与振动微分方程的关系	(15)

2 集中参数系统的导纳分析

2.1 单自由系统的导纳	(17)
2.1.1 无阻尼情况	(17)
2.1.2 粘性阻尼情况	(19)
2.1.3 结构阻尼情况	(21)
2.2 单自由度系统导纳图形的特性	(22)
2.2.1 粘性阻尼系统导纳的图形	(23)
2.2.2 结构阻尼系统导纳的图形	(39)

2.3	多自由度系统的导纳	(46)
2.3.1	两自由度系统的导纳	(46)
2.3.2	两自由度系统导纳的图形	(51)
2.3.3	多自由度系统导纳	(55)
3	分布参数系统的导纳分析	
3.1	均匀弹性杆纵向振动的位移导纳	(57)
3.1.1	固定一自由杆的位移导纳	(59)
3.1.2	自由一自由杆的位移导纳	(61)
3.1.3	固定一固定杆的位移导纳	(64)
3.1.4	不同边界条件下的导纳	(69)
3.2	圆轴扭转系统的导纳	(71)
3.2.1	均直圆轴扭转系统的导纳	(71)
3.2.2	轴系扭转系统的位移导纳	(73)
3.3	均匀梁横向振动的位移导纳	(76)
4	瞬态和随机激励时的导纳分析	
4.1	瞬态激励作用下的传递函数	(87)
4.1.1	富里叶变换与拉普拉斯变换	(87)
4.1.2	瞬态激励作用下的传递函数	(90)
4.1.3	瞬态激励作用下的响应	(92)
4.2	随机过程的统计特性及功率谱密度	(96)
4.2.1	随机过程的统计特性	(97)
4.2.2	平稳随机过程和各态历经随机过程	(103)
4.2.3	功率谱密度函数	(106)
4.3	随机激励作用下的传递函数	(109)
4.3.1	随机激励作用下的时域响应分析	(109)
4.3.2	随机激励作用下的频域响应分析	(114)
4.4	相干函数	(116)

5 模态理论	
5.1 传递函数矩阵	(123)
5.2 特征值及模态质量	(124)
5.3 模态叠加原理	(130)
5.4 实模态理论	(132)
5.5 伪实模态理论	(134)
5.5.1 有阻尼振动系统微分方程解耦的充要条件	(135)
5.5.2 伪实模态理论	(138)
5.6 复模态理论	(149)
6 振动信号的测量	
6.1 基本测量系统	(164)
6.1.1 激励部分	(165)
6.1.2 测量部分	(165)
6.1.3 显示记录仪器	(178)
6.1.4 对仪器的共同要求	(179)
6.2 数字信号处理技术与信号分析仪	(179)
6.2.1 数字信号处理	(180)
6.2.2 信号分析仪	(186)
6.3 频响函数的测量	(189)
6.3.1 测试结构的安装	(190)
6.3.2 激励信号与方法	(191)
6.3.3 频响函数标定	(194)
7 振动模态参数识别的频域方法	
7.1 概述	(196)
7.2 分量分析法	(198)
7.3 拟合圆法	(202)
7.3.1 比例阻尼的情况	(202)
7.3.2 结构阻尼的情况	(209)

7.3.3	剩余导纳的影响	(210)
7.3.4	提高拟合精度的方法	(212)
7.3.5	拟合圆法参数识别程序	(221)
7.4	迭代法	(229)
7.4.1	Klosterman 识别法	(229)
7.4.2	Klosterman 法的改进	(232)
7.4.3	Flannelly-Berman 方法	(236)
7.4.4	村井秀儿方法	(241)
7.5	多项式拟合法	(245)
7.5.1	一般方法(Levy 方法)	(245)
7.5.2	提高拟合精度的方法	(249)
7.5.3	参数识别	(250)
7.5.4	传递函数分式多项式参数识别程序	(253)
8	振动模态参数识别的时域方法		
8.1	概述	(265)
8.2	Ibrahim 时域法	(266)
8.2.1	Ibrahim 时域方法	(266)
8.2.2	改进的 Ibrahim 时域方法	(268)
8.3	随机减量技术	(278)
8.3.1	随机减量特征函数	(279)
8.3.2	多自由度线性系统的特征函数	(281)
8.4	时间序列分析方法	(284)
8.4.1	ARMA 模型的建立	(285)
8.4.2	ARMA 模型与振动微分方程的关系	(290)
8.4.3	利用 ARMA 模型识别振动系统模态参数	(292)
8.4.4	ARMA 模型的递推建模与适用性检验	(295)
8.4.5	用高阶 AR(p)模型代替 ARMA 模型	(297)
8.4.6	AR(p)模型判阶准则	(299)

8.5	脉冲响应函数法	(301)
9	动态子结构方法	
9.1	概述	(305)
9.2	模态综合法的基本思想	(306)
9.3	固定界面模态综合法	(314)
9.3.1	综合步骤	(314)
9.3.2	界面坐标的减缩	(320)
9.4	自由界面模态综合法	(323)
9.4.1	Hou 方法	(324)
9.4.2	改进的自由界面模态综合法	(326)
10	物理参数识别与系统参数修正	
10.1	坐标转换方法识别物理参数	(333)
10.1.1	实模态参数坐标转换方法	(333)
10.1.2	复模态参数坐标转换方法	(334)
10.2	直接法识别物理参数	(337)
10.2.1	最小二乘方法	(337)
10.2.2	辅助变量方法	(338)
10.2.3	统计识别方法	(340)
10.3	系统的参数模型校正	(344)
10.4	已知特征值参数的校正方法	(347)
10.4.1	刚度矩阵校正	(347)
10.4.2	质量矩阵校正	(355)
10.5	已知测量响应与激励的校正方法	(359)
10.5.1	通过输出误差的校正方法	(359)
10.5.2	通过输入误差的校正方法	(362)
11	模态分析与参数识别的若干实例	
11.1	频域分析实例	(365)
11.1.1	用于机床的分析	(365)

11.1.2	用于汽车的分析	(375)
11.1.3	用于航空航天器的分析	(382)
11.1.4	用于建筑物的分析	(392)
11.1.5	用于家用电器的分析	(397)
11.2	时域分析实例	(399)
参考文献		(404)

1 导纳的基本概念

模态分析与参数识别是近十多年来在振动理论、信号分析、数据处理、概率统计、自动控制、测试技术与计算机等学科基础上发展起来的边缘新兴学科。

机械阻抗和导纳的概念是在 20 年代开始形成的，其基础是机电相似，电学中由电感、电容和电阻组成的系统的微分方程，与由质量、刚度和阻尼所组成的振动系统的微分方程形式上完全相似，因此可仿效电路分析的方法，不用建立和求解微分方程，就能确定出振动系统的动态特性。随着科学技术的发展，最初提出的机械阻抗方法也有了很大的发展，而成为一门独立的学科。本章将介绍机械阻抗与导纳的基本概念，机电比拟及导纳与振动微分方程间的关系等有关内容。

1.1 机械阻抗与导纳的概念

1.1.1 机械阻抗与导纳的定义

GB11349. 1—89“机械导纳的试验确定 基本定义与传感器”中对机械阻抗与导纳作了严格、准确的定义。通常定义在简谐激励下机械系统响应与激励的复振幅(复矢量)之比为导纳 Y 。与此相反，若是机械系统的激励与响应的复振幅(复矢量)之比，则为机械阻抗 Z (以下简称阻抗)。

线性、定常系统在简谐激励作用下，其响应也必定是简谐的，响应与激励的频率一定相同，而它们的幅值、相位则可以相同，也可以不相同。假设激励力 $f(t)$ 是简谐的，则响应 $x(t)$ 也必定是简谐的，并可表达为

$$f(t) = F e^{j\omega t}, \quad x(t) = X e^{j\omega t}$$

式中 F 和 X 分别为激励力与响应的复幅值。按照导纳与阻抗的定义，则有

$$Y = \frac{x(t)}{f(t)} = \frac{Xe^{j\omega t}}{Fe^{j\omega t}} = \frac{X}{F} \quad (1.1)$$

$$Z = \frac{f(t)}{x(t)} = \frac{Fe^{j\omega t}}{Xe^{j\omega t}} = \frac{F}{X} \quad (1.2)$$

显然，导纳与阻抗互为倒数，即

$$Y = \frac{1}{Z}, \quad Z = \frac{1}{Y}$$

由于响应可以是位移、速度或加速度，因此导纳与阻抗都可按三种响应形式出现，三种导纳和阻抗的中英文名称及表达式见表 1.1 所示。

表 1.1 三种导纳与阻抗的表达式

响应	位移 displacement	速度 velocity	加速度 acceleration
术语	位移导纳 Y_d Dynamic Compliance	速度导纳 Y_v Mobility	加速度导纳 Y_A Acceleration
符号 单位	X/F m/N	V/F $m/(N \cdot s)$	A/F $m/(N \cdot s^2)$
术语	位移阻抗 Z_d Dynamic stiffness	速度阻抗 Z_v Impedance	加速度阻抗 Z_A Effective mass
符号 单位	F/X N/m	F/V $(N \cdot s)/m$	F/A $(N \cdot s^2)/m$

注：导纳与阻抗的下标 D, V 和 A 表示位移、速度和加速度。

由于响应可以是位移、速度或加速度，因而三种导纳和阻抗之间存在着以下关系，对简谐激励，响应则为

$$x(t) = Xe^{j\omega t}$$

故 $v(t) = \dot{x}(t) = j\omega Xe^{j\omega t} = Ve^{j\omega t}$

$$a(t) = \ddot{x}(t) = -\omega^2 Xe^{j\omega t} = Ae^{j\omega t}$$

因此，位移导纳、速度导纳及加速度导纳之间的关系为

$$Y_V = \frac{V}{F} = \frac{j\omega X}{F} = j\omega Y_D$$

$$Y_A = \frac{A}{F} = \frac{-\omega^2 X}{F} = -\omega^2 Y_D$$

或

$$Y_A = j\omega Y_V = -\omega^2 Y_D \quad (1.3)$$

而位移阻抗、速度阻抗及加速度阻抗之间的关系为

$$Z_D = j\omega Z_V = -\omega^2 Z_A \quad (1.4)$$

由式(1.3)及式(1.4)可知,三种不同响应形式的导纳或阻抗之间除了存在幅值的差别外,还存在着相位差,各种导纳或阻抗之间幅值相差 ω 倍,相位角之差为 90° 。速度导纳 Y_V 比位移导纳 Y_D 幅值大 ω 倍,相位差为 90° ;加速度导纳 Y_A 比速度导纳 Y_V 幅值又大 ω 倍,相位差亦为 90° ;加速度导纳 Y_A 比位移导纳 Y_D 幅值大 ω^2 倍,相位差则为 180° 。

顺便提一下,本书所有的公式推导均是以位移导纳或位移阻抗为例,因此今后凡不加下标的导纳或阻抗均是指位移导纳或位移阻抗,而使用速度导纳或阻抗、加速度导纳或阻抗时,均会以下标加以说明。

1.1.2 驱动点导纳与传递导纳

对一般结构激励点与测量点可以是同一点,也可以是不同的点,因此对激励点与测量点是同一点时所获得的导纳称为驱动点导纳。设作用于*i*点的激励力为 F_i ,在*i*点测量所得的响应为 X_i ,则驱动点导纳 Y_{ii} 为

$$Y_{ii} = X_i/F_i \quad (1.5)$$

当激励点与响应测量点不是同一点时,即作用于*i*点的激励力为 F_i ,在*j*点测量所得的响应为 X_j ,则传递导纳 Y_{ji} 为

$$Y_{ji} = X_j/F_i \quad (1.6)$$

对阻抗同样也有驱动点阻抗 Z_{ii} 及传递阻抗 Z_{ij} ,即